

УДК 532.542.:628.12

Герасимов Г. Г., к.т.н., доцент; Герасимов Є. Г., к.т.н., доцент
(Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне)

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ГІДРОДИНАМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ В РОЗГАЛУЖЕНОМУ ТРУБОПРОВОДІ

Шляхом математичного моделювання розглянуто проходження хвиль пружного гідравлічного удару в розгалуженому трубопроводі, який складається з магістрального трубопроводу гідроелектростанції і двох турбінних трубопроводів. Гідроудар виникає при зупинці працюючого агрегату, в той час, коли другий не працює, а його турбінний трубопровід з закритим дисковим затвором практично є тупиком. При моделюванні пружного гідравлічного удару враховано згасання хвиль удару за рахунок дисипації енергії та інтерференцію хвиль у вузлі розгалуження.

Ключеві слова: математичне моделювання, гідравлічний удар, розгалуження трубопроводу, дисковий затвор, згасання хвиль гідравлічного удару.

Гідросилова установка включає: джерело водозабору – водосховище; розгалужений напірний трубопровід; два силових агрегати, перед кожним з яких встановлені дискові затвори [1; 2]. При пусках або зупинках агрегатів в напірних трубопроводах виникають гідравлічні удари, тобто підвищення (або пониження) тиску, які прямо пропорційні зміні витрати в трубопроводі.

Мета роботи: шляхом математичного моделювання з'ясувати як змінюються тиски в напірних трубопроводах, якщо один з агрегатів не працює, а другий зупиняється. Схему розгалуженого трубопроводу наведено на рис. 1.

Математична модель будується на основі чисельного інтегрування рівнянь гідравлічного удару. Використовується метод характеристик. Виконуються покрокові розрахунки параметрів гідравлічного потоку з розрахунковим інтервалом за часом, який дорівнює півфазі розрахункової ділянки μ (метод сітки). Математична модель описується характерними вузлами розривностей. В даному випадку використовуються наступні вузли розривності: типовий, резервуар ліворуч, розгалуження, дисковий затвор, тупик [3-5].

Розрахунок виконується в середовищі Excel.

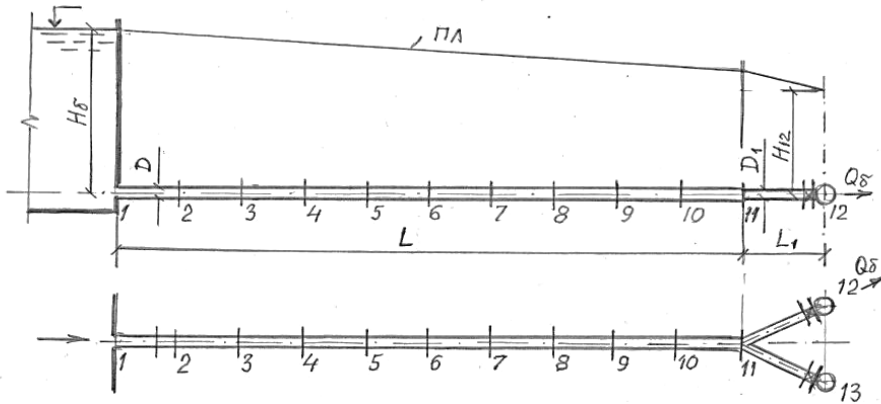


Рис. 1. Схема розгалуженого трубопроводу

Алгоритм розрахунку гідравлічного удару виконується у відносних величинах. За базовий час приймається тривалість півфази ділянки напірного трубопроводу

$$\mu = l/c, \quad (1)$$

де l – довжина розрахункової ділянки, м; c – швидкість хвилі гідравлічного удару на розрахунковій ділянці, м/с.

Довжина ділянок для різних діаметрів трубопроводів приймається таким чином, щоб значення μ було постійним для всіх діаметрів трубопровідної системи.

Згідно розрахунковим схемам вузлів розривностей (рис. 2), отримано такі залежності.

