

УДК 532.543:519.226.2

Яковлева О. М., старший викладач, Рябенко О. А., д.т.н., професор (Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне)

ПОБУДОВА КРИВОЇ СПАДУ ПОТОКІВ ІЗ ПЛАВНОЗМІННИМ НЕРІВНОМІРНИМ УСТАЛЕНИМ РУХОМ З ВИКОРИСТАННЯМ ПРИВЕДЕНОГО ЗАКОНУ ЗМІНИ МОДУЛЯ ВИТРАТ

Пропонується аналітичне рівняння для розрахунку координат вільної поверхні потоків з усталеним нерівномірним рухом з горизонтальним похилом. Приведені результати розрахунків за аналітичним методом на основі приведеного закону зміни модуля витрат та за рівняннями інших авторів порівнюються з натурними замірами.

Ключові слова: нерівномірний плавно змінний усталений рух, безнапірні водоводи, крива вільної поверхні, рівняння нерівномірного руху.

Нерівномірний плавно змінний усталений рух потоку часто спостерігається в підвідних і відвідних безнапірних енергетичних водоводах при подачі розрахункових витрат до агрегатів ГЕС, ГАЕС і НС. При чому втрати напору в таких водоводах впливають на основні технічні характеристики гідроенергетичних об'єктів, до складу яких вони входять, а саме потужність і виробіток електроенергії. Для оцінки втрат напору в безнапірній деривації необхідно дослідити форму кривої вільної поверхні потоку. Остаточно, визначення величини втрат напору у водоводах гідроенергетичних установок (ГЕУ) розглядається як оптимізаційна задача, що полягає у визначенні оптимальних розмірів водоводу, які при мінімальних затратах ресурсів на їх зведення забезпечують максимальну потужність і виробіток ГЕУ [1].

Для безнапірних енергетичних водоводів втрати напору, що виникають при проходженні розрахункової витрати водоводом, визначаються як

$$h_w = \left(\frac{2gL}{C^2 R} + \sum \zeta_{\text{місц}} \right) \frac{v^2}{2g} = \frac{2gL}{C^2 R} K_m \cdot \frac{v^2}{2g}, \quad (1)$$

де $\frac{2g}{C^2 R}$ – коефіцієнт втрат напору по довжині; $\sum \zeta_{\text{місц}}$ – сума коефіцієнтів

ентів усіх місцевих опорів; L – довжина водоводу; K_m – коефіцієнт, що враховує збільшення втрат напору по довжині за рахунок місцевих опорів. Так як витрати агрегатів ГЕУ змінюються в діапазоні регулювання від Q_{min} до Q_{max} , то визначення втрат напору полягає у розрахунку кривої зв'язку $h_w=f(Q)$, яка, в свою чергу, визначається за координатами вільної поверхні потоку.

В даній статті розглядається випадок побудови кривої вільної поверхні потоку з нерівномірним плавно змінним усталеним рухом у водоводі з горизонтальним дном ($i=0$). В [2, 3] приведені аналітичні рівняння для випадку водоводів з прямим похилом дна ($i>0$), отриманні на основі розв'язку диференціального рівняння нерівномірного руху з використанням приведеного закону зміни модуля витрат

$$K^2 = K_B^2(1 - \cos u), \quad (2)$$

де K_B – базисний модуль витрати (модуль витрати, який відповідає базисній глибині h_B ; u – відносна приведена глибина потоку

$$u = \frac{h_{np}}{h_{B,np}} \cdot \frac{\pi}{2} = \frac{h + \Delta h}{h_B + \Delta h} \cdot \frac{\pi}{2}; \quad (3)$$

Δh – постійна поправка до глибини.

Диференційне рівняння нерівного руху для випадку $i=0$ має вигляд [4, 5, 6]

$$\frac{dh}{ds} = -\frac{I}{x_\kappa^2 - j_\kappa} i_\kappa, \quad (4)$$

де h – глибина потоку в створі, що розглядається; s – відстань до розрахункового створу від початкового створу; i – похил дна водоводу; $x_\kappa = K/K_\kappa$ – відносний модуль витрати, де значення модулів витрат K і K_κ визначаються за формулою Шезі $K = \omega C \sqrt{R}$ при нерівномірному режимі течії з глибиною h і критичною глибиною $h_{кр}$; j_κ – коефіцієнт, який залежить від похилу дна водоводу i_κ , ширини потоку поверху B_κ , змоченого периметра χ_κ , гідравлічного радіуса $R_\kappa = \omega_\kappa / \chi_\kappa$, коефіцієнтів Шезі $C_\kappa = R_\kappa^y / n$ та Коріоліса α , які визначені за критичною глибиною $h_{кр}$

$$j_\kappa = \frac{\alpha i_\kappa C_\kappa^2 B_\kappa}{g \chi_\kappa}. \quad (5)$$

Тут n – шорсткість стінок водоводу; y – показник степеня за Маннінгом ($y=1/6$); g – прискорення вільного падіння.

