ПРИКЛАДНА МЕХАНІКА

УДК 539.3

ГЕОМЕТРИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ГЕОДЕЗИЧНИХ КРИВИХ НА КАНАЛОВИХ ПОВЕРХНЯХ

Андрусенко О.М.
Шлюнь Н.В.

Постановка проблеми.

В практиці теоретичного моделювання процесів глибокого буріння виникає дві проблеми дослідження механіки пружного згинання БК. Перша проблема полягає у визначенні критичного стану колони, яка формулюється як задача ейлеревої втрати стійкості довгого трубчастого стержня, що обертається, попередньо напруженого змінною по довжині повздовжньою силою, що викликана силами гравітації та крутним моментом. Така задача сформульована і вирішена на основі прямолінійних балок в роботах [1 − 3]. В них показано, що вона є сингулярно збуреною, оскільки коефіцієнт перед вищою (четвертою) похідною в розв'язувальних рівняннях виявляється набагато меншим коефіцієнтом, ніж інші доданки. При цьому форма біфуркаційного випинання БК являє собою трьохвимірну спіраль зі змінним кроком.

Однак не менш вагому цікавість викликають питання дослідження процесу подальшого (закритичного) деформування колони, коли в результаті випинання вона вступає в контакт зі стінкою свердловини і продовжує змінювати свою форму під дією повздовжньої сили, розподілених контактних сил та крутного моменту, що збільшуються [4 − 8]. Моделювання вказаного процесу може бути виконано тільки за допомогою нелінійної теорії гнучких криволінійних стержнів [9]. В цьому випадку досить важливим виявляється питання правильного вибору системи відліку, в якій розглядається згинання колони. Застосування для цих цілей супутньої системи координат, одна з осей якої ортогональна поверхні свердловини, дозволило зменшити число шуканих змінних та виключити з розгляду невідому реакцію тиску БК на стінки свердловини. При цьому принциповими виявляються питання врахування геометричних властивостей геодезичних кривих на каналових поверхнях [10,11].

Явище пружного деформування бурильних колон у каналах криволінійних свердловин володіє специфікою, властивою невільним механічним системам, переміщення яких обмежені в'язями. Структура і складність рівнянь, що описують рух таких систем, визначаються підходом, використовуваним для його моделювання. Зазвичай застосовуються методи Лагранжа першого і другого роду. При застосуванні першого підходу рух системи розглядається в декартових координатах, до розв'язувальних рівнянь приєднуються рівняння в'язів, а в рівняннях рівноваги (статичної чи динамічної) вносяться доданки з додатковими невідомими невизначеними множниками Лагранжа, що відіграють роль реакцій в'язів. Оскільки число шуканих змінних в цьому випадку збільшується на число накладених в'язів, цей спосіб доцільно застосовувати тільки для систем з невеликим числом обмежуючих умов.

У той же час, якщо врахувати, що кожна накладена в'язь зменшує на одиницю число її ступенів свободи, то стає очевидною перевага методу рівнянь Лагранжа другого роду (методу узагальнених координат). При його застосуванні задача принципово спрощується, завдяки можливості попереднього розгляду деяких інтегральних характеристик руху системи і подальшого переходу до аналізу деталей руху і обчислення реакцій в'язів. Таким чином, труднощі, що вносяться наявністю в'язів у методі невизначених множників, стають джерелом переваг в методі узагальнених координат.

Перехід від декартових координат до узагальнених дозволяє істотно спростити і завдання про деформування бурильної колони в каналі свердловини. Для її формулювання застосовуються дві криволінійні координати на поверхні свердловини і пов'язана з віссю колони рухома система відліку, одна з осей якої завжди ортогональна поверхні свердловини. Це дозволило зменшити порядок диференціальних рівнянь до шести, а при деяких спеціальних припущеннях − і до чотирьох.

Побудуємо рівняння рівноваги колони в порожнині свердловини. Приймемо, що при згині бурильної колони постійного радіуса r_1 вона по всій своїй довжині безвідривно контактує зі стінкою свердловини. Осьова лінія свердловини криволінійна, а поверхня стінки є каналовою з радіусом r_2 її колового перерізу.

