5. A Practical Guide to Wavelet Analysis. Режим доступа: http://paos.colorado.edu/research/wavelets/

6. A Brief Introduction to Neural Networks. David Kriesel.Режим доступа: http://www.dkriesel.com/en/science/neural_networks

7. *Петров А. Е*. Тензорная методология в теории систем. – М.: Радио и связь, 1985 – 152 с..

8. Пасечников И.И. Методология анализа и синтеза предельно нагруженных информационных сетей / Пасечников И.И. – М.: Машиностроение-1, 2004. – 216 с.

9. Лемешко О.В. Теоретичніосновиуправліннямережними ресурсами з використаннямтензорнихматематичних моделей телекомунікаційних систем: автореф. дис. на здобуття наук. ступ. докт. техн.наук / Лемешко ОлександрВіталійович. -Харків, 2005. — 37 с.

10. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике (для научных работников и инженеров). — М.: Наука, 1973. — 832 с.

УДК 65.01

ТЕНЗОРНИЙ АНАЛІЗ ПОТОКІВ У ВІДКРИТІЙ ЛОГІСТИЧНІЙ СИСТЕМІ

Кандидат технічних наук Тіхонов В.І.,
кандидат технічних наук Мельниченко О.І.,
Радкевич С.Д.

В статті запропоновано тензорний підхід до аналізу моно-продуктових потоків у відкритій логістичній системі. побудовано комплексну тензорну модель асиметричних потоків за критерієм мінімізації складських потужностей логістичної системи. Тензорна модель потоків призначена для структурної і функціональної оптимізації логістичної системи.

The tensor approach studied for the mono-product flow analysis in the open logistic system. The complex tensor model provided for asymmetric flows in logistic system on The storage minimum criteria. The flow tensor model aims the structure and functional optimization of logistic system.

Постановка задачі

Керування матеріальними, інформаційними та іншими потоками є важливою складовою частиною сучасного інтегрованого світу, яка досліджується в рамках логістики як науково-технічної дисципліни [1]. Актуальність логістики обумовлена потенційними можливостями підвищення ефективності функціонування систем, що виробляють і постачають ринковий продукт. Методологія оптимального керування системою логістики базується на створенні адекватних математичних моделей процесів обігу матеріальних і нематеріальних ресурсів в розподілених комерційних мережах, що виробляють, накопичують і постачають ринковий продукт. Розділяють внутрішні (або замкнуті) моделі логістичної системи і відкриті (інтегровані) моделі [2-3]. Новим перспективним напрямком математичного моделювання логістичних систем є тензорний аналіз [4]. Однак відомі тензорні моделі логістичних систем потребують подальшого розвитку. Зокрема в літературі недостатньо публікацій по тензорним моделям відкритих систем логістики. *Метою роботи* є побудова моделі тензорного аналізу моно-продуктових потоків у відкритій логістичній системі.

Розглянемо відкриту логістичну систему *LS*, яка має певну множину $\widetilde{T}$ складських терміналів $\widetilde{T} = \{T_n\}$ $n=1,2,\dots, N,$ розташованих на умовних кордонах системи (рис.1). Термінали T_n призначені для динамічного накопичення і постачання деякого моно-продукту p. Кожен з терміналів має зовнішні потоки p_n продукту p, а також внутрішні перехресні потоки p_{nm} між кожною парою терміналів T_n і T_m, $n, m=1,2,\dots, N;\ n \neq m.$

Доповнимо множину $\widetilde{T}$ *відкритим пустим елементом* $\varnothing$: $T = \varnothing$. Будемо вважати, що елемент$\varnothing$ певним чином взаємодіє з усіма терміналами T_n, а також із зовнішнім оточенням логістичної системи. Фізичний зміст пустого елементу$\varnothing$ може бути різнім. Наприклад, елемент$\varnothing$ символізує умовного спостерігача-адміністратора, що контролює функціонування логістичної системи. Для того, щоб отримати інформацію про стан системи, спостерігач повинен тим чи іншим шляхом взаємодіяти з усіма терміналами T_n. Ця взаємодія може бути достатньо слабкою, але вона відіграє принципову роль с точки зору забезпечення зв'язності всіх непустих елементів об'єднаної множини *T* [5]. Елемент *Ш* умовно позначимо на схемі логістичної системи (рис.1) у вигляді пунктирного кола, що перетинає усі термінали системи. Здатність елементу$\varnothing$ взаємодіяти із зовнішнім оточенням логістичної системи позначимо на рис.1 у вигляді пунктирної стрілки. Назвемо пустий елемент$\varnothing$ *нульовим терміналом* множини *T*, і позначимо його $T_0 T$.