При відомій витраті рівняння (5) приводиться до вигляду

$$ds = f(h)dh. \quad (6)$$

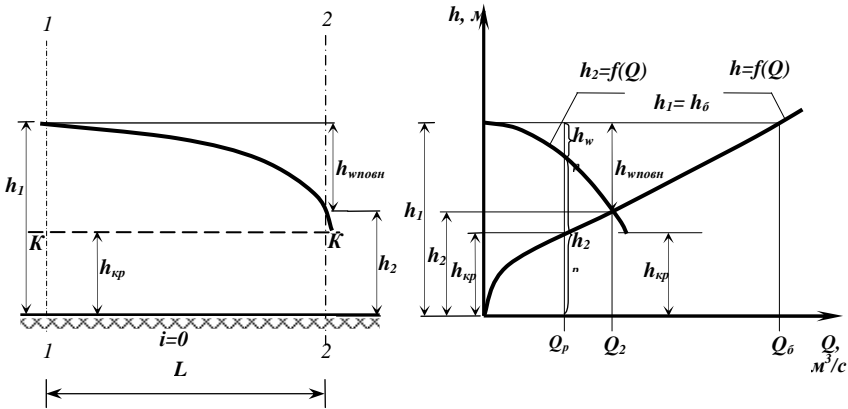


Рис. 1. Розрахункова схема та графік кривих залежностей глибини від витрат потоку з нерівномірним усталеним рухом для випадку ($i=0$):

$1-1$ та $2-2$ – початковий і кінцевий створи ділянки потоку довжиною L та похилом дна i ; h_1 і h_2 – глибина потоку відповідно в створі $1-1$ і $2-2$; h_w – втрати напору по довжині; $h_{w\text{повни}}=iL$ – повні втрати напору по довжині усієї ділянки потоку; $h_б = h_1 - \text{базисна глибина потоку}$ (для кривої спаду типу $b_0 h_2 = h_б - iL$); $Q_б$ – витрата, що відповідає базисній глибині $h_б$

В такому випадку розв’язок диференціального рівняння нерівномірного руху (4) з використанням приведеного закону зміни модуля витрат (2) матиме вигляд

$$\frac{\pi}{2} \cdot L \cdot G = (p_2 - p_1) (G - I) + (\sin p_2 - \sin p_1), \quad (7)$$

де приведені глибини в створах $1-1$ і $2-2$ визначаються за залежністю

$$p_{1,2} = \frac{h_{1,2} + \Delta h}{h_б + \Delta h} \cdot \frac{\pi}{2}. \quad (8)$$

Приведена критична глибина

$$p_к = \frac{h_к + \Delta h}{h_б + \Delta h} \cdot \frac{\pi}{2}. \quad (9)$$

$$G = \bar{j}_к (I - \cos p_к) \quad (11); \quad \Delta h = \frac{\pi h_к - 2 f h_б}{2 f - \pi} \quad (12);$$

$$f = \arccos \left[1 - \left(\frac{K_к}{K_б} \right)^2 \right]. \quad (13)$$

За методом Бахметева розв'язок диференціального рівняння нерівномірного руху (4) має вигляд

$$\frac{i_k L}{h_k} = (\bar{j}_k - 1)(\xi_2 - \xi_1) - [\varphi(\xi_2) - \varphi(\xi_1)], \quad (14)$$

де L – довжина ділянки водовода між створами 1-1 і 2-2; $\xi_1 = h_1/h_k$, $\xi_2 = h_2/h_k$ – відносна глибина відповідно на початку і в кінці даної ділянки водовода; \bar{j}_k – середнє значення коефіцієнта, обчислене за параметрами середнього перерізу; $\varphi(\xi_1)$, $\varphi(\xi_2)$ – функції Бахметева для випадку $i=0$. Дане рівняння отримане шляхом інтегрування диференціального рівняння (4) з використанням показникової залежності модуля витрат

$$K = K_k \sqrt{(h/h_k)^X}, \quad (15)$$

де X – гідралічний показник русла ($X=2\{(\lg(K-K_k))/(\lg(h-h_k))\}$).