Введені умови дозволяють розглядати деформування колони як рух її осьової лінії L по каналовій поверхні D радіуса $a = r_2 - r_1$

Введемо нерухому декартову систему координат $OXYZ$ і систему координатних ліній u, v на поверхні, напрямлених уздовж осьової лінії і в коловому напрямку, відповідно (рис. 1).

Положення кривої L на D визначається рівностями (рис. 2)

$$u = u(s), \qquad v = v(s).$$

Тут s – натуральний параметр, що вимірюється довжиною лінії L від деякої початкової точки до поточної.

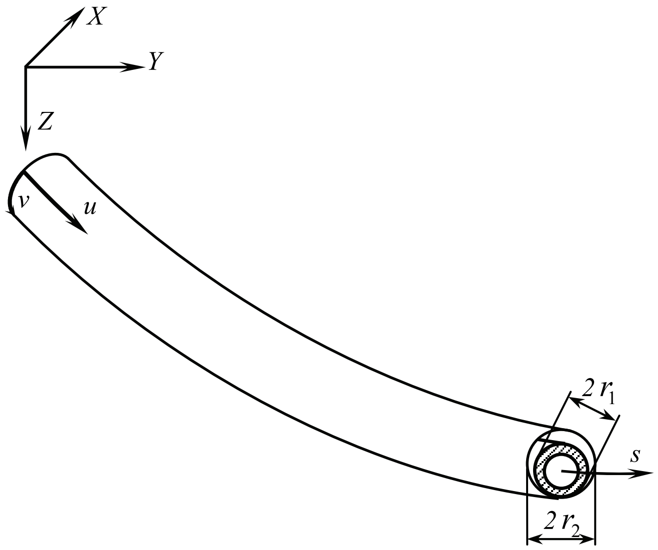

Рисунок 1. − Схема каналової поверхні стінки свердловини

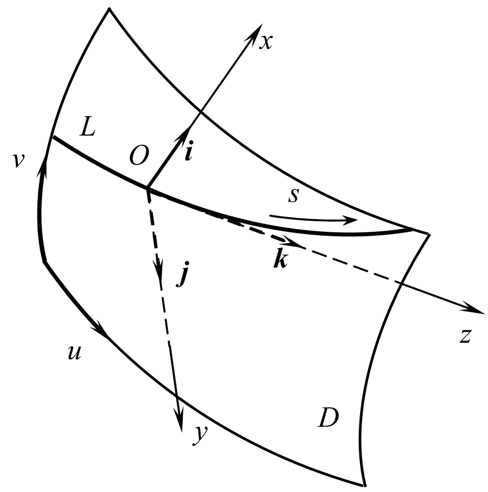

Рисунок 2. − Положення осьової лінії L на поверхні D

На кривій L введемо супутню систему координат $oxyz$ з ортами $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$. Вісь ox цієї системи напрямлена вздовж внутрішньої нормалі до поверхні D, вісь oz − вздовж дотичної до кривої L, вісь oy доповнює цю систему до правої трійки.

При моделюванні закритичного деформування БК вважаємо, що вона вже не обертається і відцентрові сили інерції дорівнюють нулю, вплив потоків промивальної рідини на згин колони можна не враховувати, однак прийнято, що в результаті руху її потоків і легких струсів колони при її малих рухах усуваються сили тертя і ними також можна знехтувати. Тоді деформування БК відбувається в пружній стадії, а напружено-деформований стан визначається головними векторами внутрішніх сил $\vec{F}(s)$, внутрішніх моментів $\vec{M}(s)$ і вектором $\vec{f}(s)$ зовнішніх розподілених сил, який складається з вектора $\vec{f}^{\,gr}(s)$ сил тяжіння і вектора $\vec{f}^{\,c}(s)$ контактних сил. Ці сили і моменти підпорядковуються рівнянням рівноваги елемента БК [9].

$$\frac{d\vec{F}}{ds} = \frac{\tilde{d}\vec{F}}{ds} + \vec{\omega} \times \vec{F}, \qquad \frac{d\vec{M}}{ds} = \frac{\tilde{d}\vec{M}}{ds} + \vec{\omega} \times \vec{M}. \tag{1}$$

Тут $\tilde{d}\ldots/ds$ – локальна похідна, $\vec{\omega}$ – узагальнений вектор Дарбу, що являє собою вектор кутової швидкості системи $oxyz$ при її русі з початку вздовж кривої L з одиничною швидкістю. Вектор $\vec{\omega}$ визначається рівністю

$$\vec{\omega} = k_x\vec{i} + k_y\vec{j} + k_z\vec{k} \tag{2}$$

де k_x – геодезична кривина кривої L, k_y – нормальна кривина поверхні D вздовж кривої L; k_z – її скрут.

