УДК 539.3
UDC 539.3

ЗАСТОСУВАННЯ ПАРАБОЛІЧНОЇ АПРОКСИМАЦІЇ В НАПІВАНАЛІТИЧНОМУ МЕТОДІ СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ ПРИ РОЗРАХУНКУ ОСЕСИМЕТРИЧНИХ ЦИЛІНДРИЧНИХ ОБОЛОНОК

Марчук О.В., доктор технічних наук, Національний транспортний університет, Київ, Україна
Рассказов О.О., доктор технічних наук, Національний транспортний університет, Київ, Україна
Гнєдаш С.В., Національний транспортний університет, Київ, Україна

THE USE OF PARABOLIC APPROXIMATION IN SEMI-ANALYTICAL METHOD OF FINAL ELEMENTS FOR THE CALCULATION OF THE AXISYMMETRIC CYLINDRICAL SHELLS

Marchuk A.V., Ph.D., National Transport University, Kyiv, Ukraine
Rasskazov A.O., Ph.D., National Transport University, Kyiv, Ukraine
Gnedash S.V., National Transport University, Kyiv, Ukraine

ПРИМЕНЕНИЕ ПАРАБОЛИЧЕСКОЙ АППРОКСИМАЦИИ В ПОЛУАНАЛИТИЧЕСКОМ МЕТОДЕ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ПРИ РАСЧЕТЕ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК

Марчук О.В., доктор технических наук, Национальный транспортный университет, Киев, Украина
Рассказов А.О., доктор технических наук, Национальный транспортный университет, Киев, Украина
Гнедаш С.В., Национальный транспортный университет, Киев, Украина

Зростання можливостей сучасної обчислювальної техніки і відповідних засобів програмування приводить до можливості застосування чисельно-аналітичних методів для дослідження конструкцій, які знаходяться в істотно тривимірному напружено-деформованому стані. Зокрема широко розвиваються різні схеми напіваналітичного методу скінченних елементів [1-3].

В цьому повідомлені розроблено варіант напіваналітичного методу скінченних елементів для розрахунку циліндричних оболонок при просторовому осесиметричному напружено-деформованому стані.

Компоненти тензора деформацій для осесиметричної деформації визначаємо на основі наступних співвідношень:

$$e_{xx}^{(k)} = \frac{\partial U_x^{(k)}}{\partial x}; \; e_{\theta\theta}^{(k)} = \frac{1}{r} U_r^{(k)}; \; e_{rr}^{(k)} = \frac{\partial U_r^{(k)}}{\partial r}; \; 2e_{xr}^{(k)} = \frac{\partial U_x^{(k)}}{\partial r} + \frac{\partial U_r^{(k)}}{\partial x}. \tag{1}$$

Рівняння рівноваги k-того шару оболонки в змішаній формі мають вигляд [4] :

$$\begin{gathered}
\frac{\partial U_x^{(k)}}{\partial r} + \frac{\partial U_r^{(k)}}{\partial x} - \sigma_{xr,x}^{(k)} / G_{xr}^{(k)} = 0; \\
B_{xr}^{(k)} \frac{\partial U_x^{(k)}}{\partial x} + \frac{\partial U_r^{(k)}}{\partial r} + B_{\theta r}^{(k)} \frac{1}{r} U_r^{(k)} - B_{rr}^{(k)} \sigma_{rr}^{(k)} = 0; \\
B_{xx}^{(k)} \frac{\partial^2 U_x^{(k)}}{\partial x^2} + B_{x\theta}^{(k)} \frac{1}{r} \frac{\partial U_r^{(k)}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xr}^{(k)}}{\partial r} + \frac{1}{r} \sigma_{xr}^{(k)} + B_{xr}^{(k)} \frac{\partial \sigma_{rr}^{(k)}}{\partial x} - \rho \frac{\partial^2 U_x^{(k)}}{\partial t^2} = 0; \\
B_{\theta x}^{(k)} \frac{1}{r} \frac{\partial U_x^{(k)}}{\partial x} + B_{\theta\theta}^{(k)} \frac{1}{r^2} U_r^{(k)} + \frac{\partial \sigma_{xr}^{(k)}}{\partial x} - \frac{\partial \sigma_{rr}^{(k)}}{\partial r} + B_{\theta r}^{(k)} \frac{1}{r} \sigma_{rr}^{(k)} - \frac{1}{r} \sigma_{rr}^{(k)} - \rho \frac{\partial^2 U_r^{(k)}}{\partial t^2} = 0,
\end{gathered} \tag{2}$$