Домовимось, що потік, позначений як p_{nn}, $n=0,1,\dots, N$, відповідає потоку p_n, тобто $p_{nn}= p_n$. З урахуванням цього, відобразимо множину всіх зовнішніх і внутрішніх потоків логістичної системи *LS* у вигляді квадратної матриці потоків $P=\{p_{nm}\}$, $n, m=0,12,\dots, N$, рис.2.

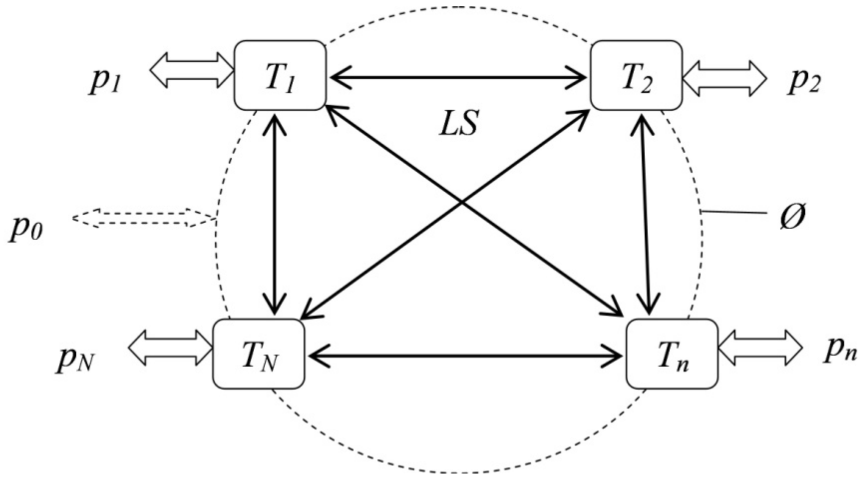


Рис.1. Топологічна схема відкритої логістичної системи

$P(n, m)=$

m / n	0	1	...	N
0	p_{00}	p_{01}	...	p_{0N}
1	p_{10}	p_{11}	...	p_{1N}
...	...	...	...	...
N	p_{N0}	p_{N1}	...	p_{NN}

Рис.2. Матриця потоків відкритої логістичної системи

Декомпозиція матриці потоків логістичної системи

Будемо вважати, що для кожної пари терміналів (T_n, T_m), $n, m=0,1,\dots, N$ існують дві складові потоків: (p_{nm}, p_{mn})=($\overleftarrow{p}_{nm}$, $\vec{p}_{nm}$), де $\overleftarrow{p}_{nm}$ « складова потоку в напрямку «до терміналу T_n від терміналу T_m», $\vec{p}_{nm}$— складова потоку в напрямку «від T_n до T_m». У випадку $m=n$ (діагональні елементи матриці *P*) $\overleftarrow{p}_{nn}$ означає «до терміналу T_n від зовнішнього оточення», а $\vec{p}_{nn}$ – «від T_n у зовнішнє оточення».

Відобразимо еквівалентним образом кожну пару (p_{nm}, p_{mn})=($\overleftarrow{p}_{nm}$, $\vec{p}_{nm}$), $n, m=0,1,\dots, N$ у комплексну пару (c_{nm},c_{mn}), де $c_{mn}=c^*_{nm}$, p^S_{nm} – симетрична складова пари (p_{nm} , p_{mn}), p^A_{nm}— антисиметрична складова пари (p_{nm} , p_{mn}). У разі $n=m$ замість комплексної пари (c_{nm}, c^*_{mn}) достатньо мати одне з двох комплексних чисел, наприклад c_{nm}. Для цього розглянемо довільну пару невід'ємних дійсних чисел (α,β) . Представимо (α,β) у вигляді:

$$f(\alpha,\beta)=(\eta,\xi); \quad \eta=\min(\alpha,\beta); \quad \xi=(\beta-\alpha)/2. \tag{1}$$