За способом Чарномського задача побудови кривої спаду вирішується шляхом послідовного визначення глибин в кінцевому створі за рівнянням

$$ds = \frac{I}{i_k} (j_k - x_k^2) dh. \quad (16)$$

В [7, 8] приведені параметри дослідної установки, яка представляє собою прямокутний лотік шириною по дну 8 см, в якому при пропуску витрат $Q=2,46; 5,0; 7,82$ л/с моделювалась крива спаду.

Таблиця 1

Розрахунок координат кривої спаду $b0$ за різними методами (дослід №32) при $Q=2,46$ л/с

експеримент		створ	$h1, м$	h_{cp}	ω_{cp}	χ_{cp}	R_{cp}	C_{cp}	B_{cp}	j_{cp}
$l, м$	$h, м$									
0	3,11	hкр	0,0462	0,0462	0,0037	0,173	0,022	52,77	0,081	1
0,06	3,05	8	0,049	0,0476	0,0039	0,176	0,022	52,89	0,081	0,989
0,558	2,55	7	0,059	0,0526	0,0043	0,186	0,023	53,28	0,081	0,95
1,308	1,8	6	0,0685	0,0574	0,0046	0,196	0,024	53,61	0,081	0,915
2,058	1,05	5	0,0715	0,0589	0,0048	0,199	0,024	53,7	0,081	0,904
2,609	0,5	4	0,076	0,0611	0,0049	0,203	0,024	53,84	0,081	0,888
3,108	0	3	0,0785	0,0624	0,0051	0,206	0,025	53,91	0,081	0,88

продовження табл. 1

С Т В О Р	метод Бахметева					метод Чарномського				пропонований метод			
	$x1$	$j(x1)$	$x2-$ $x1$	$j(x2)-$ $j(x1)$	$l, м$	$j(h)$	$j(h+1)$ $+j(h)$	ds	$l, м$	$p1, м$	D	E	$l, м$
$h_{кр}$	1	0,33	0	0	0	0			0	0,47	0,109	0,244	0
8	1,06	0,4	-0,06	-0,064	0,028	-0,12	-0,125	0,024	0,024	0,516	0,107	0,247	0,02
7	1,28	0,69	-0,28	-0,361	0,628	-0,63	-0,755	0,526	0,55	0,68	0,103	0,257	0,47
6	1,48	1,09	-0,48	-0,753	2,003	-1,2	-1,828	1,209	1,759	0,836	0,099	0,267	1,53
5	1,55	1,24	-0,55	-0,902	2,617	-1,39	-2,592	0,541	2,3	0,885	0,098	0,27	2,01
4	1,65	1,48	-0,64	-1,150	3,712	-1,71	-3,100	0,971	3,271	0,959	0,096	0,275	2,87
3	1,70	1,63	-0,7	-1,301	4,413	-1,89	-3,592	0,625	3,896	1	0,096	0,278	3,42

Таблиця 2

Розрахунок координат кривої спаду $b\theta$ за різними методами
(дослід № 34) при $Q=5,0 л/с$

експери- мент		створ	$h1, м$	h_{cp}	ω_{cp}	χ_{cp}	R_{cp}	C_{cp}	B_{cp}	j_{cp}
$l, м$	$h, м$									
0	2,99	$h_{кр}$	0,0742	0,0742	0,006	0,229	0,026	54,5	0,081	1
0,438	2,55	7	0,0875	0,0808	0,0065	0,243	0,027	54,77	0,081	0,954
1,188	1,8	6	0,102	0,0881	0,0071	0,257	0,028	55,02	0,081	0,909
1,938	1,05	5	0,106	0,0901	0,0073	0,261	0,028	55,09	0,081	0,897
2,489	0,5	4	0,112	0,0931	0,0075	0,267	0,028	55,18	0,081	0,88
2,988	0	3	0,115	0,0946	0,0077	0,27	0,028	55,22	0,081	0,872