где $B_{xx}^{(k)} = \frac{E_x^{(k)}}{(1-\nu_{x\theta}^{(k)}\nu_{\theta x}^{(k)})}$; $B_{\theta\theta}^{(k)} = \frac{E_\theta^{(k)}}{(1-\nu_{x\theta}^{(k)}\nu_{\theta x}^{(k)})}$; $B_{x\theta}^{(k)} = B_{xx}^{(k)}\nu_{\theta x}^{(k)}$; $B_{\theta x}^{(k)} = B_{\theta\theta}^{(k)}\nu_{x\theta}^{(k)}$;

$$B_{xr}^{(k)}=\frac{(\nu_{rx}^{(k)}+\nu_{r\theta}^{(k)}\nu_{\theta x}^{(k)})E_x^{(k)}}{(1-\nu_{x\theta}^{(k)}\nu_{\theta x}^{(k)})E_r^{(k)}};\quad B_{\theta r}^{(k)}=\frac{(\nu_{r\theta}^{(k)}+\nu_{rx}^{(k)}\nu_{x\theta}^{(k)})E_\theta^{(k)}}{(1-\nu_{x\theta}^{(k)}\nu_{\theta x}^{(k)})E_r^{(k)}};$$

$$B_{rr}^{(k)}=\frac{1}{E_r^{(k)}}-\frac{\nu_{xr}^{(k)}B_{xr}^{(k)}}{E_x^{(k)}}-\frac{\nu_{\theta r}^{(k)}B_{\theta r}^{(k)}}{E_\theta^{(k)}}.$$

Подовжні і окружні напруження знаходимо із закону Гука

$$\sigma_{xx}^{(k)}=B_{xx}^{(k)}\frac{\partial U_x^{(k)}}{\partial x}+B_{x\theta}^{(k)}\frac{1}{r}U_r^{(k)}+B_{xr}^{(k)}\sigma_{rr}^{(k)};$$

$$\sigma_{\theta\theta}^{(k)}=B_{\theta x}^{(k)}\frac{\partial U_x^{(k)}}{\partial x}+B_{\theta\theta}^{(k)}\frac{1}{r}U_r^{(k)}+B_{\theta r}^{(k)}\sigma_{rr}^{(k)}. \qquad (3)$$

Введемо наступну апроксимацію шуканих функцій переміщень і напружень в плані j-того кінцевого елемента:

$$U_x^{(k)}(x,r,t)=\varphi_j(x)v_j^{(k)}(r)+\varphi_{j+1}(x)v_{j+1}^{(k)}(r)+\varphi_{j+2}(x)v_{j+2}^{(k)}(r);$$

$$U_r^{(k)}(x,r,t)=\varphi_j(x)w_j^{(k)}(r)+\varphi_{j+1}(x)w_{j+1}^{(k)}(r)+\varphi_{j+2}(x)w_{j+2}^{(k)}(r);$$

$$\sigma_{xr}^{(k)}(x,r,t)=\varphi_j(x)\tau_j^{(k)}(r)+\varphi_{j+1}(x)\tau_{j+1}^{(k)}(r)+\varphi_{j+2}(x)\tau_{j+2}^{(k)}(r);$$

$$\sigma_{rr}^{(k)}(x,r,t)=\varphi_j(x)\sigma_j^{(k)}(r)+\varphi_{j+1}(x)\sigma_{j+1}^{(k)}(r)+\varphi_{j+2}(x)\sigma_{j+2}^{(k)}(r), \qquad (4)$$

