

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСИЛИЙ В СОМКНУТЫХ КИРПИЧНЫХ СВОДАХ

Яременко А.Ф.¹, *д.т.н., проф.*, **Яременко Е.А.¹**, *к.т.н., доц.*,
Яременко Н.А.², *к.т.н., ст. пр.*

¹*Одесская государственная академия строительства и архитектуры*

²*Одесский национальный морской университет*

Методики расчета, основанные на выделении из являющегося пространственной конструкцией свода плоских элементов [1] весьма острожны и надежны. Однако такие методики не выявляют истинных запасов прочности конструкции и иногда способствуют неверному представлению о напряженном состоянии сводов.

Для определения усилий в восстанавливаемых и строящихся сводах из кладочных материалов естественна попытка применения современных методов расчета оболочек [2], [3]. Выполним расчет тонкого кирпичного сомкнутого свода на плане в виде правильного восьмиугольника. Такой свод рекомендован в книге [4] для покрытия центрального нефа храма с пролетом в свету, равным 7 м. Заменяем сомкнутый свод описанным сферическим куполом (рис. 1).

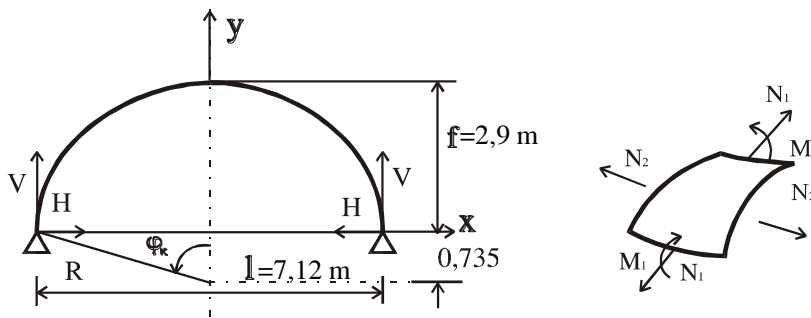


Рис. 1 Купол: а) геометрия сечения; б) схема усилий

Геометрия купола: пролет $l=7,12$ м, стрела подъема $f=2,9$ м, толщина $h=0,12$ (половина кирпича). Радиус сферы

$$R = \frac{1}{3} \left(\frac{l^2}{4} + f^2 \right) = 3,635 \text{ м.} \quad \operatorname{tg} \varphi_k = \frac{x}{\sqrt{R^2 - x^2}} = 4,85, \quad \text{угол раствора купола}$$

$\varphi_k = 78,34^\circ$, $\sin \varphi_k = 0,98$, $\cos \varphi_k = 0,202$. Конструкция покрытия

такова [4], что нагрузка на купол составлена лишь его собственным весом: вес единицы кирпичной кладки облоочки $0,12 \times 17 = 2,04 \text{ кН/м}^2$ + вес смазки раствором $0,01 \times 17 = 0,17 \text{ кН/м}^2$, $g = 2,21 \text{ кН/м}^2$.

Продольные усилия безмоментного напряженного состояния определяются формулами [3]:

$$N_1 = -\frac{gR}{1 + \cos\varphi}, \quad N_2 = -gR \cos\varphi - N_1 \quad (1)$$

где: N_1 – меридиональное усилие в куполе на единицу длины кольцевого сечения; N_2 – кольцевое усилие в куполе на единицу длины меридиана.

В вершине купола, при $\varphi = 0$ $N_1 = N_2 = -gR/2 = -4,02 \text{ кН/м}$. На крае купола, при $\varphi = \varphi_k$, $N_1 = -6,68 \text{ кН/м}$, $N_2 = 5,06 \text{ кН/м}$. Заметим, что усилие N_1 – сжимающее, а усилие N_2 – сжимающее в вершине и растягивающее – на крае. Вертикальная опорная реакция $V = N_{1k} \sin\varphi_k = 6,54 \text{ кН/м}$. Распор $H = N_{1k} \cos\varphi_k = 1,35 \text{ кН/м}$. Вес купола $Q = 2\pi g R^2 (1 - \cos\varphi_k) = 146,3 \text{ кН}$. Наибольший меридиональный изгибающий момент возникает на крае купола (в месте заделки купола в опорное кольцо) [2]:

$$M_1 = -N_{2k} \frac{R}{2k^2} \quad (2)$$

где $k = \sqrt[4]{3(1 - \mu^2)} \cdot \sqrt{\frac{R}{h}} \approx 1,3 \sqrt{\frac{R}{h}} = 1,3 \sqrt{\frac{3,635}{0,12}} = 7,15$

$$M_1 = -5,06 \frac{3,635}{2 \cdot 7,15^2} = -0,18 \text{ кН}$$

Усилия краевого эффекта: изгибающей момент M_1 и составляющие продольных усилий в рассматриваемом примере невелики; ввиду малой величины последних принято, что $N_{1m} = N_{2m} = 0$.

Объясняется это значительной подъемностью купола; $\varphi_k = 78,34^\circ$, что близко к 90° . Если касательная к поверхности купола в опорном сечении вертикальна, то распора H , который передавался бы на поддерживающие конструкции, нет. Зато в приопорной зоне имеются кольцевые растягивающие усилия, и притом значительные, которых в плоской расчетной схеме выявить нельзя.

Выполним проверку прочности опорных сечений купола из кирпичной кладки: кирпич марки «75», раствор марки «25». Расчетный предел прочности кладки [5]: при сжатии $R_c = 2,14 \text{ МПа}$; при растяжении $R_t = 0,05 \text{ МПа}$.

Меридиональное сечение растянуто; кольцевые растягивающие напряжения на крае купола при кладке в кирпич:

$$\sigma_2 = \frac{N_{2k}}{0,25} = \frac{5,06}{0,25} = 20,25 \frac{\kappa H}{м} = 0,02024 < 0,05 \text{ МПа}$$

Кольцевое сечение внецентренно сжато. Условие прочности, согласно [5]:

$$N_{1k} \leq m \varphi R_c A_c \quad (3)$$

где: $m=1$, коэффициент продольного изгиба $\varphi = 0,38$. Площадь сжатой части сечения $A_c = A(1 - 2e_0/h)$; эксцентриситет расчетной силы

$$e_0 = \frac{M_1}{N_{1k}} = \frac{0,18}{6,68} = 0,027 \text{ м. } A = 1 \cdot 0,12 = 0,12 \text{ м.}$$

$$A_c = 0,12(1 - \frac{2 \cdot 0,027}{0,12}) = 0,066 \text{ м}^2$$

Условие прочности (3)

$$6,68 < 1 \cdot 0,38 \cdot 2140 \cdot 0,066 = 53,7$$

выполняется со значительным запасом.

Для восприятия распора H запроектирован железобетонный пояс сечением $0,51 \times 0,12$ м. $A_p = 0,612 \text{ м}^2$. Бетон класса В20 с расчетным сопротивлением растяжению $R_{bt} = 0,9$ МПа. Арматура класса А – III с $R_s = 355$ МПа. Распор $H = 1,35$ кН/м вызывает растягивающее усилие в поясе $N_p = H \cdot l/2 = 1,35 \cdot 3,56 = 4,81$ кН

Нормальное напряжение

$$\sigma_{II} = \frac{N_{II}}{A_{II}} = \frac{4,81}{0,612} = 78,5 \kappa H / \text{м}^2 = 0,0785 < R_{bt}$$

Арматура принята конструктивно $4\emptyset 10$.

Приведенный здесь анализ напряженного состояния купола подтверждает надежность рекомендованных в [4] проектных решений.

Некоторое представление о погрешности, связанной с переходом от сомкнутого свода с числом сторон n к расчетной схеме купола дает сопоставление веса Q с весом свода Q_c .

$$Q_c = 2gnR^2(1 - \cos \varphi_k) \cdot tg \frac{\pi}{n}$$

n	4	8	12
Q _c /Q	1,274	1,055	1,013

Для расчета подкрепленного ребрами сомкнутого свода удобно воспользоваться модифицированной нами методикой, разработанной в [6].