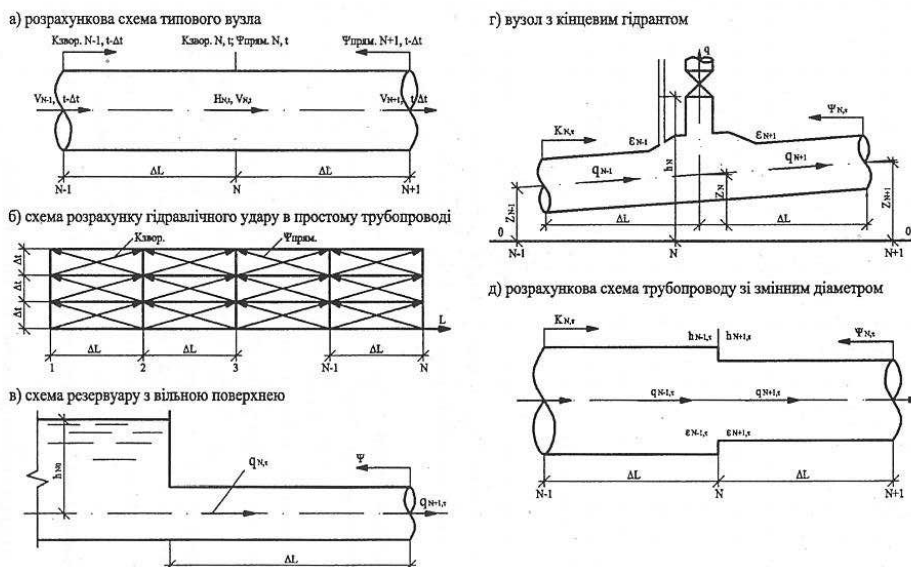


Рис. 2. Розрахункові схеми вузлів розривностей

Прямий імпульс гідравлічного удару визначається за формулою(рис. 2, а)

$$\Psi = h - \frac{q}{\varepsilon}, \quad (2)$$

де $h = H/H_B$ – відносний напір; $q = Q/Q_B$ – базова подача, тут H, Q – відповідно напір і подача; H_B, Q_B – відповідно базові напір і подача.

Зворотний імпульс гідравлічного удару

$$K = h + \frac{q}{\varepsilon}. \quad (3)$$

Відносний напір

$$h_{N, \tau} = \frac{K_{N-1, \tau-1} + \Psi_{N+1, \tau-1}}{2}, \quad (4)$$

де $\tau = t/\mu$ – відносний час, t – поточний час.

Відносна витрата

$$q_{N, \tau} = (\varepsilon/2)(K_{N-1, \tau-1} + \Psi_{N+1, \tau-1}). \quad (5)$$

Перенос імпульсів з урахуванням згасання хвиль гідравлічного удару

$$K_{N, \tau} = h_{N-1, \tau-1} + (q_{N-1, \tau-1}/\varepsilon_{N-1}) \cdot e^{-\mu_1 \tau}, \quad (6)$$

$$\Psi_{N, \tau} = h_{N+1, \tau-1} - (q_{N+1, \tau-1}/\varepsilon_{N+1}) \cdot e^{-\mu_1 \tau}, \quad (7)$$

тут

$$\mu_1 = \frac{\lambda_j Q_B}{4d_{mpj} f_j}, \quad (8)$$

де λ_j, d_{mpj}, f_j – відповідно коефіцієнт втрат напору по довжені, діаметр і площа поперечного перерізу j -тої ділянки трубопроводу.

Величина ε визначається за формулою

$$\varepsilon = \frac{g f_{mp} H_B}{c Q_B}, \quad (9)$$

де f_{mp}, c – площа поперечного перерізу і швидкість хвилі гідравлічного удару відповідної ділянки напірного трубопроводу.

Таким чином, для звичайного вузла розривності N одноступенчатого трубопроводу можна визначити напір і витрату в розрахунковий момент часу за значеннями імпульсів гідравлічного удару в сусідніх вузлах в попередній момент часу. Схему розрахунку гідравлічного удару в простому трубопроводі методом сітки зображено на рис. 2, б.

Для резервуару з вільною поверхнею без опору (рис. 2, в) при $h_{N0} = const$ розрахункові залежності мають наступний вигляд:

$$K_{N, \tau} = 2 \cdot h_{N0} - \Psi_{N+1, \tau-1}, \quad (10)$$

$$\Psi_{N, \tau} = \Psi_{N+1, \tau-1}, \quad (11)$$

$$q_{N, \tau} = \frac{\varepsilon}{2} \cdot (K_{N, \tau} - \Psi_{N, \tau}), \quad (12)$$

де h_{No} – відносний напір, що відповідає вільній поверхні в резервуарі.