де $\varphi_j(x)=1-\frac{3x}{a}+\frac{2x^2}{a^2}$, $\varphi_{j+1}(x)=\frac{4x}{a}-\frac{4x^2}{a^2}$, $\varphi_{j+2}(x)=-\frac{x}{a}+\frac{2x^2}{a^2}$ a —довжина скінченного елемента; $v_j^{(k)}(r)$, $w_j^{(k)}(r)$, $\tau_j^{(k)}(r)$, $\sigma_j^{(k)}(r)$ — шукані функції розподілу переміщень і напружень в j-му вузлі (координата x направлена уздовж оболонки).

Відома процедура Бубнова-Галеркина [5,6] з використанням формули інтегрування по частинах для третього рівняння з метою пониження порядку похідних і урахуванням для напружень $\sigma_{xx}^{(k)}$ (3), що надає можливість використовувати для апроксимації шуканих функцій прості лінійні поліноми (4), дозволяє перетворити рівняння рівноваги таким чином:

$$\sum_{j=1}^{e}\int_{x_j}^{x_{j+1}}\{[\varphi_j(x)\frac{\partial v_j^{(k)}(r)}{\partial r}+\varphi_{j+1}(x)\frac{\partial v_{j+1}^{(k)}(r)}{\partial r}+\varphi_{j+2}(x)\frac{\partial v_{j+2}^{(k)}(r)}{\partial r}]+$$
$$+[\frac{\partial\varphi_j(x)}{\partial x}w_j^{(k)}(r)+\frac{\partial\varphi_{j+1}(x)}{\partial x}w_{j+1}^{(k)}(r)+\frac{\partial\varphi_{j+2}(x)}{\partial x}w_{j+2}^{(k)}(r)]-$$
$$-[\frac{\partial\varphi_j(x)}{\partial x}\tau_j^{(k)}(r)+\frac{\partial\varphi_{j+1}(x)}{\partial x}\tau_{j+1}^{(k)}(r)+\frac{\partial\varphi_{j+2}(x)}{\partial x}\tau_{j+2}^{(k)}(r)]/G_{xr}^{(k)}\}\varphi_p(x)dx=0;$$

$$\sum_{j=1}^{e}\int_{x_j}^{x_{j+1}}\{[\frac{\partial\varphi_j(x)}{\partial x}v_j^{(k)}(r)+\frac{\partial\varphi_{j+1}(x)}{\partial x}v_{j+1}^{(k)}(r)+\frac{\partial\varphi_{j+2}(x)}{\partial x}v_{j+2}^{(k)}(r)]B_{xr}^{(k)}+$$
$$+[\varphi_j(x)\frac{\partial w_j^{(k)}(r)}{\partial r}+\varphi_{j+1}(x)\frac{\partial w_{j+1}^{(k)}(r)}{\partial r}+\varphi_{j+2}(x)\frac{\partial w_{j+2}^{(k)}(r)}{\partial r}]+$$
$$+[\varphi_j(x)w_j^{(k)}(r)+\varphi_{j+1}(x)w_{j+1}^{(k)}(r)+\varphi_{j+2}(x)w_{j+2}^{(k)}(r)]\frac{1}{r^{(k)}}B_{\theta r}^{(k)}-$$
$$-[\varphi_j(x)\sigma_j^{(k)}(r)+\varphi_{j+1}(x)\sigma_{j+1}^{(k)}(r)+\varphi_{j+2}(x)\sigma_{j+2}^{(k)}(r)]B_{rr}^{(k)}\}\varphi_p(x)dx=0;$$

$$\sum_{j=1}^{e} - \int_{x_j}^{x_{j+1}} \{ [\frac{\partial \varphi_j(x)}{\partial x} v_j^{(k)}(r) + \frac{\partial \varphi_{j+1}(x)}{\partial x} v_{j+1}^{(k)}(r) + \frac{\partial \varphi_{j+2}(x)}{\partial x} v_{j+2}^{(k)}(r)] B_{xx}^{(k)} +$$

