

**Сафоник А. П., д.т.н., професор** (Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне), **Присяжнюк О. В., к.т.н.** (Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне), **Ільків І. В., аспірант** (Рівненський державний гуманітарний університет, м. Рівне )

### **МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ОЧИЩЕННЯ СТІЧНИХ ВОД З УРАХУВАННЯМ ЗМІНИ ТЕМПЕРАТУРИ**

**Розроблено математичну модель очищення стічних вод, яка описує процеси, що протікають на очисній споруді з урахуванням зміни температурного режиму. Запропоновано метод і побудовано алгоритм розв'язання відповідної нелінійно збуреної задачі «конвекція – дифузія – тепломасообмін». Наведено результати розрахунків розподілу концентрації забруднення з врахуванням та без врахування температури протягом часу очистки рідини.**

**Ключові слова:** математична модель; зворотний вплив; нелінійна модельна задача; температурний режим.

**Актуальність теми.** Побутові стічні води містять забруднення мінерального і органічного походження, тоді як промислові відрізняються як за складом, так і за концентрацією залежно від області застосування. Незалежно від типу всі стічні води потребують обов'язкового очищення, оскільки містять забруднюючі речовини, які можуть значно перевищують допустимі норми концентрації забруднення. Для запобігання згубного впливу домішок на навколишнє середовище використовують системи фільтрів, які забезпечують допустимі показники концентрацій забруднення. Основні труднощі при виборі раціональної схеми очищення виникають внаслідок того, що стічні води містять частки різного ступеня дисперсності, а агрегатний стан багато в чому визначається температурою, рН розчину, компонентним складом й іншими факторами. Тому основним фактором при виборі методу обробки води є фазовий стан речовини. Фазово-дисперсна характеристика домішок незалежно від типу стоків і місця їхнього утворення дає можливість запропонувати для кожної групи класифікації конкретний специфічний метод переробки.

**Аналіз досліджень.** При виборі типу й конструкції відстійників для виробничих стічних вод необхідно враховувати їх хімічні й фізичні властивості, а також вплив на склад стічних вод технологічних умов виробництва й місцевих факторів. До числа основних показників належать: температура стічних вод, що надходять на очистку; концентрація зважених речовин й їхні фізичні властивості; крупність часток й їхня щільність, ступінь агломерації зважених часток, швидкість осадження або спливання часток (гідралічна крупність); вологість осаду безпосередньо після його випадання; кінетика процесу ущільнення осаду; щільність сухого залишку [1]. За останні роки проведено значну кількість наукових досліджень у напрямі моделювання біохімічних методів очищення стічних вод [1–2]. Ці дослідження значно розширили уявлення щодо очищення вод, тепломасопереєсення, впливу змінних параметрів. Так, в роботах [3–5] розглядається очистка стічних вод як технологічний процес з деталями механічних конструкцій без врахування динаміки змін часу ефективної роботи фільтра, в роботах [6–9] показано взаємозв'язок активного мулу і домішок, без огляду на систему взаємодіючих параметрів, або ж сукупність рівнянь, що не враховує взаємовплив параметрів між собою, які наглядно виражені в експериментальних дослідах та відіграють важливу роль. В роботах [10–13] не враховується вплив температури середовища, яка є одним з основних факторів, що впливають на проходження реакцій.

Підсумовуючи вищесказане, актуальною задачею є розробка математичної моделі процесу очищення стічних вод від забруднень з урахуванням температурного режиму. Наступним кроком є дослідження цієї моделі за допомогою комп'ютерного моделювання для розрахунку оптимальних параметрів технологічного процесу.

**Метою статті є** розробка та дослідження математичної моделі процесу очистки стічних вод для глибокого прогнозування технологічного процесу очищення з урахуванням температурного режиму.

**Викладення основного матеріалу.** Як було зазначено у [11], найбільш підходящою моделлю для опису процесу фільтрації через пористе середовище є модель Д. М. Мінца:  $\partial \rho(x, t) / \partial t + v \partial c(x, t) / \partial x = 0$ ,  $\rho(x, t) / \partial t = \beta c(x, t) - \alpha \rho(x, t)$  (відповідно закон збереження маси і рівняння кінетики), де  $c(x, t)$  – концентрація домішок у фільтрованій рідині,  $\rho(x, t)$  – концентрація осаду в завантаженні,  $\beta$  – коефіцієнт, що характеризує об'єми частинок домішки,

що сорбуються за одиницю часу,  $\alpha$  – коефіцієнт, що характеризує об'єми десорбованих частинок осаду;  $v$  – швидкість фільтрування.

Однак деякі важливі компоненти процесу очищення забрудненої води не були враховані в цій моделі. Зокрема, не враховано температурний режим, а, як показано у роботах [1], зміна температури суттєво впливає на динаміку процесу очищення стічних вод.

