ПРИКЛАДНА МЕХАНІКА

УДК 539.3

ПРУЖНЕ ДЕФОРМУВАННЯ БУРИЛЬНОЇ КОЛОНИ У ЦИЛІНДРИЧНІЙ ПОРОЖНИНІ ВЕРТИКАЛЬНОЇ СВЕРДЛОВИНИ

Андрусенко О.М.

Побудовані рівняння для комп'ютерного моделювання механічної поведінки бурильних колон у вертикальних свердловинах. Сформульовані рівняння дозволяють підраховувати сили контактної та фрикційної взаємодії БК зі стінками свердловини та прогнозувати їх критичні стани, пов'язані з ефектами запирання та прихоплення.

The equations for computer simulation of drill string behavior inside vertical cylindrical bore-hole are constructed. The formulated equations allow to calculate the forces of contact and friction interaction of the drill string with the bore-hole wall and to prognosticate the states which are associated with the phenomenon of the drill string seizure.

Постановка проблеми. Сучасний етап експлуатації більшості світових легкодоступних родовищ вуглеводнів характеризується завершальною стадією. Тому розвиваються нові й вторинні технології розробки таких родовищ. В даній роботі розглядається проблема про теоретичне моделюванні пружного деформування БК у вертикальній свердловині. На основі методів диференціальної геометрії та теорії гнучких стержнів сформульована задача про закритичне деформування бурильних колон і побудовані диференціальні рівняння.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Аналіз публікацій [1-10] по проблемі про стійкість бурильної колони в глибокій свердловині свідчить, що у цей час в науково-технічній літературі вона залишається практично не розглянутою. Відомі закордонні роботи [8-10], в яких ця проблема формулюється досить приблизно. В статті [4] ці питання розглянуті без урахування взаємодії колони зі стінкою свердловини. Тому задача про закритичне деформування БК у надглибоких вертикальних свердловинах є актуальною.

Мета роботи. На основі загальної теорії гнучких криволінійних стержнів [11] поставити задачу про пружне закритичне деформування бурильної колони у порожнинах надглибоких циліндричних свердловин. Провести дослідження цих ефектів для вертикальних БК.

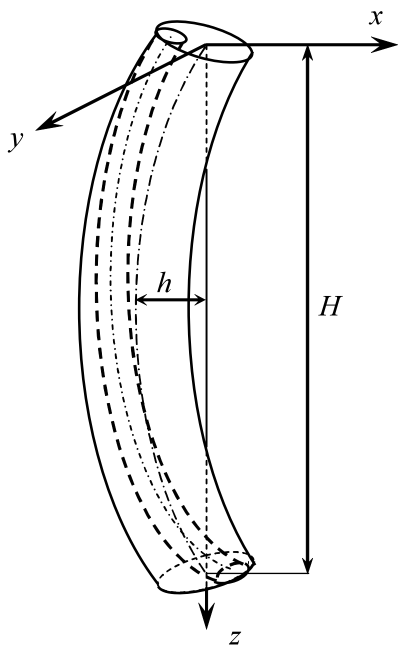

Рис. 1. Геометрична схема бурильної колони в порожнині свердловини.

Основна частина. Нехай траєкторія осьової лінії свердловини задана рівняннями

$$x_0(s) = R^0 - h + R^0\cos(\frac{s}{R^0} + (\pi - \frac{\beta}{2})),$$

$$y_0(s) = 0,$$

$$z_0(s) = \frac{H}{2} - R^0\sin(\frac{s}{R^0} + (\pi - \frac{\beta}{2})),\ 0 \le s \le S,$$

де S –довжина осьової лінії.

В порожнині свердловини знаходиться БК, геометрія осьової лінії якої в початковий момент часу визначається співвідношеннями

$$x(s) = R^0 - h + (R^0 + a)\cos(\frac{s}{R^0 + a} + (\pi - \frac{\beta}{2})),$$

$$y(s) = 0,$$

$$z(s) = \frac{H}{2} - (R^0 + a)\sin(\frac{s}{R^0 + a} + (\pi - \frac{\beta}{2})),\ 0 \le s \le S,$$

Зовнішня геометрія стрижня БК визначає положення кожної його точки й усієї пружної лінії в нерухомій системі координат *Oxyz* з ортами $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$, .Нехай вісь *Oz* спрямована вертикально вниз. Внутрішня геометрія стрижня пов'язана з рухливою системою осей *(u,v,w)* , причому осі *u,v* спрямовані уздовж головних осей інерції площі перерізу, а вісь *w* уздовж орта дотичної $\vec{\tau}$.

У процесі спуско — підіймальних операцій та функціонування на БК діє зовнішня розподілена сила інтенсивністю $\vec{f}$, вона обумовлена контактною взаємодією зі стінкою нафтової (або газової) свердловини.