В системі відліку $oxyz$ рівняння (1) набувають вигляду

$$\frac{\tilde{d}\vec{F}}{ds} = -\vec{\omega} \times \vec{F} - \vec{f}\,, \qquad \frac{\tilde{d}\vec{M}}{ds} = -\vec{\omega} \times \vec{M} - \vec{k} \times \vec{F}\,. \tag{3}$$

Геометричні співвідношення задачі про контакт бурильної колони з каналовою поверхнею свердловини.

Щоб замкнути рівняння рівноваги (3), необхідно до них додати геометричні рівняння, що визначають функції геодезичної кривини $k_x = k_{геод.}$, нормальної кривини $k_y = k_{норм.}$ та скрут k_z. Для поверхонь та кривих загального вигляду, формули, що їх визначають, мають доволі громіздкий вигляд. Однак для розглядуваних каналових поверхонь вони значно спрощуються завдяки ортогональності вибраних на них координатних кривих u, v. В цьому випадку геодезична кривина визначається співвідношенням [10, 11]

$$k_{геод.} = \frac{\sqrt{a_{11}a_{22}}}{[a_{11}(u')^2 + a_{22}(v')^2]^{3/2}} \left(u''v' - v''u' + Av' - Bu' \right) \tag{4}$$

де a_{11}, a_{22} − параметри першої квадратичної форми каналової поверхні; множники A, B виражаються через символи Крістофеля другого роду.

Нормальна кривина $k_{норм.}$, що використовується в (2), виражається через головні кривини k_1, k_2 поверхні за допомогою теореми Ейлера [10,11]. Відповідно до неї

$$k_{норм} = k_1 \cos^2 \theta + k_2 \sin^2 \theta \tag{5}$$

де θ - кут між напрямом кривої L і головним напрямом, на поверхні D, що відповідає головній кривині k_1.

Для вибраної орієнтації координатних ліній u, v на каналовій поверхні D кривина $k_2 = 1/a$, а кривина k_2 визначається геометрією осьової лінії поверхні і виражається через параметри її першої і другої квадратичних форм.

В якості прикладу розглянемо простий випадок, коли осьова лінія каналової поверхні є коло радіуса R, а сама поверхня являє собою тор, що визначається параметрами u, v в системі координат $oxyz$

$$X = a\sin v \qquad Y = R(1-\cos u) - a\cos v\cos u \qquad Z = R\sin u + a\cos v\sin u \tag{6}$$

Використовуючи рівняння (6) можна отримати вирази параметрів першої квадратичної форми

$$a_{11} = (R + a\cos v)^2\,, \quad a_{12} = 0\,, \qquad a_{22} = a^2 \tag{7}$$

а головні кривини

$$k_1 = \frac{\cos v}{R + a\cos v}\,, \qquad k_2 = \frac{1}{a}\,. \tag{8}$$

Співвідношення (6) − (8) дозволяють побудувати нелінійні розв'язувальні рівняння пружної рівноваги бурильної колони в свердловині з коловою осьовою лінією та моделювати її закритичне деформування.

Робота виконана в рамках держбюджетної теми 0112U000137 "Математичне моделювання процесів безаварійного буріння в сланцевих породах і в шельфових зонах морських акваторій".