Виходячи з вищесказаного та беручи за основу модель Мінца, прийдемо до наступної крайової задачі:

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho(x,t)}{\partial t} + v \frac{\partial c(x,t)}{\partial x} = D_c \frac{\partial^2 c}{\partial x^2}, (x,t) \in G = \{ (x,t) : 0 < x < \infty, 0 < t < \infty \} \\ \frac{\partial \rho(x,t)}{\partial t} = \beta c(x,t) - \alpha \rho(x,t) + D_\rho \frac{\partial^2 \rho}{\partial x^2}, \\ \frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = D_T \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + aT, \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} c|_{x=0} &= c_*(t), \quad c|_{t=0} = c_*(0) e^{-\frac{\beta x}{v}}, \quad T|_{x=0} = T_*(t), \quad T|_{t=0} = T^*(x), \\ \rho|_{t=0} &= \rho^*(x), \quad \rho|_{x=0} = e^{-\alpha t} \left[ \rho^*(0) + \beta \int_0^t c_*(\tau) e^{\alpha \tau} d\tau \right], \end{aligned} \quad (2)$$

де  $x$  – координати в напрямку фільтрації ( $0 < x < \infty$ ),  $t$  – час ( $0 < t < \infty$ ),  $c_*(t)$  – концентрація завислих частинок домішок на вході фільтра;  $\rho^*(x)$  – початковий розподіл осаду у завантаженні;  $D_c, D_\rho, D_T$  – коефіцієнти дифузії,  $D_c = d_c(T, c, \rho, \varepsilon), D_\rho = d_\rho(T, c, \rho, \varepsilon), D_T = d_T(T, c, \rho, \varepsilon), ; \varepsilon$  – малий параметр, в (2) – безпосередньо «закладається» узгодженість початкових і граничних умов у кутових точках області  $G$ ,  $T$  – температура,  $a$  – теплообмінний коефіцієнт.

Перше рівняння (рівняння рівноваги) описує закон збереження маси та враховує явище поздовжньої дифузії. Другим є кінетичним рівнянням, яке відображає той факт, що швидкість зростання щільності насичення завантаження осадами  $\frac{\partial \rho}{\partial t}$  дорівнює різниці мас  $\beta c$ ,

захоплених за одиницю часу, домішкових частинок та  $\alpha \rho$ , відірваних за такий самий час частинок осаду, а також дифузії осаду у завантаженні.

Розв'язок системи (1) за умов (2) має вигляд асимптотичного ряду (див. [11]):

$$\begin{aligned} c(x,t) &= c_0(x,t) + \sum_{i=1}^n \varepsilon^i c_i(x,t) + R_{cn}(x,t,\varepsilon), \\ \rho(x,t) &= \rho_0(x,t) + \sum_{i=1}^n \varepsilon^i \rho_i(x,t) + R_{\rho n}(x,t,\varepsilon), \\ T(x,t) &= T_0(x,t) + \sum_{i=1}^n \varepsilon^i T_i(x,t) + R_{Tn}(x,t,\varepsilon), \end{aligned} \quad (3)$$

де  $R_{cn}, R_{\rho n}, R_{Tn}$  – залишкові члени,  $c_i(x,t), \rho_i(x,t), T_i(x,t)$  ( $i = \overline{0, n}$ ) – члени регулярних частин асимптотик, зокрема  $c_0, \rho_0, T_0$  – компоненти розв'язку відповідної виродженої задачі, а  $c_1, \dots, c_n, \rho_1, \dots, \rho_n, T_1, \dots, T_n$  – правки, що враховують «вклад» дифузії вздовж фільтра.

Так само як і в [11], зробивши підстановку (3) в (1) та використавши стандартну «процедуру прирівнювання» для визначення функцій  $c_i, \rho_i$  та  $T_0$  ( $i = \overline{0, n}$ ), отримуємо наступні задачі:

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho_0}{\partial t} + v_c \frac{\partial c_0}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial T_0}{\partial t} = a_0 T_0, \quad \frac{\partial \rho_0}{\partial t} = \beta c_0 - \alpha \rho_0, \\ c_0|_{x=0} = c_*(t), \quad c_0|_{t=0} = c_*(0) e^{-\frac{\beta x}{v}}, \quad T|_{x=0} = T_*(t), \quad T|_{t=0} = T^*(x), \\ \rho_0|_{t=0} = \rho^*(x), \quad \rho_0|_{x=0} = e^{-\alpha t} \left[ \rho^*(0) + \beta \int_0^t c_*(\tau) e^{\alpha \tau} d\tau \right], \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho_i}{\partial t} + v \frac{\partial c_i}{\partial x} = \Psi_i, \quad \frac{\partial T_i}{\partial t} = a_i T_i + f_i, \quad \frac{\partial \rho_i}{\partial t} = \beta c_i - \alpha \rho_i + \Phi_i, \\ c_i|_{x=0} = 0, \quad c_i|_{t=0} = 0, \quad T_i|_{x=0} = 0, \quad T_i|_{t=0} = 0, \quad \rho_i|_{x=0} = 0, \quad \rho_i|_{t=0} = 0, \end{cases} \quad (5)$$