На основі загальної теорії гнучких криволінійних стрижнів [11] побудована система трьох диференціальних рівнянь:

$$dF_u / ds = rF_v - qF_w - f_u,$$

$$dF_v / ds = pF_w - rF_u - f_v, \qquad (1)$$

$$dF_w / ds = qF_u - pF_v - f_w.$$

Для неї виконується перший інтеграл

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = a^2. \qquad (2)$$

З рівнянь рівноваги моментів маємо

$$-A\frac{d^2q}{ds^2}+(C-2A)r\frac{dp}{ds}+(A-C)qr^2+qF_w=-f_u\,, \tag{3}$$

$$A\frac{d^2p}{ds^2}+(C-2A)r\frac{dq}{ds}-(A-C)pr^2-pF_w=-f_v\,, \tag{4}$$

де компоненти $f_u\,, f_v$ контактної сили f_c визначаються таким чином

$$f_u=-\frac{f_c}{a}\cdot\frac{1}{p^2+q^2}((x-x_0)(x''q+y'z''p-z'y''p)+(y-y_0)(y''q+z'x''p-x'z''p)+$$
$$+(z-z_0)(z''q+x'y''p-y'x''p)),$$

$$f_v=\frac{f_c}{a}\cdot\frac{1}{p^2+q^2}((x-x_0)(x''p-y'z''q+z'y''q)+(y-y_0)(y''p-z'x''q+x'z''q)+$$
$$+(z-z_0)(z''p-x'y''q+y'x''q)).$$

З умов перших інтегралів маємо $|\vec{\tau}|=1$, $|\vec{n}|=1$, $|\vec{b}|=1$, де $\vec{\tau}$ – дотичний вектор, $\vec{n}$ – вектор нормалі, $\vec{b}$ – вектор бинормалі до осьової лінії БК [12]. Тоді через координати *x, y, z* вони перепишуться у вигляді

$$(x')^2+(y')^2+(z')^2-1=0 \tag{5}$$

$$(x'')^2+(y'')^2+(z'')^2-(p^2+q^2)=0\,, \tag{6}$$

$$(x'')^2\left[(y')^2+(z')^2\right]+(y'')^2\left[(z')^2+(x')^2\right]+(z'')^2\left[(x')^2+(y')^2\right]-$$

$$-2(x'y'x''y''+y'z'y''z''+z'x'z''x'')-(p^2+q^2)=0\,. \tag{7}$$

Рівняння (2) – (7) визначають нелінійну систему рівнянь з координатами *x, y, z* осьової лінії БК; *p, q* – її кривин; f^c – сила контактної взаємодії.

Граничні умови на верхньому кінці $s=0$ мають вигляд:

$$x(0)=(R^0-h)+(R^0+a)\cos(\pi-\beta/2)\,, \tag{8}$$

$$y(0)=0\,, \tag{9}$$

$$z(0)=H/2-(R^0+a)\sin(\pi-\beta/2)\,, \tag{10}$$

$$p(0)=0\,, \tag{11}$$

$$q(0)-\frac{1}{(R^0+a)}(z')^2-\frac{1}{a}(y')^2=0\,. \qquad (12)$$

Для формулювання граничних умов на нижньому кінці випишемо трійку векторів $\vec{N}$, $\vec{B}$, $\vec{\tau}_0$. При цьому $\vec{N}$ – це внутрішня одинична нормаль до поверхні. Її координати

$$N_x=\Big(\big((x-x_0)x_0'+(y-y_0)y_0'+(z-z_0)z_0'\big)x_0'-(x-x_0)\Big)/\,a\,,$$

$$N_y=\Big(\big((x-x_0)x_0'+(y-y_0)y_0'+(z-z_0)z_0'\big)y_0'-(y-y_0)\Big)/\,a\,,$$

$$N_z=\Big(\big((x-x_0)x_0'+(y-y_0)y_0'+(z-z_0)z_0'\big)z_0'-(z-z_0)\Big)/\,a\,.$$

Вектор $\vec{B}$ – це орт дотичної до кола нормального перерізу. Його компоненти

$$B_x=y_0'N_z-z_0'N_y\,,\ B_y=z_0'N_x-x_0'N_z\,,\ B_z=x_0'N_y-y_0'N_x$$

Обчислюється також орт вектора дотичної $\vec{\tau}_0$ до осьової лінії свердловини.