На рис. 2 представлен восьмиугольный сомкнутый свод ($n=8$) составленный из четырех полуциркульных цилиндрических оболочек - вальм. Свод имеет восемь гуртов – усилий в месте пересечений оболочек. Если гуртами служат ребра, образованные пересечением вальм, то при действии симметричной нагрузки гурты (утолщения в месте пересечения вальм) свободны от изгиба. В своде возникают лишь меридиональные N_1 и кольцевые N_2 продольные силы.

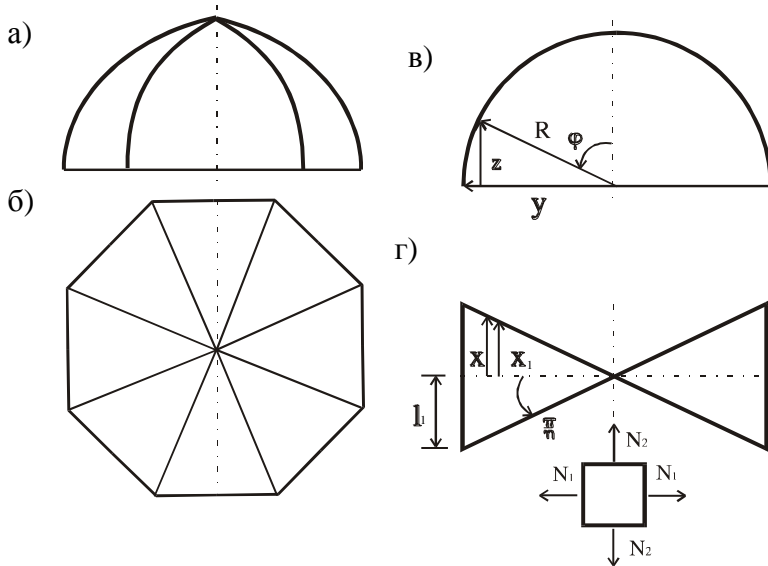


Рис. 2. Сомкнутый свод: а) – фасад; б) – план; в) – разрез; г) схема усилий

В случае нагружения сомкнутого свода собственным весом g кН/м² расчетные формулы для определения усилий такие [3], [6]:

$$N_1 = -\frac{gR}{1 + \cos \varphi} \quad (4)$$

$$N_2 = gR \left[\text{tg}^2 \frac{\pi}{n} \left(\frac{1}{\cos \varphi + 1} - 6 \sin^2 \varphi \cos \varphi \right) + \frac{1}{\cos \varphi + 1} - \cos \varphi \right] \quad (5)$$

Растягивающая продольная сила в опорном кольце при $\varphi = \varphi_k = \pi / 2$

$$N_{\text{ит}} = g l_1^2; l_1 = R \operatorname{tg} \frac{\pi}{n} \quad (6)$$

Гурты могут быть выполнены в виде подкрепляющих ребер, оси которых расположены ниже оси свода. Если предположить, что вес ребра увеличивается от ключа к пяте по закону $G_b = g_b R \varphi$, то дополнительное растягивающее усилие в опорном кольце от веса ребер

$$N_{\text{пе}} = g_b R \varphi_k \operatorname{ctg} \varphi_k / \sin^2 \frac{\pi}{n} \quad (7)$$

где g_b кН/м – вес единицы длины ребра; φ_k – угол, измеряемый в радианах.

Определим усилия в рассмотренном выше восьмиугольном своде. Геометрические размеры и нагрузка те же, что и в куполе. Ребра сечением $0,1 \times 0,1$ м из тяжелого бетона $g_b = 1 \times 0,1 \times 0,1 \times 25 = 0,25$ кН/м. Усилия в вальмах – меридиональное N_1 : в вершине – 4,02 кН/м, в пяте – 6,68 кН/м. Кольцевое N_2 , согласно (5): в вершине – 3,33 кН/м; в пяте + 4,61 кН/м, что меньше чем в куполе.