де  $\Psi_i(x,t) = \frac{\partial^2 c_{i-1}(x,t)}{\partial x^2}$ ,  $\Phi_i(x,t) = \frac{\partial^2 \rho_{i-1}(x,t)}{\partial x^2}$ ,  $f_i(x,t) = \frac{\partial^2 T_{i-1}(x,t)}{\partial x^2}$   $i = 1, 2, \dots$

Як бачимо, ці задачі (4) та (5) такі самі відповідно задачам:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 c_0}{\partial x \partial t} + \frac{\beta}{v} \frac{\partial c_0}{\partial t} + \alpha \frac{\partial c_0}{\partial x} &= 0, \\ \frac{\partial^2 \rho_0}{\partial x \partial t} + \alpha \frac{\partial \rho_0}{\partial x} + \frac{\beta}{v} \frac{\partial \rho_0}{\partial t} &= 0, \\ \frac{\partial T_0}{\partial t} &= a_0 T_0, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned}
 c_0|_{x=0} &= c_*(t), \quad c_0|_{t=0} = c_*(0)e^{-\frac{\beta x}{v}}, \quad T|_{x=0} = T_*(t), \quad T|_{t=0} = T^*(x), \\
 \rho_0|_{t=0} &= \rho^*(x), \quad \rho_0|_{x=0} = e^{-\alpha t} \left[ \rho^*(0) + \beta \int_0^t c_*(\tau) e^{\alpha \tau} d\tau \right]; \\
 \frac{\partial^2 c_i}{\partial x \partial t} + \frac{\beta}{v} \frac{\partial c_i}{\partial t} + \alpha \frac{\partial c_i}{\partial x} &= F_i, \\
 \frac{\partial^2 \rho_i}{\partial x \partial t} + \frac{\beta}{v} \frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \alpha \frac{\partial \rho_i}{\partial x} &= F_i^*, \\
 \frac{\partial T_i}{\partial t} &= a_i T_i + f_i,
 \end{aligned} \tag{7}$$

$$c_i|_{x=0} = 0, \quad c_i|_{t=0} = 0, \quad T_i|_{x=0} = 0, \quad T_i|_{t=0} = 0, \quad \rho_i|_{x=0} = 0, \quad \rho_i|_{t=0} = 0,$$

$$\text{де } F_i = \frac{1}{v} \left( \frac{\partial \Psi_i}{\partial t} + \alpha \Psi_i - \frac{\partial \Phi_i}{\partial t} \right), \quad F_i^* = \frac{\partial \Phi_i}{\partial x} + \frac{\beta}{v} \Psi_i.$$

Методом Рімана можемо їх розв'язати:

$$T_0(x, t) = T^*(x) e^{\alpha t},$$

$$\begin{aligned}
 c_0(x, t) &= e^{-\frac{\beta x}{v} - \alpha t} \left( c_*(0) I_0 \left( 2 \sqrt{\frac{\alpha \beta}{v} x t} \right) + \frac{\alpha}{v} \int_0^x I_0 \left( 2 \sqrt{\frac{\alpha \beta}{v} (x - \xi) \tau} \right) \rho^*(\xi) e^{\frac{\beta \xi}{v}} d\xi + \right. \\
 &\quad \left. + \int_0^t e^{\alpha \eta} I_0 \left( 2 \sqrt{\frac{\alpha \beta}{v} x (t - \eta)} \right) \left[ \frac{dc_*(\eta)}{d\eta} + \alpha c_*(\eta) \right] d\eta \right),
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \rho_0(x, t) &= e^{-\frac{\beta x}{v} - \alpha t} \left( \rho^*(0) I_0 \left( 2 \sqrt{\frac{\alpha \beta}{v} x t} \right) + \frac{\beta}{v} \int_0^t e^{\alpha \eta} I_0 \left( 2 \sqrt{\frac{\alpha \beta x}{v} (t - \eta)} \right) c_*(\eta) d\eta + \right. \\
 &\quad \left. + \int_0^x e^{\frac{\beta \xi}{v}} I_0 \left( 2 \sqrt{\frac{\alpha \beta t}{v} (x - \xi)} \right) \left[ \frac{d\rho^*(\xi)}{d\xi} + \frac{\beta}{v} \rho^*(\xi) \right] d\xi; \right.
 \end{aligned}$$