Вузол з кінцевим гідрантом (рис. 2, г), тобто кінцева ділянка напірного трубопроводу з дисковим затвором. Для виконання розрахунків гідравлічного удару в даному випадку необхідно мати залежність $k_{\Gamma} = f(\tau)$, яка визначається гідродинамічною характеристикою затвору і законом зміни відкриття затвора.

Величина k_{Γ} визначається за формулою

$$k_{\Gamma} = K_{\Gamma} \cdot \zeta_{\Gamma}, \quad (13)$$

де стала K_{Γ} залежить від конструкції затвора

$$K_{\Gamma} = \frac{Q_B^2}{f_{\Gamma}^2 \cdot 2 \cdot g \cdot H_B}, \quad (14)$$

де f_{Γ} – площа поперечного перерізу затвора.

Коефіцієнт опору затвора ζ_{Γ} залежить від величини відкриття затвора a_{Γ} і може змінюватися за часом, тобто

$$\zeta_{\Gamma} = f(\tau). \quad (15)$$

Залежність (15) розкривається по різному для різних конструкцій затвора. Так для дискового затвора ця залежність має вигляд

$$\zeta_{\Gamma} = 0,2141 a_{\text{відн}}^{-4,8764}, \quad (16)$$

де $a_{\text{відн}}$ – відносне відкриття дискового затвора.

Вузол розривності з кінцевим затвором описується такими залежностями:

Витрата вузла

$$q_{N,\tau} = \frac{-\frac{1}{\varepsilon_N} + \sqrt{\left(\frac{1}{\varepsilon_N}\right)^2 - 4k_{\Gamma}(h_{No} - K_{N,\tau})}}{2k_{\Gamma}}. \quad (17)$$

Напір вузла

$$h_{N,\tau} = h_{N,o} + k_{\Gamma} \cdot q_{N,\tau}^2. \quad (18)$$

Розрахункову схему вузла розривності N з розгалуженням трубопроводу показано на рис. 3.

Для такого вузла N за правилами переносу імпульсів гідравлічного удару зазначаємо, що

$$K_{N,\tau} = K_{N-1,\tau-1}; \quad \Psi_{N1,\tau} = \Psi_{N1,\tau-1}; \quad \Psi_{N2,\tau} = \Psi_{N2,\tau-1}.$$

Для цих імпульсів записуємо три рівняння і четверте рівняння – це рівняння нерозривності потоку:

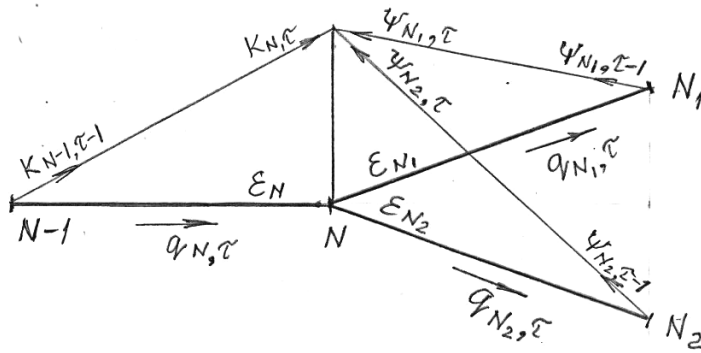


Рис. 3. Розрахункова схема вузла розривності з розгалуженням трубопроводу

$$K_{N,\tau} = h_{N,\tau} + q_{N,\tau} / \epsilon_N; \quad (19)$$

$$\Psi_{N1,\tau} = h_{N,\tau} - q_{N1,\tau} / \epsilon_{N1}; \quad (20)$$

$$\Psi_{N2,\tau} = h_{N,\tau} - q_{N2,\tau} / \epsilon_{N2}; \quad (21)$$

$$q_{N,\tau} = q_{N1,\tau} + q_{N2,\tau} \quad (22)$$

Таким чином, маємо систему чотирьох рівнянь з чотирма невідомими: $h_{N,\tau}$; $q_{N,\tau}$; $q_{N1,\tau}$; $q_{N2,\tau}$.