$$+ [\varphi_j(x) w_j^{(k)}(r) + \varphi_{j+1}(x) w_{j+1}^{(k)}(r) + \varphi_{j+2}(x) w_{j+2}^{(k)}(r)] \frac{1}{r^{(k)}} B_{x\theta}^{(k)} +$$

$$+ [\varphi_j(x) \sigma_j^{(k)}(r) + \varphi_{j+1}(x) \sigma_{j+1}^{(k)}(r) + \varphi_{j+2}(x) \sigma_{j+2}^{(k)}(r)] B_{xr}^{(k)} \} \frac{\partial \varphi_p(x)}{\partial x} dx + \sigma_{xx}^{(k)} \varphi_p(x) \Big|_0^L +$$

$$+ \sum_{j=1}^{e} \int_{x_j}^{x_{j+1}} \{ [\varphi_j(x) \frac{\partial \tau_j^{(k)}(r)}{\partial r} + \varphi_{j+1}(x) \frac{\partial \tau_{j+1}^{(k)}(r)}{\partial r} + \varphi_{j+2}(x) \frac{\partial \tau_{j+2}^{(k)}(r)}{\partial r}] +$$

$$+ [\varphi_j(x) \tau_j^{(k)}(r) + \varphi_{j+1}(x) \tau_{j+1}^{(k)}(r) + \varphi_{j+2}(x) \tau_{j+2}^{(k)}(r)] \frac{1}{r^{(k)}} +$$

$$+ [\varphi_j(x) v_j^{(k)}(r) + \varphi_{j+1}(x) v_{j+1}^{(k)}(r) + \varphi_{j+2}(x) v_{j+2}^{(k)}(r)] \} \varphi_p(x) dx = 0;$$

$$\sum_{j=1}^{e} - \int_{x_j}^{x_{j+1}} \{ [\frac{\partial \varphi_j(x)}{\partial x} v_j^{(k)}(r) + \frac{\partial \varphi_{j+1}(x)}{\partial x} v_{j+1}^{(k)}(r) + \frac{\partial \varphi_{j+2}(x)}{\partial x} v_{j+2}^{(k)}(r)] \frac{1}{r^{(k)}} B_{\theta x}^{(k)} +$$

$$+ [\varphi_j(x) w_j^{(k)}(r) + \varphi_{j+1}(x) w_{j+1}^{(k)}(r) + \varphi_{j+2}(x) w_{j+2}^{(k)}(r)] \frac{1}{(r^{(k)})^2} B_{\theta\theta}^{(k)} +$$

$$+ [\frac{\partial \varphi_j(x)}{\partial x} \tau_j^{(k)}(r) + \frac{\partial \varphi_{j+1}(x)}{\partial x} \tau_{j+1}^{(k)}(r) + \frac{\partial \varphi_{j+2}(x)}{\partial x} \tau_{j+2}^{(k)}(r)] -$$

$$- [\varphi_j(x) \frac{\partial \sigma_j^{(k)}(r)}{\partial r} + \varphi_{j+1}(x) \frac{\partial \sigma_{j+1}^{(k)}(r)}{\partial r} + \varphi_{j+2}(x) \frac{\partial \sigma_{j+2}^{(k)}(r)}{\partial r}] +$$

$$+ [\varphi_j(x) \sigma_j^{(k)}(r) + \varphi_{j+1}(x) \sigma_{j+1}^{(k)}(r) + \varphi_{j+2}(x) \sigma_{j+2}^{(k)}(r)] (B_{\theta r}^{(k)} - 1) \frac{1}{r^{(k)}} +$$

$$+ [\varphi_j(x) w_j^{(k)}(r) + \varphi_{j+1}(x) w_{j+1}^{(k)}(r) + \varphi_{j+2}(x) w_{j+2}^{(k)}(r)] \rho^{(k)} \} \varphi_p(x) dx = 0;$$

$$(p = j, j+1, j+2) \qquad (5)$$

В рівняннях (5) можна виділити рівняння рівноваги кожного окремого скінченного елемента