$$T_i(x, t) = a_i e^{-f_i t} \int_0^t e^{f_i \tilde{t}} d\tilde{t},$$

$$\begin{aligned}
 c_i(x, t) &= \frac{e^{-\frac{\beta x}{v} - \alpha t}}{vb} \int_0^x \int_0^t e^{\frac{\beta \xi}{v} + \alpha \eta} I_0 \left( 2 \sqrt{\frac{\alpha \beta}{v} (x - \xi) (t - \eta)} \right) \times \\
 &\quad \times \left( \frac{\partial^3 c_{i-1}(\xi, \eta)}{\partial \xi^2 \partial \eta} + \alpha \frac{\partial^2 c_{i-1}(\xi, \eta)}{\partial \xi^2} - \frac{\partial^3 \rho_{i-1}(\xi, \eta)}{\partial \xi^2 \partial \eta} \right) d\eta d\xi,
 \end{aligned}$$

$$\rho_i(x,t) = e^{-\frac{\beta x - \alpha t}{v}} \int_0^x \int_0^t e^{\frac{\beta \xi + \alpha \eta}{v}} I_0 \left( 2 \sqrt{\frac{\alpha \beta}{v}} (x - \xi)(t - \eta) \right) \times \\ \times \left( \frac{\partial^3 \rho_{i-1}(\xi, \eta)}{\partial \xi^3} + \frac{\beta}{v} \frac{\partial^2 c_{i-1}(\xi, \eta)}{\partial \xi^2} \right) d\eta d\xi.$$

У разі реального (кінцевого) фільтра довжини  $L$  ( $0 < x \leq L$ ) задаємо додаткову умову швидкого видалення домішок (умова Верігіна) та непроникної стінки відповідно:

$$\left. \frac{\partial c}{\partial x} \right|_{x=L} = 0, \quad \left. \frac{\partial \rho}{\partial x} \right|_{x=L} = 0, \quad \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=L} = 0. \quad (8)$$

Розв'язання  $(c(x,t), \rho(x,t))$  задачі (1)–(2) з точністю  $O(\varepsilon^{n+1})$  шукаємо у вигляді асимптотичних рядів:

$$c(x,t) = c_0(x,t) + \sum_{i=1}^n \varepsilon^i c_i(x,t) + \sum_{i=0}^{n+1} \varepsilon^i \Pi_i(\xi, t) + R_{cn}(x,t, \varepsilon), \\ \rho(x,t) = \rho_0(x,t) + \sum_{i=1}^n \varepsilon^i \rho_i(x,t) + \sum_{i=0}^{2n+1} \varepsilon^{i/2} P_i(\mu, t) + R_{\rho n}(x,t, \varepsilon), \quad (9) \\ T(x,t) = T_0(x,t) + \sum_{i=1}^n \varepsilon^i T_i(x,t) + \sum_{i=0}^{2n+1} \eta^{i/2} \tilde{T}_i(\eta, t) + R_{Tn}(x,t, \varepsilon),$$

де  $\Pi_i(\xi, t)$ ,  $P_i(\mu, t)$ ,  $\tilde{T}_i(\eta, t)$  ( $i = \overline{0, n+1}$ ) – функції типу примежового шару, що враховують умови (8) в околі  $x = L$  (поправки на виході фільтраційної течії із фільтра),  $\xi = (L - x) \cdot \varepsilon^{-1}$ ,  $\mu = (L - x) \cdot \varepsilon^{-1/2}$ ,  $\eta = (L - x) \cdot \eta^{-1/2}$  – відповідні регуляризуючі перетворення;  $c_i, \rho_i, T_i$  – знаходяться так само, як і в попередньому випадку (функції  $\Pi = \sum_{i=0}^{n+1} \Pi_i \varepsilon^i$ ,  $P = \sum_{i=0}^{2n+1} P_i \varepsilon^{i/2}$ ,  $\tilde{T} = \sum_{i=0}^{2n+1} \eta^{i/2} \tilde{T}_i(\eta, t)$  мають забезпечувати ви-

конання умов:  $(c + \Pi)|_{x=L} = c(L, t) + O(\varepsilon^{n+1})$ ,  $(\rho + P)|_{x=L} = \rho(L, t) + O(\varepsilon^{n+1})$ ,  $(T + \tilde{T})|_{x=L} = T(L, t) + O(\varepsilon^{n+1})$ .

Розв'язок останніх задач знаходиться аналогічно до [11].