Граничні умови на нижньому кінці, при $s=S$ записані наступним чином

Умова контакту долота зі стінкою свердловини

$$(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2-\big[x_0'(x-x_0)+y_0'(y-y_0)+z_0'(z-z_0)^2\big]-a^2=0\,, \qquad (13)$$

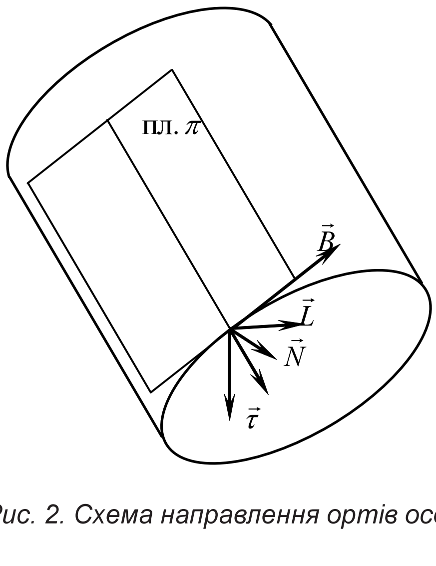

Рис. 2. Схема направлення ортів осей

Умова рівності нулю моменту у дотичній площині

$$\vec{M}\cdot\vec{N}=0 \text{ або}$$

$$\begin{aligned}&(y'z''-z'y'')N_x+(z'x''-x'z'')N_y+\\&+(x'y''-y'x'')N_z=0.\end{aligned} \qquad (14)$$

Умова дотику БК зі стінкою

$$\vec{\tau} \cdot \vec{N} = 0 \text{ або}$$

$$N_x \cdot x' + N_y \cdot y' + N_z \cdot z' = 0 \,. \tag{15}$$

Рівність для поперечної сили

$$\vec{F}^{sh} \cdot \vec{L} = -P \cdot \vec{k} \cdot \vec{L} - \sigma \text{ або}$$

$$F_n(n_x L_x + n_y L_y + n_z L_z) + F_b(b_x L_x + b_y L_y + b_z L_z) + PL_z + \sigma = 0 \,, \tag{16}$$

де $F_n = -\dfrac{A}{\sqrt{p^2+q^2}}(pp' + qq')$, $F_b = \dfrac{1}{\sqrt{p^2+q^2}}(A(qp' - pq') + (C-A)r(p^2+q^2))$.

Остання гранична умова – це теорема Ейлера

$$\sqrt{p^2+q^2} - (K - 1/a)(x'x_0' + y'y_0' + z'z_0')^2 - 1/a = 0 \,, \tag{17}$$

де $K = \dfrac{B_y}{R^0 + aB_y}$ – кривина поверхні, що утворена рухом кола вздовж осьової лінії БК.

Нелінійна система рівнянь (2)-(7) з граничними умовами на верхньому кінці (8)-(12) і на нижньому кінці (13)-(17) визначають механічну поведінку БК у свердловині та її геометрію. Вона використовується після лінеаризації цих рівнянь.

Висновки з даного дослідження.

1. Побудовані рівняння для комп’ютерного моделювання механічної поведінки бурильних колон у вертикальних свердловинах.

2. Сформульовані рівняння дозволяють підраховувати сили контактної та фрикційної взаємодії БК зі стінками свердловини та прогнозувати їх критичні стани, пов’язані з ефектами запирання та прихоплення.

Робота виконана в рамках державної теми, номер державної реєстрації: 0109U002146 «Комп’ютерне прогнозування аварійних режимів функціонування високопотужних вітроенергетичних установок та розробка заходів для їх попередження ».

Література

1. *Мислюк М.А., Рибчич І.Й., Яремчук Р.С.* Буріння свердловин. Т. 3. Вертикальне та скероване буріння. – Київ: Інтерпрес Лтд., 2004. – 294 с.

2. *Гуляев В.И., Андрусенко Е.Н.* Чувствительность сил сопротивления перемещению бурильной колонны к геометрическим несовершенствам траектории криволинейной скважины // Проблемы прочности. – 2011. – №3 (411) – С. 19 –34.

3. *Гуляев В.И., Луговой П.З., Андрусенко Е.Н.* Особенности механического поведения бурильних колонн в криволинейных скважинах с локализованными геометрическими несовершенствами // Прикладная механика. – 2010. – Т. 46, №12. – С. 88 –99.

4. *Gulyayev V.I., Gaidaichuk V.V., Solovjov I.L., Gorbunovich I.V.* The buckling of elongated rotating drill strings // J. of Petroleum Science and Engineering. 2009. 67. P. 140 – 148.

5. *Gulyayev V.I., Khudoliy S.N., Andrusenko E.N.* Sensitivity of resistance forces to localized geometrical imperfections in movement of drill strings in inclined bore-holes // Interaction and Multiscale Mechanics, Vol. 4, No. 1 (2011) 1-16.