$$\begin{bmatrix} [k_{00}]\frac{\partial}{\partial r} & [k_{01}] & -[k_{00}]/G_{xr}^{(k)} & [0] \\ [k_{01}]B_{xr}^{(k)} & [k_{00}]\frac{\partial}{\partial r} + [k_{00}]\frac{1}{r^{(k)}} B_{\theta r}^{(k)} & [0] & -[k_{00}]B_{rr}^{(k)} \\ -[k_{11}]B_{xx}^{(k)} + [k_{00}] & -[k_{10}]\frac{1}{r^{(k)}} B_{x\theta}^{(k)} & [k_{00}]\frac{\partial}{\partial r} + [k_{00}]\frac{1}{r^{(k)}} & -[k_{10}]B_{xr}^{(k)} \\ -[k_{01}]\frac{1}{r^{(k)}} B_{\theta x}^{(k)} & -[k_{00}](\frac{1}{(r^{(k)})^2} B_{\theta\theta}^{(k)}) & -[k_{10}] & [k_{00}]\frac{\partial}{\partial r} - [k_{00}]\frac{1}{r^{(k)}} (B_{xr}^{(k)} - 1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{v^{(k)}(r)\} \\ \{w^{(k)}(r)\} \\ \{\tau^{(k)}(r)\} \\ \{\sigma^{(k)}(r)\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \qquad (6)$$

$$\text{де } [k_{00}] = \begin{bmatrix} \frac{2l}{15} & \frac{l}{15} & \frac{-l}{30} \\ \frac{l}{15} & \frac{8l}{15} & \frac{l}{15} \\ \frac{-l}{30} & \frac{l}{15} & \frac{2l}{15} \end{bmatrix}; \ [k_{10}] = \begin{bmatrix} \frac{-1}{2} & \frac{-2}{3} & \frac{1}{6} \\ \frac{2}{3} & 0 & \frac{-2}{3} \\ \frac{1}{6} & \frac{2}{3} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}; \ [k_{11}] = \begin{bmatrix} \frac{7}{3l} & \frac{-8}{3l} & \frac{1}{3l} \\ \frac{-8}{3l} & \frac{16}{3l} & \frac{-8}{3l} \\ \frac{1}{3l} & \frac{-8}{3l} & \frac{7}{3l} \end{bmatrix};$$

$$[k_{01}] = [k_{10}]^T; \ \{v^{(k)}\}^T = \{ v_j^{(k)}(r), v_{j+1}^{(k)}(r), v_{j+2}^{(k)}(r) \}; \ \{w^{(k)}\}^T = \{ w_j^{(k)}(r), w_{j+1}^{(k)}(r), w_{j+2}^{(k)}(r) \};$$

$$\{\tau^{(k)}\}^T = \{ \tau_j^{(k)}(r), \tau_{j+1}^{(k)}(r), \tau_{j+2}^{(k)}(r) \}; \ \{\sigma^{(k)}\}^T = \{ \sigma_j^{(k)}(r), \sigma_{j+1}^{(k)}(r), \sigma_{j+2}^{(k)}(r) \}.$$

Розв’язання системи (6) з урахуванням крайових граничних умов матиме наступний вигляд:

$$\begin{bmatrix} \{v_{j1}^{(k)}\} \\ \{w_{j2}^{(k)}\} \\ \{\tau_{j3}^{(k)}\} \\ \{\sigma_{j4}^{(k)}\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_{j1}^{(k)}(1),...,\mu_{j1}^{(k)}(j),...,\mu_{j1}^{(k)}(J) \\ \mu_{j2}^{(k)}(1),...,\mu_{j2}^{(k)}(j),...,\mu_{j2}^{(k)}(J) \\ \mu_{j3}^{(k)}(1),...,\mu_{j3}^{(k)}(j),...,\mu_{j3}^{(k)}(J) \\ \mu_{j4}^{(k)}(1),...,\mu_{j4}^{(k)}(j),...,\mu_{j4}^{(k)}(J) \end{bmatrix} \left[C^{(k)}\right], \tag{7}$$