Для розв'язання потрібно вимагати достатньої гладкості початкової і граничних умов та коефіцієнтів системи рівнянь (1) (існування неперервних частинних похідних до четвертого порядку включно), а також їх узгодженості у точках  $(0, 0)$  та  $(L, 0)$ , на основі принципу

типу максимуму отримуємо наступне твердження:  
 $R_{cn}(x, t, \varepsilon) = O(\varepsilon^{n+1}), R_{\rho n}(x, t, \varepsilon) = O(\varepsilon^{n+1}), R_{Tn}(x, t, \varepsilon) = O(\varepsilon^{n+1})$ .

Якщо маємо недостатню узгодженість початкових та граничних умов, то для усунення нев'язки, внесеної примежовими функціями  $\Pi(\xi, t)$ ,  $P(\mu, t)$  та  $\tilde{T}_i(\eta, t)$  на границі  $t = 0$  і околі точки  $(L, 0)$  використовуються кутові примежові функції  $\tilde{\Pi}(\xi, \tau)$ ,  $\tilde{P}(\mu, \tilde{\tau})$  та  $\tilde{T}_i(\eta, \tilde{\tau})$  [11; 12]. Асимптотичний розклад розв'язку крайової задачі (1), (2), (8) в такому випадку, можна визначити у наступному представленні:

$$c(x, t) = c_0(x, t) + \sum_{i=1}^n \varepsilon^i c_i(x, t) + \sum_{i=0}^{n+1} \varepsilon^i \Pi_i(\xi, t) + \sum_{i=0}^{n+1} \varepsilon^i \tilde{\Pi}_i(\xi, \tau) + R_{cn}(x, t, \varepsilon),$$

$$\rho(x, t) = \rho_0(x, t) + \sum_{i=1}^n \varepsilon^i \rho_i(x, t) + \sum_{i=0}^{2n+1} \varepsilon^{i/2} P_i(\mu, t) + \sum_{i=0}^{2n+1} \varepsilon^{i/2} \tilde{P}_i(\mu, \tilde{\tau}) + R_{\rho n}(x, t, \varepsilon),$$

$$T(x, t) = T_0(x, t) + \sum_{i=1}^n \varepsilon^i T_i(x, t) + \sum_{i=0}^{2n+1} \varepsilon^{i/2} \tilde{T}_i(\eta, t) + \sum_{i=0}^{2n+1} \varepsilon^{i/2} \tilde{T}_i(\eta, \tilde{\tau}) + R_{Tn}(x, t, \varepsilon),$$

де  $\tau = t \cdot \varepsilon^{-1}$ ,  $\tilde{\tau} = t \cdot \varepsilon^{-1/2}$  – примежова змінна (змінна розтягу),

$$\tilde{\Pi}(\xi, \tau) = \sum_{i=0}^{n+1} \varepsilon^i \tilde{\Pi}_i(\xi, \tau) \quad , \quad \tilde{P}(\mu, \tilde{\tau}) = \sum_{i=0}^{2n+1} \varepsilon^{i/2} \tilde{P}_i(\mu, \tilde{\tau}) \quad \text{та}$$

$$\tilde{T}_i(\xi, \tilde{\tau}) = \sum_{i=0}^{2n+1} \varepsilon^{i/2} \tilde{T}_i(\eta, \tilde{\tau}) - \text{кутові примежові функції. При цьому підкре-$$

слимо, що кутові примежові функції мають задовольняти рівнянню (1) з точністю  $O(\varepsilon^{n+1})$ , усунути нев'язку внесену функціями  $\Pi(\xi, t)$ ,  $P(\mu, t)$  та  $\tilde{T}_i(\eta, t)$  на границі  $t = 0$  з точністю  $O(\varepsilon^{n+1})$ , не створювати нев'язок у граничних умовах (2), (8).

Розв'язки останньої задачі знаходяться аналогічно до [11; 12]. На основі отриманих розв'язків були побудовані програмні продукти за допомогою використання математичних пакетів прикладних програмних засобів аналогічно до [13–15].

**Результати числових експериментів.** Використовуючи алгоритми розв'язання відповідних модельних задач, було створено програмний комплекс для застосування математичних пакетів [11; 12] та проведено комп'ютерні експерименти, деякі результати яких наведено нижче.

Представимо результат розв'язання за формулами (3) при  $\rho^*(x) \equiv 0$ ,  $c_*(t) = e^{-t}$ ,  $\beta = \frac{1}{36} c^{-1}$ ,  $\alpha = \frac{1}{18000} c^{-1}$ ,  $\nu = \frac{1}{36} \text{ мс}^{-1}$ ,  $T = 18^\circ \text{ С}$ . На рис. 1 наведено розподіли концентрацій  $c(x, t_0)$  і  $\rho(x, t_0)$  в різні моменти часу при  $t_0 = 0,1$ ,  $t_0 = 0,3$ ,  $t_0 = 0,6$ ,  $t_0 = 0,9$  (криві 1–4 відповідно).