Нескладно довести, що відображення f є зворотним, тобто:

$$f^{-1}(\eta,\xi)=(\alpha,\beta); \;\; \beta=2\cdot\xi+\alpha; \;\; \alpha=\eta, \quad \xi\geq 0; \;\; \beta=\eta, \quad \xi\leq 0; \tag{2}$$

$$\begin{cases}(\alpha+\beta)/2=\eta+|\xi|,\\ (\alpha,\beta)\leftrightarrow[(\eta,\eta),(\xi,-\xi)].\end{cases} \tag{3}$$

Назвемо η та ξ відповідно симетричною та антисиметричною складовою пари (α, β). *М*ає місце очевидна властивість:

$$\text{якщо } f(\alpha,\beta)=(\eta,\xi), \text{ то } f(\beta,\alpha)=(\eta,-\xi). \tag{4}$$

Таким чином, кожна пара (α,β) взаємно зворотно відображується у комплексну пару $(\eta+i\cdot\xi)$. З урахуванням формул (1ч4), маємо відображення:

$$(p_{nm}, p_{mn}) = (\overleftarrow{p}_{nm}, \vec{p}_{nm}) \leftrightarrow (c_{nm}, c_{mn}) = [(p^S_{nm} + i\cdot p^A_{nm}), (p^S_{nm} - i\cdot p^A_{nm})] \tag{5}$$

Матрицю $C=C(n,m)=\{c_{nm}\}$ назвемо *комплексною матрицею потоків* відкритої логістичної системи. Нехай $diagV=D$ – функція, яка створює діагональну матрицю D, що має на головній діагоналі елементи вектору V, а всі інші елементи рівні нулю. Позначимо $diag^{-1}M=V$ функцію, яка виконує зворотну операцію, тобто утворює вектор V з діагональних елементів матриці M. Застосуємо функцію $diag^{-1}$ до матриці C: $V= (diag^{-1}C)$. Комплексний вектор V назвемо *вектором зовнішніх потоків* відкритої логістичної системи. Комплексну діагональну матрицю $D(C)= diag(V)$назвемо *тензором зовнішніх потоків* відкритої логістичної системи. Дійсна частина тензору D – це симетрична складова, а умовна частина $Im(D)$ – це антисиметрична складова тензору D. Тензор D в загальному випадку визначає ортогональний комплексний $(N+1)$-мірний базис з неевклідовою метрикою. Комплексну матрицю Q з нульовою діагоналлю виду $Q=C- D(C)$назвемо *матрицею внутрішніх потоків* відкритої логістичної системи. Матриця Q, очевидно, є самоспряженою і має нульову головну діагональ (тобто є ермітовою). Дійсна частина матриці $Re(Q)$ – симетрична складова, а умовна частина $Im(Q)$ – це антисиметрична складова.

Перетворимо матрицю Q на тензор. Для цього знайдемо таку невироджену систему комплексних векторів $A=\{A_n\}$, $n=0,1,\dots, N$, для якої ермітова матриця H скалярних добутків $H=A\cdot A^*$ (де A^* « комплексно спряжена система векторів) співпадає з матрицею Q по всіх елементах, окрім діагональних. Невиродженість системи векторів $=\{A_n\}$ означає, що всі власні значення λ^H_n, $n=0,1,\dots, N$ матриці $H=A\cdot A^*$ є додатними дійсними числами, тобто матриця H є *позитивно обумовленою* [6].

Нормалізація спектру внутрішніх потоків логістичної системи

Позначимо вектор власних значень $\lambda^H=\{\lambda^H_n\}$, і назвемо цей вектор *спектром матриці* H. Діагональну матрицю $\Lambda^H= diag(\lambda^H_n{}^H_n)$ назвемо *спектральним тензором* ермітової матриці $H=A»A^*$. Має місце властивість: $Tr(H)=Tr(\Lambda^H)$ [6], де Tr – функція «слід матриці» (додаток усіх діагональних елементів матриці). З у рахуванням вище сказаного, для перетворення комплексної матриці Q в тензор, треба перетворити Q в деяку позитивно обумовлену ермітову матрицю H, що не суперечить матриці Q (тобто матриця H співпадає з матрицею Q в усіх недіагональних елементах).