де $\left\{v_{j1}^{(k)}(r)\right\}^T = \left\{...,v_{j1}^{(k)}(r),...\right\}$; $\left\{w_{j2}^{(k)}(r)\right\}^T = \left\{...,w_{j2}^{(k)}(r),...\right\}$;

$\left\{\tau_{j3}^{(k)}(r)\right\}^T = \left\{...,\tau_{j3}^{(k)}(r),...\right\}$; $\left\{\sigma_{j4}^{(k)}(r)\right\}^T = \left\{...,\sigma_{j4}^{(k)}(r),...\right\}$;

$\left[C^{(k)}\right]^T = \left[C_1^{(k)} e^{r\beta_1^{(k)}},...,C_j^{(k)} e^{r\beta_j^{(k)}},...,C_J^{(k)} e^{r\beta_J^{(k)}}\right]$; J — загальна кількість шуканих функцій в шарі; $\beta_j^{(k)}$ — корені характеристичного рівняння розрахункової системи диференціальних рівнянь, які можуть бути комплексними; $\mu_{j1}^{(k)}(j), \mu_{j2}^{(k)}(j), \mu_{j3}^{(k)}(j), \mu_{j4}^{(k)}(j)$ — її власні вектори; $C_j^{(k)}$ — постійні інтегрування, визначувані з умов контакту шарів і умов на лицьових поверхнях в кожному вузлі різницевої сітки .

Розглянемо збіжність пропонованої напіваналітичної методики на прикладі одношарової композитної оболонки з наступними физико-механічними характеристиками: $E_x^{(1)} / E_\theta^{(1)} = 30/1$; $E_\theta^{(1)} = E_r^{(1)}$; $G_{x\theta}^{(1)} / E_r^{(1)} = 0.6/1$; $G_{\theta r}^{(1)} / E_r^{(1)} = 0.3/1$; $G_{xr}^{(1)} = G_{x\theta}^{(1)}$; $\nu_{x\theta}^{(1)} = \nu_{xr}^{(1)} = \nu_{\theta r}^{(1)} = 0.25$; $l/h = 10$; $h/R = 1/5$. Опирання на контурі шарнірно-рухоме. Оболонка навантажена на зовнішньому поверхні локальним нормальним рівномірно-розподіленим навантаженням. Зона навантаження дорівнює товщині оболонки, координата центру навантаження знаходиться в середині оболонки ($x = l/2$).

Розглядається половина оболонки. Результати розрахунку на зовнішніх поверхнях оболонки ($\sigma'_{xx} = \sigma_{xx}(l/2,r)/q_r$ $\sigma'_{\theta\theta} = \sigma_{\theta\theta}(l/2,r)/q_r$) при різному розподілі на скінченні елементи представлені в таблиці 1. Розв'язання, отримані на основі системи рівнянь (5) з параболічною апроксимацією , позначені М1, на підставі лінійної апроксимації [2] — М2, розв'язання в рядах [4] позначені М3.

Таблиця 1 – Результати розрахунку при розподілі на скінченні елементи

Количество к.э.		20	50	100	М3
σ'_{xx}	М1	7.5488 -10.5325	7.6145 -10.3114	7.6353 -10.3144	7.9945 -9.7594
	М2	7.7884 -9.7587	7.9603 -9.7829	7.9859 -9.7935	
Количество к.э.		20	50	100	М3
$\sigma'_{\theta\theta}$	М1	-0.9569 -1.2130	-0.9536 -1.2077	-0.9534 -1.2075	-0.9461 -1.1991
	М2	-0.9453 -1.1969	-0.9460 -1.2008	-0.9460 -1.2009	

Видно, що кращі результати надає лінійна апроксимація.