Розподіл концентрацій  $c(x, t_0)$  і  $\rho(x, t_0)$  концентрації забруднення та осаду в різні моменти часу без урахування температури та з урахуванням температури наведено на рис. 2.

Як бачимо з рис. 2, зростання температури впливає на процес розподілу концентрацій, це говорить про те, що температура є важливим чинником, що суттєво впливає на процеси очистки. Чим вища температура, тим менша в'язкість води і тим більша швидкість осадження зависі.

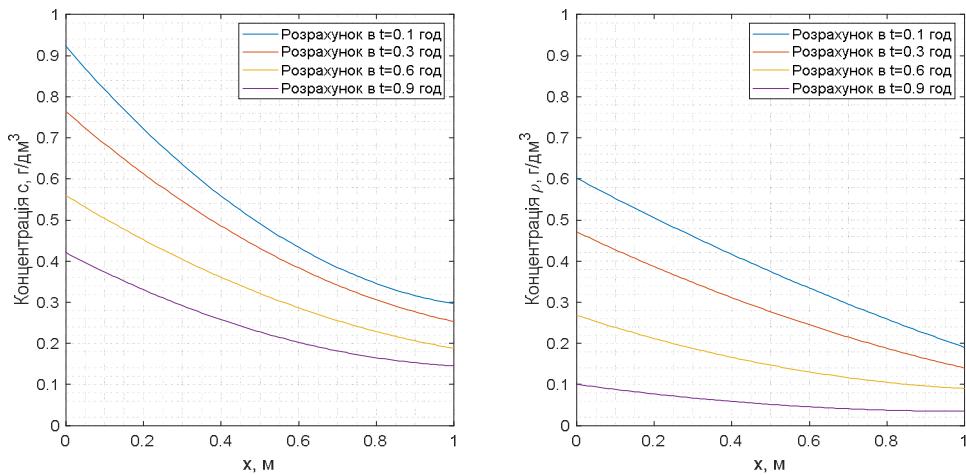


Рис. 1. Розподіл концентрації забруднення та осаду в різні моменти часу



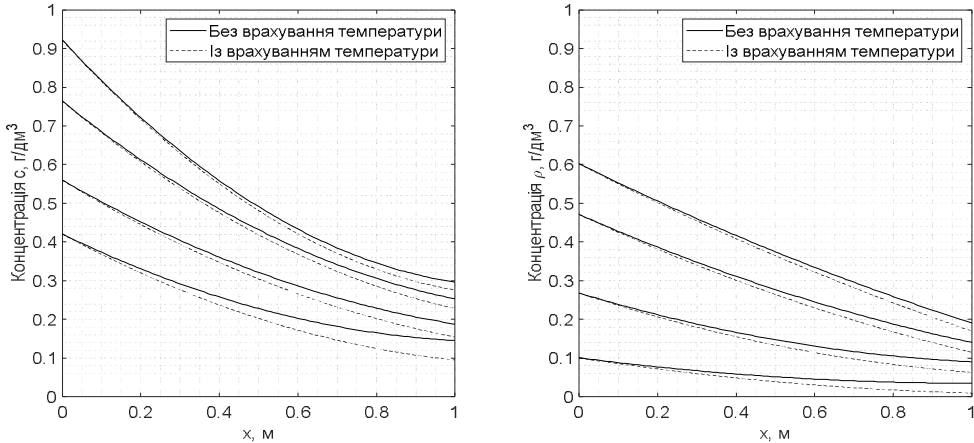


Рис. 2. Розподіл концентрації забруднення та осаду в різні моменти часу без врахування температури та з урахуванням температури

**Висновки та перспективи подальших досліджень.** Побудовано математичну модель процесу очищення стічних вод з урахуванням зворотного впливу температури на швидкість осадження зависі. Запропоновано метод і побудовано алгоритм розв'язання відповідної нелінійно збуреної задачі «конвекція – дифузія – тепломасообмін». Наведені результати розрахунків розподілу концентрації забруднення з врахуванням та без врахування температури протягом часу очистки рідини. Отримані результати дають можливість більш детально та комплексно спрогнозувати та автоматизувати технологічні процеси очищення стічних вод.