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Гуляев В.И., Луговой П.З., Гайдайчук В.В., Соловьёв И.Л., Горбунович И.В. Анализ влияния длины вращающейся бурильной колонны на устойчивость её квазистатического равновесия // Прикладная механика. – 2007. – Т. 43, № 9. – С. 83 – 92.
2. Gulyayev V.I., Gaidaichuk V.V., Solovjov I.L., Gorbunovich I.V. The buckling of elongated rotating drill strings // Journal of Petroleum Science and Engineering. – 2009. –V. 46, № 2. – P. 140 – 148.
3. Mohiuddin M. A., Khan K., Abdulraheem A., Al-Majed A., Awall M.R. Analysis of wellbore instability in vertical, directional and horizontal wells using field data // Journal of Petroleum Science and Engineering. – 2006. – V. 55. – P. 83 – 92.
4. Gulyayev V.I., Khudoliy S.N., Andrusenko E.N. Sensitivity of resistance forces to localized geometrical imperfections in movement of drill strings in inclined bore-holes// Interaction and Multiscale Mech. – 2011. – 4, No. 1. – P. 1 – 16.
5. Андрусенко Е.Н., Гуляев В.И., Худолій С.Н. Изгиб бурильной колонны в криволинейной скважине с несовершенствами осевой линии.//Прикладная математика и механика. – 2012. – Т.76 №3, – с.459-468.
6. Brett J.F., Beckett A.D., Holt C.A., Smith D.L. Uses and limitations of drill string tension and torque models for monitoring hole conditions // SPE Drilling Engineering. – 1989. –№ 4. – P. 223 – 229.
7. Choe J., Schubert J.J., Juvkam-Wold H. C. Well-control analyses on extended-reach and multilateral trajectories // SPE Drilling and Completion. – 2005. – № 3. – P. 101 – 108.
8. Gulyayev V.I., Borshch E.I. Free vibrations of drill strings in hyper deep vertical bore-wells // Journal of Petroleum Science and Engineering. – 2011. – V. 78. – P. 759 – 764.
9. Гуляев В.И., Гайдайчук В.В., Кошкин В.Л. Упругое деформирование, устойчивость и колебания гибких криволинейных стержней. – К.: Наукова думка, 1992. – 44 с.
10. Гуляєв В.І., Горбунович І.В., Гловач Л. В. Елементи теорії поверхонь. – К.: Видавництво РВВ НТУ, 2011. – 239 с.
11. Погорелов А.В. Дифференциальная геометрия. – М.: Наука, 1974. – 176 с.

РЕФЕРАТ

Андрусенко О.М., Шлюнь Н.В. Геометричне моделювання геодезичних кривих на каналових поверхнях. / Олена Миколаївна Андрусенко, Наталія Володимирівна Шлюнь // Вісник НТУ − К.: НТУ − 2012. − Вип. 26.

В статті розглядається задача про визначення критичних станів бурильних колон в криволінійних свердловинах. Прийнято, що поверхня свердловини є каналовою поверхнею з криволінійною віссю і коловими поперечними перерізами. Аналізується зв'язок критичних станів колони з набуттям та втратою її осьової лінією геометрії геодезичної кривої.

Об'єкт дослідження − бурильні колони у каналах вертикальних та похилих свердловин.

Мета роботи − на основі загальної теорії гнучких криволінійних стержнів і методів теорії геодезичних кривих поставити задачу про пружне закритичне деформування бурильної колони у порожнинах надглибоких циліндричних свердловин. Провести дослідження цих ефектів для вертикальних та похилих бурильних колон.

Методи дослідження − бурильна колона ототожнювалася з наддовгим трубчастим стержнем. Математична модель квазістатичної поведінки бурильної колони до її контактної взаємодії зі стінкою свердловини будувалась у вигляді сингулярно збурених диференціальних рівнянь руху обертового наддовгого стержня в пружній постановці. Для аналізу геометрії бурильної колони використовуються методи теорії геодезичних кривих на поверхнях.

Результати статті можуть бути впроваджені в технології буріння глибоких свердловин.

Прогнозні припущення щодо розвитку об'єкта дослідження − пошук оптимальних режимів буріння.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: БУРИЛЬНА КОЛОНА, КРИВОЛІНІЙНА СВЕРДЛОВИНА, ГЕОДЕЗИЧНА КРИВА, КАНАЛОВА ПОВЕРХНЯ, ЗАКРИТИЧНЕ ДЕФОРМУВАННЯ.