продовження табл. 2

С Т В О Р	метод Бахметева					метод Чарномського				пропонований метод			
	$x1$	$j(x1)$	$x2-$ $x1$	$j(x2)-$ $j(x1)$	$l, м$	$j(h)$	$j(h+1)$ $+j(h)$	ds	$l, м$	$p1, м$	D	E	$l, м$
$h_{кр}$	1	0,33	0	0	0	0			0	0,548	0,146	0,189	0
7	1,18	0,55	-0,18	-0,214	0,354	-0,39	-0,392	0,294	0,294	0,695	0,139	0,198	0,26
6	1,38	0,87	-0,38	-0,534	1,605	-0,89	-1,284	1,045	1,339	0,856	0,133	0,208	1,19
5	1,43	0,97	-0,43	-0,640	2,122	-1,04	-1,935	0,434	1,773	0,9	0,131	0,21	1,58
4	1,51	1,15	-0,51	-0,815	3,047	-1,28	-2,324	0,783	2,556	0,967	0,129	0,214	2,28
3	1,55	1,24	-0,55	-0,910	3,578	-1,4	-2,686	0,452	3,009	1	0,128	0,216	2,68

Таблиця 3

Розрахунок координат кривої спаду $b\theta$ за різними методами
(дослід №38) при $Q=7,82$ л/с

експеримент		створ	$h1, м$	h_{cp}	ω_{cp}	χ_{cp}	R_{cp}	C_{cp}	B_{cp}	j_{cp}
$l, м$	$h, м$									
0	3,07	hкр	0,0999	0,0999	0,0081	0,281	0,029	55,37	0,081	1
0,02	3,05	8	0,102	0,1009	0,0082	0,283	0,029	55,4	0,081	0,994
0,518	2,55	7	0,122	0,1109	0,009	0,303	0,03	55,64	0,081	0,936
1,268	1,8	6	0,134	0,1169	0,0095	0,315	0,03	55,77	0,081	0,905
2,018	1,05	5	0,14	0,1199	0,0097	0,321	0,03	55,83	0,081	0,89
2,569	0,5	4	0,147	0,1234	0,01	0,328	0,03	55,89	0,081	0,873
3,068	0	3	0,151	0,1254	0,0102	0,332	0,031	55,93	0,081	0,863

продовження табл. 3

СТВОР	метод Бахметева				метод Чарномського				пропонований метод				
	$x1$	$j(x1)$	$x2-x1$	$j(x2)-j(x1)$	$l, м$	$j(h)$	$j(h+1)+j(h)$	ds	$l, м$	$p1, м$	D	E	$l, м$
$h_{кр}$	1	0,33	0	0	0	0			0	0,576	0,161	0,166	0
8	1,02	0,35	-0,02	-0,021	0,006	-0,04	-0,042	0,004	0,004	0,593	0,160	0,167	0,004
7	1,22	0,61	-0,22	-0,274	0,631	-0,49	-0,533	0,505	0,51	0,759	0,151	0,177	0,44
6	1,34	0,8	-0,34	-0,471	1,535	-0,8	-1,290	0,733	1,243	0,859	0,146	0,184	1,09
5	1,40	0,92	-0,4	-0,584	2,147	-0,96	-1,763	0,501	1,743	0,909	0,143	0,187	1,53
4	1,47	1,06	-0,47	-0,729	3,000	-1,17	-2,129	0,705	2,449	0,967	0,141	0,19	2,15
3	1,51	1,15	-0,51	-0,818	3,557	-1,28	-2,450	0,464	2,912	1,000	0,139	0,192	2,55

Також в [8] приведені результати оцінки на адекватність даних, отриманих розрахунками кривих вільної поверхні за методами різних авторів, експериментальним даним. Перевірка виконувалась шляхом співставлення результатів розрахунків за аналітичним рівнянням (7), запропонованим автором, з результатами вимірювань на фізичній моделі та розрахунковими методами Бахметева і Чарномського.

Для перевірки адекватності розрахункових значень з експериментальними даними використовувався F критерій Фішера [8]

$$F = \frac{S_a}{S_{cep}}, \text{ або } \frac{S_{cep}}{S_a}, \quad (17)$$

де S_a – значення дисперсії адекватності і S_{cep} – дисперсія середніх значень.