1. Bayram Arda Kuş, Tolgay Kara. Modeling and simulation of an optimal unified tank model for aeration-sedimentation processes in wastewater treatment plants. *Journal of Water Process Engineering*. 2020. Vol. 37. 101487.
2. Аналіз особливостей фільтрування суспензій змінних детермінованих концентрацій на підставі узагальненої моделі Д. М. Мінца / А. Я. Бомба, В. А. Гурін, А. П. Сафоник та ін. *Вісник НУВГП. Сер. Технічні науки* : зб. наук. праць. Рівне : НУВГП, 2007. Вип. 2 (38). С. 228–235.
3. A. Roberta de Pauli, F. Rodolfo Espinoza-Quiñones, D. Estelita Goes Trigueros etc. Integrated two-phase purification procedure for abatement of pollutants from sanitary landfill leachates. *Chemical Engineering Journal*. 2018. Vol. 334. Pp. 19–29.
4. F. Gao, J. Nan, S. Li, Yiran Wang. Modeling and simulation of a biological process for treating different COD:N ratio wastewater using an extended ASM1 model. *Chemical Engineering Journal*. 2018. Vol. 332. Pp. 671–681.
5. J. M. Ochando-Pulido, M. Stoller, A. Martinez-Ferez. Boundary flux modelling for purification

optimization of differently-pretreated agro-industrial wastewater with nanofiltration. *Separation and Purification Technology*. 2018. Vol. 193. Pp. 147–154. **6.** V. Adetola, D. Lehrer, M. Guay. Adaptive estimation in nonlinearly parameterized nonlinear dynamical systems. *American Control Conf. on O'Farrell Street*. San Francisco : USA, 2011. Pp. 31–36. **7.** D. Dochain. Dynamical modelling and estimation in wastewater treatment processes. London : IWA Publishing. 2001, 342 p. **8.** S. Martynov et al. Technological model of water contact iron removal. *Journal of Water and Land Development*. 2018. No. 39. Pp. 93–99. **9.** M. Ilenze, W. Gujer, T. Mino et al. Task group on mathematical modelling for design and operation of biological wastewater treatment. Activated sludge models ASM1, ASM2, ASM2d and ASM3. *Scientific and Technical Report*. London : IWA Publishing, 2000. 9, IWA. 122 p. **10.** G. D. Knightes. Statistical analysis of nonlinear parameter estimation for monod biodegradation kinetics using bivariate data. *Biotechnol. Biocng*. 2000. 69. № 2. Pp. 160–170. **11.** Q. Ghai. Modeling, estimation and control of biological wastewater treatment plants. *Doctoral Theses at NTNU*. 2008. Porsgrunn. Telemark University College, 2008. 108 at IliT. 187 p. **12.** A. Safonyk, S. Martynov, S. Kynytsky, O. Pinchuk. Mathematical modelling of regeneration the filtering media bed of granular filters. *Advances in Modelling and Analysis C*. 2018. Vol. 73, No. 2. Pp. 72–78. **13.** A. Bomba et al. Mathematical modeling of wastewater treatment from multicomponent pollution by using microporous particles. *AIP Conf. Proc*. 2016. 1773. Pp. 1–11. **14.** A. Safonyk, A. Bomba, I. Tarhonii. Modeling and automation of the electrocoagulation process in water treatment. *Advances in Intelligent Systems and Computing*. 2019. Vol. 871. Pp. 451–463. **15.** A. Safonyk, O. Prysiazhniuk. Modeling and simulation in engineering modeling of the electrocoagulation processes in nonisothermal conditions. *Modelling and Simulation in Engineering*. 2019. Vol. 2019. Article ID 9629643. **16.** Сафоник А. П., Таргоній І. М., Лакус П. О. Моделювання та дослідження процесу біологічної очистки води з урахуванням температурного режиму. *Вісник ЖДТУ*. 2019. № 1 (83). С. 115–125.

## REFERENCES:

1. Bayram Arda Kuş, Tolgay Kara. Modeling and simulation of an optimal unified tank model for aeration-sedimentation processes in wastewater treatment plants. *Journal of Water Process Engineering*. 2020. Vol. 37. 101487.
2. Analiz osoblyvostei filtruvannya suspensii zminnykh determinovanykh kontsentratsii na pidstavi uzahalnoyi modeli D. M. Mintsya / A. Ya. Bomba, V. A. Huryn, A. P. Safonyk ta in. *Visnyk NUVHP. Ser. Tekhnichni nauky : zb. nauk. prats*. Rivne : NUVHP, 2007. Vyp. 2 (38). S. 228–235. **3.** A. Roberta de Pauli, F. Rodolfo Espinoza-Quiñones, D. Estelita Goes Trigueros etc. Integrated two-