Растягивающее усилие в опорном кольце, согласно (6) $N_{\text{п}} = 4,98$ кН. Дополнительное усилие в опорном кольце от веса ребер согласно (7) $N_{\text{пв}} = 1,28$ кН. Полное усилие $N_{\text{п}} + N_{\text{пв}} = 6,25$ кН. На это усилие должно быть запроектировано опорное кольцо.

Если по каким либо причинам, например в результате частичного разрушения, вальмы не способны воспринять усилия N_1 и N_2 , прочность свода может быть обеспечена ребрами, совместно с опорным кольцом. Для этого случая расчет ребер выполним как трехшарнирной круговой арки пролетом $l = 7,12$ м, стрелой подъема $f = 2,9$ м с вертикальной нагрузкой, изменяющейся по закону

$$q = gR \sin \varphi \cos \varphi = \frac{gR}{2} \sin 2\varphi$$

Равнодействующая нагрузка на арку от вальм

$$z = 2 \int_0^{\varphi_k} \frac{gR}{2} \sin 2\varphi d\varphi = \frac{gR}{2} (1 - \cos 2\varphi_k)$$

Интенсивность эквивалентной равномерно – распределенной нагрузки

$$g_1 = g \frac{R}{2l} (1 - \cos 2\varphi_k) + g_b = 1,08 + 0,25 = 1,33 \text{ Н/м.}$$

$$\text{Распор } H = \frac{q_1 l^2}{8f} = 2,91 \text{ кН.}$$

Определённые по известным формулам

$$M = M^0 - Hy$$

$$N = -(Q^0 \sin \varphi + H \cos \varphi)$$

изгибающие моменты M и продольные усилия N построены на рис. 3.
 M кНм N кН

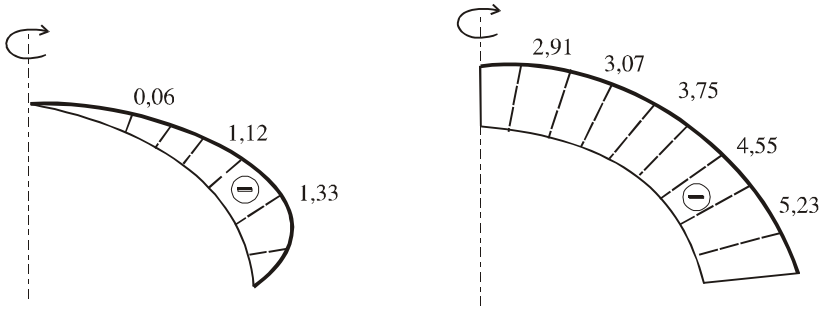


Рис. 3. Эпюры усилий в ребре свода

Выводы

Приведенная здесь методика позволяет весьма просто определять напряженное состояние подъемистых, в частности, полуциркульных сводов. В пологих сводах возникает распор, обычно воспринимаемой подкрепляющей кольцевой балкой. Усилия краевого эффекта становятся значительными; определять их необходимо с учетом физической нелинейности материала.

SUMMARY

Determination of efforts is in serried brick vaults.

1. Бессонов Г.Б. Исследование деформации, расчет несущей способности и конструктивное укрепление древних распорных систем (методические рекомендации). -М.: Росреставрация, 1989. -164с.
2. Липницкий М.Е. Купола (расчет и проектирование). - Л.: Стройиздат, 1990. - 232с.
3. Руководство по проектированию железобетонных пространственных конструкций, покрытий и перекрытий. НИИЖБ. - М.: Стройиздат, 1979. - 421с.
4. Шевчук Г. Будівельні конструкції церков. - Львів: ДУ Львівська політехніка, 1998. - 95с.
5. СНиП П-22-81. Каменные и армокаменные конструкции. - М.:Стройиздат, 1983. -40с.
6. Дишингер Ф. Оболочки (тонкостенные железобетонные купола и своды). - М. - Л: Госстройиздат, 1932. - 270с.