Таким чином, в напіваналітичному методі скінченних елементів більш доцільною є застосування лінійної апроксимації шуканих функцій у плані конструкції.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Баженов В.А., Гуляр А.И., Сахаров А.С., Топор А.Г. Полуаналитический метод конечных элементов в механике деформируемых тел. К., НИИ СМ, 1993, с.376

2. Марчук А.В., Пискунов В.Г. Расчет слоистых конструкций полуаналитическим методом конечных элементов. Механика композитных материалов, 1997, 33, №6, с.781–785.

3. Марчук А.В., Пискунов В.Г. Применение полуаналитического метода конечных элементов для решения задач устойчивости слоистых конструкций с отслоениями. Механика композиционных материалов и конструкций, 1998, 4, №3, с.3–8.

4. Марчук А.В., Ильченко Я.Л., Гнедаш С.В. Анализ напряженно-деформированного состояния толстых цилиндрических оболочек // Прикладная механика. –2011.–Т47, №4, с.119-126.

5. Норри Д., де Фриз Ж. Введение в метод конечных элементов. М.,Мир, 1981, с.304

6. О. Зенкевич, К. Морган Конечные элементы и аппроксимация. М.,Мир, 1986, с.318

REFERENCES

1. Bazhenov V. A., Gulyar A. I., Sakharov A. S., Topor A. G. Semi Analytical Finale elements method in the mechanics of deformable solids. K., NII SM, 1993, p. 376. (Rus)

2. Marchuk A.V., Piskunov V. G., Calculation of layered structures semi analytic finale element method. Mechanics of Composite Materials, 1997, 33, № 6, p.781-785. (Rus)

3. Marchuk A.V., Piskunov V.G., Application of semianalytical finale elements method for solving the stability of layered structures with delamination. Mechanics of Composite Materials and Structures, 1998, 4, № 3, p.3-8. (Rus)

4. Marchuk A.V., Il'chenko J. L., Gnedash S. V., Analysis of stress-strain state of thick cylindrical shells / / Journal of Applied Mechanics. – 2011.- T47, № 4, p.119-126. (Rus)

5. Norrie D., de Vries J., Introduction to finale elements method. M, World , 1981, p. 304 (Rus)

6. O. Zienkiewicz, K. Morgan, Finale elements and approximation. M, World, 1986, p. 318. (Rus)

РЕФЕРАТ

Марчук О.В. Застосування параболічної апроксимації в напіваналітичному методі скінченних елементів при розрахунку осесиметричних циліндричних оболонок. / О.В. Марчук, О.О. Рассказов, С.В. Гнєдаш // Вісник Національного транспортного університету. — К. : НТУ, 2013. — Вип. 28.

В останні роки широкого розповсюдження набули різні схеми чисельно – аналітичних методів. Одним з таких методів є напіваналітичний метод скінченних елементів. Відомі схеми цього методу використовують апроксимацію по одній з координат рядами, найчастіше рядом Фур'є. По інших координатах застосовується апроксимація поліномами. В статті побудований підхід до розрахунку циліндричних оболонок в умовах осесиметричного згину напіваналітичним методом скінченних елементів, в якому по утворюючій застосовується параболічна апроксимація, а розподіл шуканих функцій за товщиною розшукується шляхом аналітичного розв'язання відповідної системи диференціальних рівнянь.

Проведено порівняльний аналіз запропонованої методики з раніше розробленим методом з лінійною апроксимацією шуканих функцій. Виявлено недоцільність підвищення порядку апроксимації. Варіант метода з застосуванням лінійної апроксимації працює краще.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: АПРОКСИМАЦІЯ, ЦИЛІНДРИЧНІ ОБОЛОНКИ, НАПІВАНАЛІТИЧНИЙ МЕТОД, СКІНЧЕННІ ЕЛЕМЕНТИ, ОСЕСИМЕТРИЧНИЙ ЗГИН

ABSTRACT

Marchuk A. V., Rasskazov A. O., Gnedash S. V. The use of parabolic approximation in semi – analytical method of finale elements for the calculation of the axisymmetric cylindrical shells. Visnyk National Transport University. – Kyiv. National Transport University. 2013. – Vol. 28.