phase purification procedure for abatement of pollutants from sanitary landfill leachates. *Chemical Engineering Journal*. 2018. Vol. 334. Pp. 19–29. **4.** F. Gao, J. Nan, S. Li, Yiran Wang. Modeling and simulation of a biological process for treating different COD:N ratio wastewater using an extended ASM1 model. *Chemical Engineering Journal*. 2018. Vol. 332. Pp. 671–681. **5.** J. M. Ochando-Pulido, M. Stoller, A. Martinez-Ferez. Boundary flux modelling for purification optimization of differently-pretreated agro-industrial wastewater with nanofiltration. *Separation and Purification Technology*. 2018. Vol. 193. Pp. 147–154. **6.** V. Adetola, D. Lehrer, M. Guay. Adaptive estimation in nonlinearly parameterized nonlinear dynamical systems. *American Control Conf. on O'Farrell Street*. San Francisco : USA, 2011. Pp. 31–36. **7.** D. Dochain. Dynamical modelling and estimation in wastewater treatment processes. London : IWA Publishing. 2001, 342 p. **8.** S. Martynov et al. Technological model of water contact iron removal. *Journal of Water and Land Development*. 2018. No. 39. Pp. 93–99. **9.** M. Ilenze, W. Gujer, T. Mino et al. Task group on mathematical modelling for design and operation of biological wastewater treatment. Activated sludge models ASM1, ASM2, ASM2d and ASM3. *Scientific and Technical Report*. London : IWA Publishing, 2000. 9, IWA. 122 p. **10.** G. D. Knightes. Statistical analysis of nonlinear parameter estimation for monod biodegradation kinetics using bivariate data. *Biotechnol. Biocng*. 2000. 69. № 2. Pp. 160–170. **11.** Q. Ghai. Modeling, estimation and control of biological wastewater treatment plants. *Doctoral Theses at NTNU*. 2008. Porsgrunn. Telemark University College, 2008. 108 at IliT. 187 p. **12.** A. Safonyk, S. Martynov, S. Kunytsky, O. Pinchuk. Mathematical modelling of regeneration the filtering media bed of granular filters. *Advances in Modelling and Analysis C*. 2018. Vol. 73, No. 2. Pp. 72–78. **13.** A. Bomba et al. Mathematical modeling of wastewater treatment from multicomponent pollution by using microporous particles. *AIP Conf. Proc*. 2016. 1773. Pp. 1–11. **14.** A. Safonyk, A. Bomba, I. Tarhonii. Modeling and automation of the electrocoagulation process in water treatment. *Advances in Intelligent Systems and Computing*. 2019. Vol. 871. Pp. 451–463. **15.** A. Safonyk, O. Prysiashniuk. Modeling and simulation in engineering modeling of the electrocoagulation processes in nonisothermal conditions. *Modelling and Simulation in Engineering*. 2019. Vol. 2019. Article ID 9629643. **16.** Safonyk A. P., Tarhonii I. M., Lakus P. O. Modeliuvannia ta doslidzhennia protsesu biolohichnoi ochystky vody z urakhuvanniam temperaturnoho rezhymu. *Visnyk ZhDTU*. 2019. № 1 (83). S. 115–125.

---

**Safonyk A. P., Doctor of Engineering, Professor** (National University of Water and Environmental Engineering, Rivne), **Prysiazhniuk O. V., Candidate of Engineering (Ph.D.)** (National University of Water and Environmental Engineering, Rivne), **Ilkiv I. V., Post-graduate Student** (Rivne State University of Humanities, Rivne)

## **MODELING OF THE WASTEWATER TREATMENT PROCESS TAKING INTO ACCOUNT TEMPERATURE CHANGE**

**Domestic wastewater contains pollution of mineral and organic origin, while industrial wastewater differs in both composition and concentration depending on the area of usage. Regardless of the type, all wastewater requires mandatory treatment, as it contains pollutants that can significantly exceed the permissible standards of pollution concentration. Filter systems that provide acceptable levels of pollution concentrations are used to prevent the harmful effects of impurities on the environment. The main difficulties in choosing a rational treatment scheme arise from the fact that wastewater contains particles of varying degrees of dispersion, and the aggregate state is largely determined by the temperature, pH of the solution, component composition, and other factors. Therefore, the main factor when choosing a water treatment method is the phase state of the substance. The phase-dispersion characteristic of impurities, regardless of the type of effluents and the place of their formation, makes it possible to propose a specific method of processing for each group of classification. When choosing the type and design of settling tanks for industrial wastewater, it is necessary to take into account their chemical and physical properties, as well as the influence of technological conditions of production and local factors on the composition of wastewater. The main indicators are: the temperature of wastewater entering for treatment; concentration of suspended substances and their physical properties. Considering the rather high cost of conducting natural experiments, the urgent task is to develop a mathematical model of the wastewater treatment process taking into account the temperature mode. Based on this, a mathematical model of wastewater treatment that describes the processes taking place at the treatment plant taking into account changes in the temperature regime was developed in this work. The method and constructed algorithm for solving the corresponding nonlinearly perturbed problem**

**"convection – diffusion – heat and mass transfer" was proposed. The results of the calculations of the distribution of the pollution concentration with and without taking into account the temperature during the time of cleaning the liquid are given. The obtained results make it possible to predict and automate technological processes of wastewater treatment in more detail and comprehensively.**

***Keywords:* mathematical model; reverse influence; nonlinear model problem; temperature regime.**

---