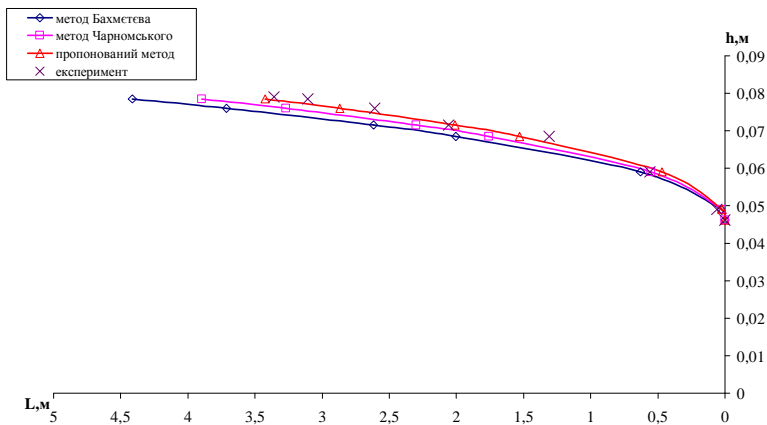


Рис. 2. Розрахункові та експериментальні координати кривої спаду $h\theta$ (дослід № 32)

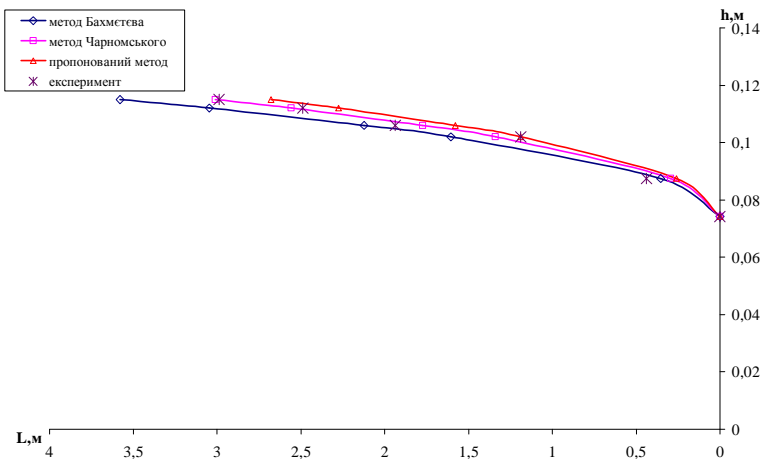


Рис. 3. Розрахункові та експериментальні координати кривої спаду $h\theta$ (дослід № 34)

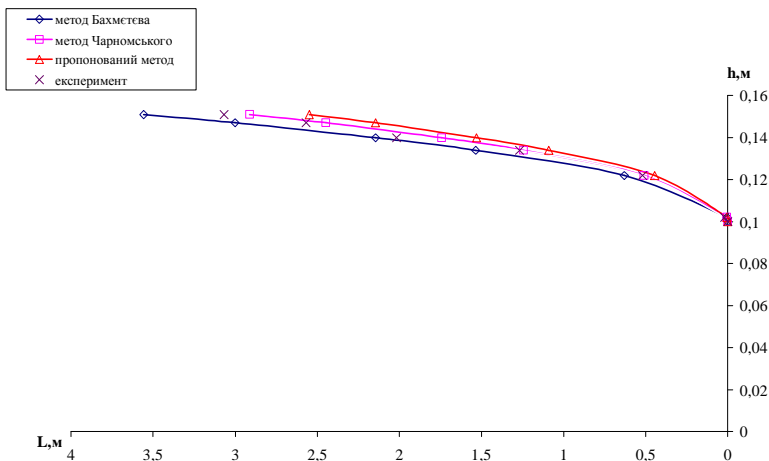


Рис. 3. Розрахункові та експериментальні координати кривої спаду $b\theta$ (дослід № 38)

Якщо розрахунковий критерій Фішера буде менше табличного значення, то функція математичної моделі вважається адекватною. У випадку, якщо різниця між максимальною і мінімальною дисперсіями буде незначна, то розрахункове значення критерію Фішера F_p буде менше табличного F_T відповідно до рівня значущості і ступенів свободи дисперсій, що порівнюються, а отже, ще більше незначною буде різниця між усіма іншими дисперсіями.

Для прикладу, приведеного в [8], за даними дослідів № 32, № 34, № 38 розрахований критерій Фішера для оцінки адекватності методу розрахунку автора з експериментальними даними $F_p=1,546 \times 10^4 / 1,122 \times 10^4 = 1,377$, що менше відповідного табличного значення $F_T=4,8$ на рівні значимості $0,05$. Це свідчить, що математична модель, представлена аналітичним рівнянням (7), адекватно відображає нерівномірний плавно змінний усталений рух потоку у відкритих водоводах.