6. *Gulyayev V.I., Borshch O.I.* Free vibrations of drill strings in hyper deep vertical bore-wells // J. Petroleum Sci. Eng.. – 2011. – No 78. – P. 759 – 764.
7. *Gulyayev V.I., Hudoly S.N., Glovach L.V.* The computer simulation of drill column dragging in inclined bore-holes with geometrical imperfections // International Journal of Solids and Structures. – 2011. – No 48. – P. 110 – 118.
8. *Aadnoy B. S. and Andersen K.* Design of oil wells using analytical friction models // J. Petroleum Sci. Eng. – 2001. – 32, No. 1. – P. 53 – 71.
9. *Sawaryn S. J. and Thorogood J. L.* A compendium of directional calculations based on the minimum curvature method // SPE Drilling and Completion. – 2005. – March. – P. 24 – 36.
10. *Sheppard M.C.* Designing well paths to reduce drag and torque // SPE Drilling Eng. — 1987. – December. – P. 344 – 350.
11. *Гуляев В.И., Гайдайчук В.В., Кошкин В.Л.* Упругое деформирование, устойчивость и колебания гибких криволинейных стержней. – Киев: Наук. думка, 1992. – 344 с.
12. *Погорелов А.В.* Дифференциальная геометрия. – М.: Наука, 1974. – 180 с.

УДК 539.3

ПЕРЕБУДОВА ФРОНТІВ РОЗРИВНИХ ХВИЛЬ В ТРАНСВЕРСАЛЬНО-ІЗОТРОПНИХ ПРУЖНИХ СЕРЕДОВИЩАХ ЗІ ЗМІННИМИ ВЛАСТИВОСТЯМИ

Кандидат фізико-математичних наук Ващіліна О.В.,
Заєць Ю.О.

У статті вивчається явище поширення і перебудови фронтів розривних хвиль у трансверсально-ізотропних пружних середовищах зі змінними властивостями. Запропоновано методику комп'ютерного моделювання системи променів і еволюціонуючих фронтів. Для деяких законів зміни параметрів анізотропії та неоднорідності пружного середовища досліджені явища формування геометричних особливостей на поверхні фронту.

The problem about propagation and transformation of discontinuous wave fronts in transversally isotropic heterogeneous elastic media is considered in the article. The techniques for construction of evolving system of rays and fronts are proposed. The cases of geometric singularities formation on the front surfaces are analyzed for different values of the elastic medium anisotropy and heterogeneity.

Постановка проблеми. При дослідженні задач сейсмології, сейсморозвідки й аналізі динамічної поведінки тектонічних структур під впливом вибухових збурень актуальними виявляються задачі математичного моделювання процесів перебудови фронтів ударних хвиль у анізотропних середовищах зі змінними властивостями. Специфіка динамічних явищ, що виникають у цих випадках, пов'язана з короткочасністю високоінтенсивного початкового поля тиску, зазвичай, сконцентрованого на початковому етапі часу в малій області та перебудовою поверхні фронту ударної хвилі в міру її поширення. Оскільки при цьому з просуванням хвильового фронту границя виділеної для розрахунку області еволюціонує, для аналізу таких процесів виявляються малоефективними традиційні методи розв'язування крайових задач математичної фізики. Зазвичай при дослідженні ударних хвиль найбільша увага приділяється питанням геометричної побудови поверхонь розривів польових функцій і обчисленням значень цих розривів, що дають інформацію про фронт ударної хвилі й інтенсивності імпульсу, що переноситься нею, в кожній точці фронту. Тому для постановки і розв'язування таких задач важливу роль відіграють методи геометричної оптики [1], зокрема, нульове наближення променевого методу, яке забезпечує хороший кількісний опис широкого кола хвильових явищ різної фізичної природи. Застосування променевого методу полягає у виділенні функції оптичного шляху хвилі (ейконала) і побудові за допомогою рівняння ейконала системи променів і фронтів ударної хвилі. Ця задача досить просто розв'язується для ізотропних середовищ. Фізична картина динамічних явищ різко ускладнюється при вивченні поширення хвиль сильних розривів у неоднорідних пружних анізотропних середовищах [2], оскільки в цих випадках польова функція виявляється векторною; для кожного напрямку існує три види хвиль, що відрізняються поляризацією; фазові швидкості хвиль залежать як від поляризації хвилі, так і від напрямку її поширення; промені, в загальному випадку, не ортогональні поверхні хвильового фронту, а променеві швидкості відрізняються від фазових і між їх напрямками не завжди існує однозначна відповідність. З появою неоднорідності середовища промені викривляються, а на поверхні фронтів можуть утворюватися геометричні особливості у вигляді каустик (катастроф) [3, 4].