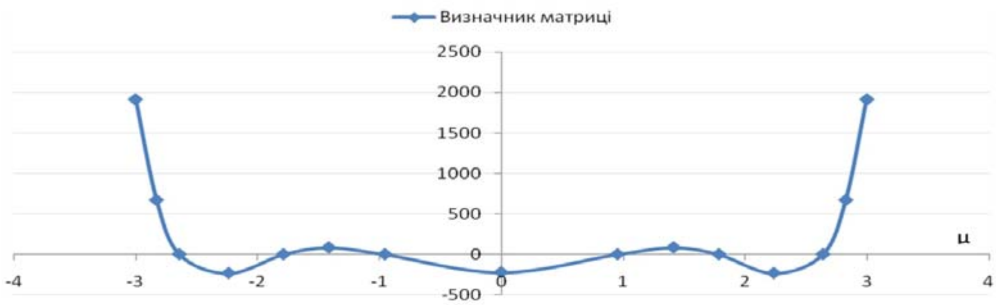
Сформульована вище задача, очевидно, не має однозначного рішення, оскільки існує безліч позитивно обумовлених ермітових матриць, що не суперечать матриці Q. Дійсно, якщо деяка матриця H_0 вирішує сформульовану вище задачу, то будь яка інша матриця $H=H_0+diag(V)$, де V – довільний вектор додатних дійсних чисел, також задовольняє усі умови сформульованої задачі. Тому конкретизуємо задачу перетворення матриці Q на тензор: будемо шукати таку позитивно обумовлену ермітову матрицю $H(Q)$ як функцію від матриці Q, що співпадає з усіма недіагональними елементами матриці Q, але при цьому має мінімальну потужність спектру:

$$\begin{cases} H — diag(diag^{-1}H)=Q, \\ Tr(\Lambda^{H})=Tr(H(Q))=min\ . \end{cases} \tag{6}$$

В якості початкового шагу для вирішення задачі (9) приймемо гіпотезу, що всі вектори A_n системи $A=\{A_n\}$, $n=0,1,\ldots,\ N$ мають однакову довжину, яка задана параметром μ. Тоді на діагоналі матриці $H=A\cdot A^*$ повинні бути однакові числа μ^2. Нехай $\mu^2\cdot I$ – діагональна матриця, де I – одинична діагональна матриця, $H=H(\mu,\ Q)=\mu^2\cdot I+Q$. Розглянемо функцію виду:

$$f(\mu,Q)=det\ (H)=det(\mu^2\cdot I+Q), \tag{7}$$

де det – функція детермінанту матриці H. Нехай λ^{Q}_{min} – мінімальне власне число матриці Q (воно обов'язково від'ємне, оскільки матриця Q має нульову діагональ, а додаток усіх власних чисел цієї матриці має дорівнювати нулю). На рис.3 зображено типовий вид функції $f(\mu,Q)$.



μ (горизонт. вісь)	-3	-2.8	-2.6	-2.2	-1.8	-1.4	-1	0	1	1.4	1.8	2.2	2.6	2.8	3
det(R) (вертик. вісь)	1918	672	0	-234	0	84	0	-224	0	84	0	-234	0	672	1918

Рис.3. Залежність детермінанту матриці H від параметру

Оберемо вектори A_n таким чином, щоб мало місце $|A_n|=\mu_0>|\lambda^{Q}_{min}|^{0.5}$, $n=0,1,\ldots,\ N$. При цьому всі власні числа λ^{H} у спектрі матриці H збільшаться на величину μ_0^2 порівняно зі спектром матриці Q. Звідси отримаємо $\lambda^{H}_{min}=\lambda^{Q}_{min}+\mu_0^2>0$. Множину λ додатних власних чисел у спектрі λ^{H} матриці $H(\mu_0,Q)$ назвемо *нормалізованим спектром внутрішніх потоків* логістичної системи.

Побудова тензорів для внутрішніх і зовнішніх потоків логістичної системи

Нехай $\lambda=\{\lambda_n\}$, $n=0,1,2,\ldots,\ N$ – нормалізований спектр внутрішніх потоків логістичної системи. Діагональну матрицю $\Lambda=diag(\lambda)$ назвемо *нормалізованим спектральним тензором* матриці H. Нехай $Z=\{Z_n\}$, $n=0,1,\ldots,\ N$ – система власних (комплексних) векторів ермітової матриці H. Представимо матрицю H у вигляді [6]:

$$\begin{cases} H=Z^*\cdot\Lambda\cdot Z=(Z^*\cdot\Lambda^{0.5})\cdot(Z\cdot\Lambda^{0.5})=A\cdot A^*, \\ A=Z^*\cdot\Lambda^{0.5};\ \ A^*=Z\cdot\Lambda^{0.5}\ . \end{cases} \tag{8}$$

<u>*Визначення*</u>.