ABSTRACT

Andrusenko E.N., Shlyun' N.V. Geometric simulation of geodesical curves on channel surfaces / Elena Andrusenko, Nataliya Shlyun' // Visnyk. − К.: NTU . – 2012. – Vol. 26.

The problem on determination of critical states of drill strings in curvilinear bore-holes is considered. It is assumed that the bore-hole surface represents a channel surface with curvilinear axis and circular cross-section. The correlation of the drill string with geodesical outline of its axial line is analysed.

Objects of study − drill strings in channels of vertical and inclined bore−holes.

Purpose − through the use of the theory of flexible curvilinear rods and the theory of geodesical curves to state the problem on elastic post−critical deforming of drill strings in cavities hyperdeep cylindrical bore−holes. To perform investigation of these effects for vertical and inclined bore−holes.

Method of study − the drill string is represented as a superlong tube rod. The mathematical model of quasistatic behavior of the drill strings at its contact interaction with the bore−hole wall is constructed in the form of singularly perturbed differential equations of the rotating rod motion. For analysis of the drill string geometry the method of the theory of the geodesical curves are used.

The results of the article can be inculcated in technologies of deep bore−hole drilling.

Forecast assumptions about the object of study − the search of optimal regimes of drilling.

KEYWORDS: DRILL STRINGS, CURVILINEAR BORE−HOLE, GEODESICAL CURVE, CHANNEL SURFACE, POST−CRITICAL DEFORMING.

РЕФЕРАТ

Андрусенко А.Н., Шлюнь Н.В. Геометрическое моделирование геодезических кривых на каналовых поверхностях. / Елена Николаевна Андрусенко, Наталия Владимировна Шлюнь // Вестник НТУ − К.: НТУ – 2012. − Вып. 26.

В статье рассматривается задача об определении критических состояний бурильных колонн в криволинейных скважинах. Принято, что поверхность скважины является каналовой поверхностью с криволинейной осью и круговыми поперечными сечениями. Анализируется связь критических состояний колонны с приобретением и потерей ее осевой линией геометрии геодезической кривой.

Объект исследования − бурильные колонны в каналах вертикальных и наклонных скважин.

Цель работы − на основе общей теории гибких криволинейных стержней и методов теории геодезических кривых поставить задачу об упругом закритическом деформировании бурильной колонны в полостях сверхглубоких цилиндрических скважин. Провести исследование этих эффектов для вертикальных и наклонных бурильных колонн.

Методы исследования − бурильная колонна отождествлялась со сверхдлинным трубчатым стержнем. Математическая модель квазистатического поведения бурильной колонны при ее контактном взаимодействии со стенкой скважины строилась в виде сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений движения вращающегося сверхдлинного стержня в упругой постановке. Для анализа геометрии бурильной колонны используются методы теории геодезических кривых на поверхностях.

Результаты статьи могут быть внедрены в технологии бурения глубоких скважин.

Прогнозные предположения о развитии объекта исследования − поиск оптимальных режимов бурения.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: БУРИЛЬНАЯ КОЛОННА, КРИВОЛИНЕЙНАЯ СКВАЖИНА, ГЕОДЕЗИЧЕСКАЯ КРИВАЯ, КАНАЛОВАЯ ПОВЕРХНОСТЬ, ЗАКРИТИЧЕСКОЕ ДЕФОРМИРОВАНИЕ.

УДК 539.3

НЕГОЛОНОМНЕ КОЧЕННЯ ЕЛІПСОЇДНОГО ТІЛА ПО ШОРСТКІЙ ПЛОЩИНІ

Борщ О.І., кандидат технічних наук,
Шевчук Л.В.

Постановка проблеми.

Однією з основних труднощів, що перешкоджає удосконаленню процесів буріння глибоких нафтових і газових свердловин є можливість появи нештатних ситуацій [1,2], які викликані критичними станами квазістатичної рівноваги і коливань бурильної колони (БК). Серед них найбільш складним механізмом володіють згині коливання низу БК, які обумовлені дією на долото змінних з часом нормальних і дотичних сил контактної і фрикційної взаємодії долота зі стінкою свердловини [3,4]. В цьому випадку геометричний центр долота починає рухатися навколо осьової лінії свердловини, обганяючи або відстаючи від обертального руху самої колони. У роботах [6,8,9]