In recent years, various schemes of numerical – analytical methods have become widespread. One of such methods is semi-analytical final element method. Well-known schemes of this method use the approximation of coordinate rows, generally Fourier series. Other coordinates are approximated by polynomials. The article is built on the approach of cylindrical shells calculation in the conditions of an axisymmetric bend with semi-analytical finale element method, in which the parabolic approximation is applied to the generatix, and required functions distribution on thickness is searched with the analytical solution of the differential equations corresponding system.

A comparative analysis of the proposed methodology has been made to the previously developed method of linear approximation of required functions. The improvement of approximation order has been found inexpedient. The method of using linear approximation is more suitable.

KEYWORDS: APPROXIMATION, CYLINDRICAL SHELL, SEMI-ANALYTICAL METHOD, FINALE ELEMENTS, AXISYMMETRICAL BENDING

РЕФЕРАТ

Марчук А.В. Применение параболической аппроксимации в полуаналитическом методе конечних элементов при расчёте осесимметричных цилиндрических оболочек. / А.В. Марчук, А.О.

Рассказов, С.В. Гнедаш // Вестник Национального транспортного университета. — К. : НТУ, 2013. — Вып. 28.

В последние годы широкое распространение получили различные схемы численно-аналитических методов. Одним из таких методов является полуаналитический метод конечных элементов. Известные схемы этого метода используют аппроксимацию по одной из координат рядами, чаще всего рядом Фурье. По другим координатам применяется аппроксимация полиномами. В статье построен подход к расчета цилиндрических оболочек в условиях осесимметричного изгиба полуаналитическим методом конечных элементов, в котором по образующей применяется параболическая аппроксимация, а распределение искомых функций по толщине разыскивается путем аналитического решения соответствующей системы дифференциальных уравнений.

Проведен сравнительный анализ предложенной методики с ранее разработанным методом с линейной аппроксимацией искомых функций. Выявлена нецелесообразность повышения порядка аппроксимации. Вариант метода с применением линейной аппроксимации работает лучше.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: АППРОКСИМАЦИЯ, ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ ОБОЛОЧКИ, ПОЛУАНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД, КОНЕЧНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ, ОСЕСИММЕТРИЧНЫЙ ИЗГИБ

АВТОРИ:

Рассказов Олександр Олегович, доктор технічних наук, професор, професор кафедри теоретичної та прикладної механіки, (044) 286-38-89.

Марчук Олександр Васильович, доктор технічних наук, доцент, професор кафедри опір матеріалів та машинознавства, (044) 280-43-68.

Гнєдаш Сергій Вікторович, спеціаліст, аспірант кафедри опір матеріалів та машинознавства, (044) 280-43-68.

AUTHOR:

Rasskazov Alexander O., Ph.D., professor, professor department of theoretical and applied mechanics, (044) 286-38-89.

Marchuk Alexander V., Ph.D., associate professor, professor department of mechanical engineering and strength of materials, (044) 280-43-68.

Gnedash Sergey V., specialist, postgraduate department of mechanical engineering and strength of materials, (044) 280-43-68.

АВТОРЫ:

Рассказов Александр Олегович, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры теоретической и прикладной механики, (044) 286-38-89.

Марчук Александр Васильевич, доктор технических наук, доцент, профессор кафедры сопротивления материалов и машиноведения, (044) 280-43-68.

Гнедаш Сергей Викторович, специалист, аспирант кафедры сопротивления материалов и машиноведения, (044) 280-43-68.

РЕЦЕНЗЕНТИ:

Піскунов Вадим Георгієвич, доктор технічних наук, професор, зав. кафедри опір матеріалів та машинознавства, 280-43-68.

Григоренко Ярослав Михайлович, доктор технічних наук, професор, академік НАН України

REVIEWER:

Piskunov Vadim Georgievich, Ph.D., professor, head of department of resistance of materials and engineering science, 280-43-68.

Grigorenko Yaroslav Mihaylovich, Ph.D., professor, academician of NAS of Ukraine