1. Матрицю $H=Z^*\cdot\Lambda\cdot Z$ назвемо *комплексним тензором внутрішніх потоків* логістичної системи.

2. Дійсну частину $Re(H)$ тензора $H=Z^*\cdot\Lambda\cdot Z$ назвемо *дійсним рімановим метричним тензором* (або *метрикою*) *внутрішніх потоків* логістичної системи. Тензор $Re(H)$ задовольняє всі вимоги метричного тензору Рімана [6].

3. Умовну частину $Im(H)$ тензора $H=Z^*\cdot\Lambda\cdot Z$ назвемо *комплексним тензором плоского кручення* (або *крученням*) *внутрішніх потоків* логістичної системи.

4. Симетричну (дійсну) складову $Re(D(C))$ комплексного тензора зовнішніх потоків назвемо *метричним тензором* (або *метрикою*) *зовнішніх потоків* логістичної системи.

5. Антисиметричну (умовну) складову $Im(D(C))$ комплексного тензора зовнішніх потоків назвемо *тензором кривизни зовнішніх потоків* логістичної системи.

6. Систему $S=(D(C), H)$ з двох комплексних тензорів: неермітової діагональної комплексної матриці $D(C)$ і ермітової комплексної матриці $H=Z^*\cdot\Lambda\cdot Z$ – назвемо *комплексним метричним тензором з кривизною і крученням для зовнішніх і внутрішніх потоків* логістичної системи.

Висновок

В роботі побудовано модель тензорного аналізу моно-продуктових потоків у відкритій системі логістики. Модель представляє собою *комплексний метричний тензор з кривизною і крученням для зовнішніх і внутрішніх потоків* логістичної системи. Запропонована модель дозволяє використовувати математичний апарат тензорного аналізу для дослідження моно-продуктових потоків у відкритій логістичній системі. Подальші дослідження у даному напрямку передбачають створення прикладних комп'ютерних алгоритмів і програм для практичного використання запропонованої моделі тензорного аналізу моно-продуктових потоків, а також дослідження спектрів потоків для реальних систем логістики.

Література

1. *Гаджинский А.М.* Логистика: Учебник. — М: Маркетинг 1998 — 228 с. 360 р. www.wiley.com/WileyCDA/WileyTitle/pro...

2. *H. Donald Ratliff, William G. Nulty.* Logistics Composite Modeling. The Logistics Inst. Georgia Tech. Technical White Paper Series. 1996 – 47 p.

3. *R. Farr.* Internal Logistics Modelling. – Univ. of Nottingham. <u>www.vivaceproject.com/content/.../5-2.pdf</u>

4. *Петров А. Е.*Двойственные сетевые модели больших систем. *«Сетевые модели в управлении» — Специальный выпуск 30.1. С.76–90.* Режим доступа: *ubs.mtas.ru/search/redirect.php?xml_id=18080...*

5. *Тихонов В.И.* Фрактальная топологическая модель открытой телекоммуникационной сети. – Наукові праці ОНАЗ ім. О.С. Попова, 2010, №1. с.49-58.

6. *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике (для научных работников и инженеров). — М.: Наука, 1973. — 832 с.

УДК 656.13.072

СИТУАТИВНІ І НЕЧІТКІ АЛГОРИТМИ РИЗИКО-РЕГУЛЯТИВНОГО УПРАВЛІННЯ АВТОМОБІЛЕМ

Хабутдінов А.Р.

Запропоновані основи формалізованого опису ситуативних алгоритмів ризико-регулятивного управління автомобілем з використанням нечітких тактик мінімізації локально-траєкторних ризиків.

The bases of formalizated description of situation algorithms of risk-regulation drive with the use of unclear are offered tactician of minimization of local- trajectory risks.

Постановка задачі. Технологічно ефективне функціонування автотранспортної системи (АВТС) можливо, якщо кожна людино-машинна мікросистема «Водій-автомобіль (МСВА) на всіх ділянках своєї трає-