З перших трьох рівнянь знаходимо витрати:

$$q_{N,\tau} = (K_{N,\tau} - h_{N,\tau}) \cdot \epsilon_N; \quad (23)$$

$$q_{N1,\tau} = (h_{N,\tau} - \Psi_{N1,\tau}) \cdot \epsilon_{N1}; \quad (24)$$

$$q_{N2,\tau} = (h_{N,\tau} - \Psi_{N2,\tau}) \cdot \epsilon_{N2}. \quad (25)$$

Підставляючи значення цих витрат в рівняння нерозривності і вирішуючи його відносно напору у вузлі $h_{N,\tau}$, отримаємо

$$h_{N,\tau} = \frac{K_{N,\tau} \cdot \epsilon_N + \Psi_{N1,\tau} \cdot \epsilon_{N1} + \Psi_{N2,\tau} \cdot \epsilon_{N2}}{\epsilon_N + \epsilon_{N1} + \epsilon_{N2}}. \quad (26)$$

Для вузла розривності з тупиком праворуч витрата завжди дорівнює нулю, тобто $q_{N,\tau} = 0$.

Тоді при відомому імпульсі

$$K_{N,\tau} = K_{N-1,\tau-1};$$

з рівняння для витрати

$$q_{N,\tau} = \frac{\epsilon_N}{2} (K_{N,\tau} - \Psi_{N,\tau})$$

отримаємо, що

$$\Psi_{N,\tau} = K_{N,\tau};$$

а з рівняння для напору

$$h_{N,\tau} = \frac{K_{N,\tau} + \Psi_{N,\tau}}{2};$$

отримаємо

$$h_{N,\tau} = K_{N,\tau}.$$

За наведеною математичною моделлю була складена програма розрахунку у вигляді таблиці в середовищі Excel.

Математичне моделювання гідромеханічного процесу було виконано для наступних вихідних даних:

Витрати: магістрального трубопроводу..... $Q=5 \text{ м}^3/\text{с}$;
розгалужень..... $Q_{12}=5 \text{ м}^3/\text{с}$;
 $Q_{13}=0$;
Діаметри трубопроводів:..... $D=2,5 \text{ м}$;
 $D_{12}=D_{13}=1,8 \text{ м}$;
Довжини трубопроводів:..... $L=10000 \text{ м}$;
 $L_{12}=L_{13}=1100 \text{ м}$;
Кількість розрахункових ділянок:..... $Z=10$ шт;
 $Z_{12}=Z_{13}=1$ шт;
Площі поперечних перерізів трубопроводів
 $f=\pi D^2/4$:..... $f=4,906 \text{ м}^2$;
 $f_{12}=f_{13}=2,543 \text{ м}^2$;

Швидкості води по ділянках трубопроводу:
 $v=Q/f$ $v=1,0191 \text{ м/с}$;
 $v_{12}=1,966 \text{ м/с}$; $v_{13}=0$;

Втрати напору на розрахунковій ділянці трубопроводу
 $H_{pw}=0,338 \text{ м}$;

$$H_{pw} = \left(\frac{\lambda_p}{D} \right) \cdot \left(\frac{1}{f^2 2g} \right) \cdot Q^2; \quad H_{pw12}=2,119 \text{ м}; \quad H_{pw13}=0 \text{ м};$$

Базові величини: $Q_B=5 \text{ м}^3/\text{с}$; $H_B=15,5 \text{ м}$;

Постійні коефіцієнти: $\varepsilon=0,149204$;

$\varepsilon_{12}=\varepsilon_{14}=0,070316$; $K_r=0,012708$;

Відносні напри в розрахункових вузлах:

$h_1=1$; $h_{12}=0,65$;

Зміна відносного закриття дискового затвора $\Delta a_{\text{відн}}=0,05$;

Коефіцієнт місцевого опору дискового затвора в формулі

$$\zeta = A \cdot a_{\text{відн}}^b,$$

де $A=0,2141$; $b=-4,8764$;

Коефіцієнти згасання гідравлічного удару:

$\mu_1=0,000163$; $\mu_{12}=0,004807$;

Множники згасання гідравлічного удару за формулою $\xi = e^{M_1 \cdot \mu}$
 $\xi = 0,999984$; $\xi_{12} = \xi_{13} = 0,9952047$;
 Час закриття дискового затвора $t_3 = 20$ с.