Отже, запропонована математична модель нерівномірного плавно змінного усталеного руху потоку, отримана на основі приведеного закону зміни модуля витрат у вигляді аналітичного виразу з використанням тригонометричних функцій, дозволяє отримати рішення без попереднього обчислення інтегральних функцій як у випадку чисельних методів. Даний аналітичний метод визначення координат вільної поверхні потоків дозволяє проаналізувати вплив окремих факторів на ре-

зультати рішень, так як між параметрами системи присутній явний функціональний зв'язок, що доволі складно при використанні чисельних методів.

1. Гидроэлектрические станции. / Под ред. В. Я.Карелина, Г. И. Кривченко. – М. : Энергоатомиздат, 1987. – 464 с. **2.** Крисенков М. І. Аналітичний розв'язок рівняння нерівномірної течії у призматичних руслах// Вісник РДТУ. Гідромеліорація та гідротехнічне будівництво. Збірник наукових праць. Спеціальний випуск. – Рівне : РДТУ, 1999. – С. 138-145. **3.** Крысенков Н. И., Яковлева О. М. Построение кривых подпора в естественных руслах с использованием приведенного закона изменения модуля расходов. Гідромеліорація та гідротехнічне будівництво. Зб.наук.праць. Вип. 31. – Рівне : НУВГП, 2007. – 243-251 с. **4.** Науменко І. І. Гідравліка. – Рівне : РДТУ, 2001. – 361 с. **5.** Чугаев Р. Р. Гидравлика. – Л. : Энергия, 1970. – 552 с. **6.** Чергоусов М. Д. Гидравлика (специальный курс). – М.-Л. : Госэнергоиздат, 1957. – 640 с. **7.** Крисенков М. І., Яковлева О. М. До питання оптимізації енергетичних параметрів гідроелектростанцій в складі гідровузлів протиповеневих заходів // Гідромеліорація та гідротехнічне будівництво. Зб. наук. праць. Вип. 26. – Рівне : РДТУ, 2001. – С. 175-184. **8.** Крисенков М. І., Яковлева О. М. Методика лабораторних гідравлічних досліджень нерівномірного усталеного руху в безнапірних водоводах. Вісник НУВГП. Зб.наук.праць. Вип. 3(47). Частина 1. – Рівне : НУВГП, 2009. – С. 377-384.

Рецензент: к.т.н., доцент Герасімов Є. Г. (НУВГП)

Yakovleva O. M., Senior Lecturer, Riabenko O. A., Doctor of Engineering, Professor (National University of Water Management and Nature Resources Use, Rivne)

CALCULATION OF THE WATER SURFACE PROFILE OF THE GRADUALLY-VARIED FLOWS WITH USING OF REDUCED LAW OF CONVEYANCE CHANGE

Analytic equation is suggested for the calculation of the free surface coordinates of the gradually-varied flows with horizontal channel bottom slope. Calculation results by the analytic method with using of reduced law of conveyance change and other authors' methods are comparing to nature measuring.

Keywords: unequal seamlessly swap the default motion, free-flow conduit, the curve of the free surface, the equation of uneven movement.

Яковлева О. Н., старший преподаватель, Рябенко А. А., д.т.н., профессор (Национальный университет водного хозяйства и природопользования, г. Ривне)

ПОСТРОЕНИЕ КРИВОЙ СПАДА ПОТОКОВ С ПЛАВНОИЗМЕНЯЮЩИМСЯ НЕРАВНОМЕРНЫМ УСТАНОВИВШИМСЯ ДВИЖЕНИЕМ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПРИВЕДЕННОГО ЗАКОНА ИЗМЕНЕНИЯ МОДУЛЯ РАСХОДОВ

Предлагается аналитическое уравнение для расчета координат свободной поверхности потоков с установившимся неравномерным движением с горизонтальным уклоном. Приведенные результаты расчетов по аналитическому методу, базирующемуся на приведенном законе изменения модуля расходов, и по методам других авторов сопоставляются с натурными измерениями.

Ключевые слова: неравномерное плавно изменяющееся установившееся движение, безнапорные водоводы, кривая свободной поверхности, уравнение неравномерного движения.