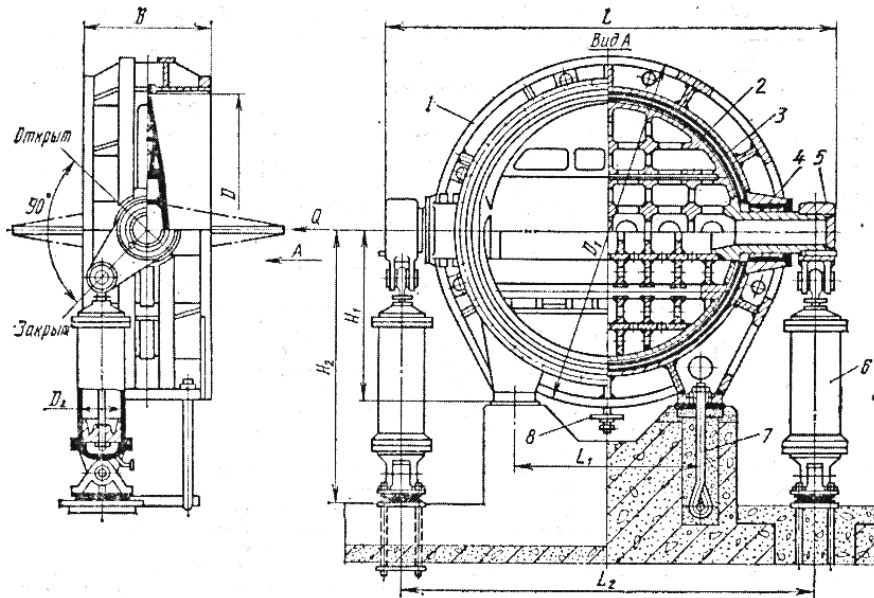


Рис. 4. Дисковий затвор ЗДС 160-115:
 $B=1600$ м; $H = 115$ м; $Q = 7$ м³/с; маса 5,7 т [2]

За результатами розрахунку побудовані графіки зміни відносного напору у вузлах розривності: 11 – вузол розгалуження; 12 – вузол закриття дискового затвора; 13 – тупикова гілка трубопроводу.

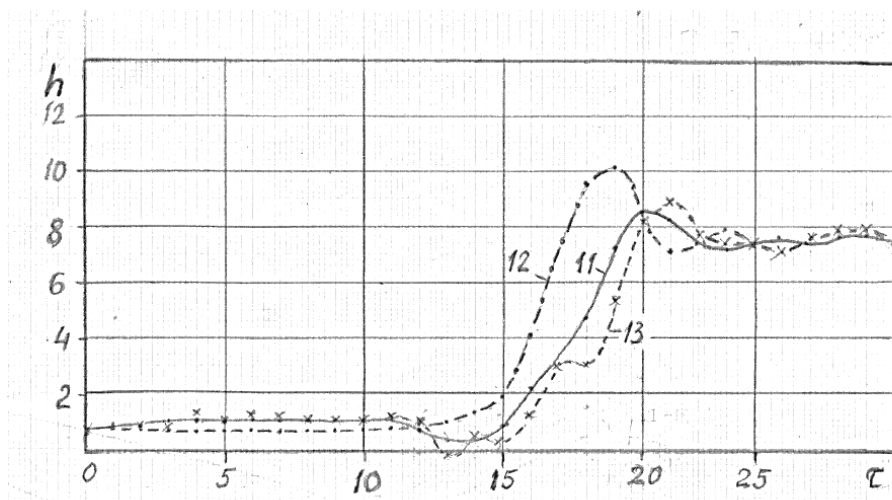


Рис. 5. Графіки зміни відносного тиску у вузлах розривності 11, 12, 13

Як показують графіки, максимальний відносний напір при перехідних процесах виникає у вузлі розташування дискового затвора, який закривається за період часу $t_3=20$ с. Цей відносний напір становить

$$h_{12\max} = 11,1.$$

Тоді абсолютне значення напору в цій точці буде

$$H_{12\max} = h_{12\max} \cdot H_0 = 11,1 \cdot 15,5 = 172 \text{ м.}$$

Фаза гідравлічного удару, тобто період часу, який відповідає періоду пробігу хвилі гідравлічного удару від дискового затвора до резервуара і назад становить $t_\phi = 22$ с.

Період закриття затвора $t_3 = 20$ с.

Умова $t_3 < t_\phi$ виконується, тому гідравлічний удар вважається прямим.

При прямому гідравлічному ударі підвищення напору відповідає формулі М.Є. Жуковського

$$\Delta H = \frac{c \cdot \Delta v}{g} = \frac{1100 \cdot 1,966}{9,81} = 220 \text{ м.}$$

Таким чином, математичне моделювання перехідних гідромеханічних процесів в розгалуженому трубопроводі при лінійному закритті дискового затвора показує, що максимальний напір в трубопроводі в першій фазі гідравлічного удару менше ніж отриманий за формулою М.Є. Жуковського.

Це можна пояснити врахуванням згасання і інтерференції хвиль гідравлічного удару.

1. Гидромеханические переходные процессы в гидроэнергетических установках / Г. И. Кривченко, Н. Н. Аршеневский, Е. В. Кватковская, В. М. Клабуков; под ред. Г. И. Кривченко. – М. : Энергия, 1975. – 368 с. **2.** Гидроэнергетическое и вспомогательное оборудование гидроэлектростанций : справочное пособие в 2 т. / А. Я. Афонин, М. И. Гальперин, И. М. Гаус и др.; под ред. Ю. С. Васильева, Д. С. Щавелева. – Т. 2. Вспомогательное оборудование гидроэлектростанций. – М. : Энергоатомиздат, 1990. – 330 с.: ил. ISBN 5-283-01965-9. **3.** Герасимов Г. Г. Численный метод расчета гидравлического удара в коммуникациях автоматизированных насосных станций / Г. Г. Герасимов, Д. В. Гавазюк // Гидравлика и гидротехника. – Кишинёв : КСХИ, 1977. – С. 11–17. **4.** Дикаревский В. С. Коэффициент гидравлического сопротивления, потери энергии на внутреннее трение в материале труб, интерференция волн при гидравлическом ударе / В. С. Дикаревский // Сб. тр. ЛИИЖТА, 1971. Вып. 321. – С. 73–110. **5.** Герасимов Г. Г. Комбіноване закриття кінцевої засувки трубопроводу / Г. Г. Герасимов, С. Ю. Іванов // Вісник НУВГП. Збірник наукових праць. – Випуск 4 (32), Частина 1. – Рівне, 2005. – С. 111–118.

Рецензент: д.т.н., професор Рябенко О. А (НУВГП)

Herasymov H. H., Candidate of Engineering (Ph.D.), Associate Professor; Herasimov Y. H., Candidate of Engineering (Ph.D.), Associate Professor (National University of Water and Environmental Engineering, Rivne)

MATHEMATICAL MODELING OF HYDRODYNAMIC PROCESSES IN A BRANCHED PIPELINE

By mathematical modeling, the passage of waves of elastic water hammer in a branched pipeline, that consists from main pipeline of a hydroelectric power station and two turbine pipelines, is considered. The water hammer occurs when the operating turbine stops, while the other does not work, and its turbine pipeline with a closed disc gate is practically a dead end. In the simulation of elastic water hammer, damping of impact waves due to dissipation of energy and interference of waves in the branch point are taken into account.

***Keywords:* mathematical modeling, water hammer, branching of the pipeline, disk shutter, damping of water hammer waves.**

Герасимов Г. Г., к.т.н., доцент; Герасимов Е. Г., к.т.н., доцент
(Национальный университет водного хозяйства и природопользования, г. Ровно)

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В РАЗВЕТВЛЕННОМ ТРУБОПРОВОДЕ

Путем математического моделирования рассмотрено прохождение волн упругого гидравлического удара в разветвленном трубопроводе, состоящем из магистрального трубопровода гидроэлектростанции и двух турбинных трубопроводов. Гидроудар возникает при остановке работающего агрегата, в то время, когда другой не работает, а его турбинный трубопровод с закрытым дисковым затвором практически является тупиком. При моделировании упругого гидравлического удара учтено затухание волн удара за счет диссипации энергии и интерференцию волн в узле разветвления.

***Ключевые слова:* математическое моделирование, гидравлический удар, разветвления трубопровода, дисковый затвор, угасание волн гидравлического удара.**