

УДК 621.923:621.90.17

**А.Г. Колесов, аспирант,**

**С.Е. Сазонов, канд. техн. наук,**

**С.М. Братан, профессор д-р техн. наук**

*Севастопольский национальный технический университет,*

*ул. Университетская, 33, г. Севастополь, Украина, 99053*

**РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПРОЦЕССА ПОЛИРОВАНИЯ  
ДЛЯ ОБРАБОТКИ ПРЕЦИЗИОННЫХ ДЕТАЛЕЙ ПРИБОРОВ**

*Статья посвящена разработке математической модели, характеризующей закономерности удаления материала с учетом образования оксидных пленок на поверхности обрабатываемого материала на операциях полирования прецизионных деталей приборов, которые работают при циклических знакопеременных нагрузках.*

**Ключевые слова:** математическая модель, полирование, съем материала, абразивное зерно, шероховатость.

**Введение.** Одной из основных задач машиностроения является повышение производительности технологических процессов в сочетании с выполнением требований к качеству и уменьшением себестоимости обработки. Одновременное достижение этих показателей может быть обеспечено только за счет применения новых прогрессивных методов обработки и оптимального управления технологическими операциями [1].

Особенно актуальна эта задача при производстве прецизионных приборов точной механики, например, таких, как акселерометры. Основной деталью этих приборов являются упругие элементы – маятники, которые работают при циклических знакопеременных нагрузках, от качества изготовления которых зависит надёжность прибора. Маятник акселерометра представляет собой конструкцию, выполненную в виде плоского тела сложной конфигурации с фасонными поверхностями, изготовленными по 4 – 5 квалитетам, с шероховатостью поверхности  $Ra=0,1 - 0,05$  мкм. Пример такой конструкции приведен на рисунке 1(а, б).

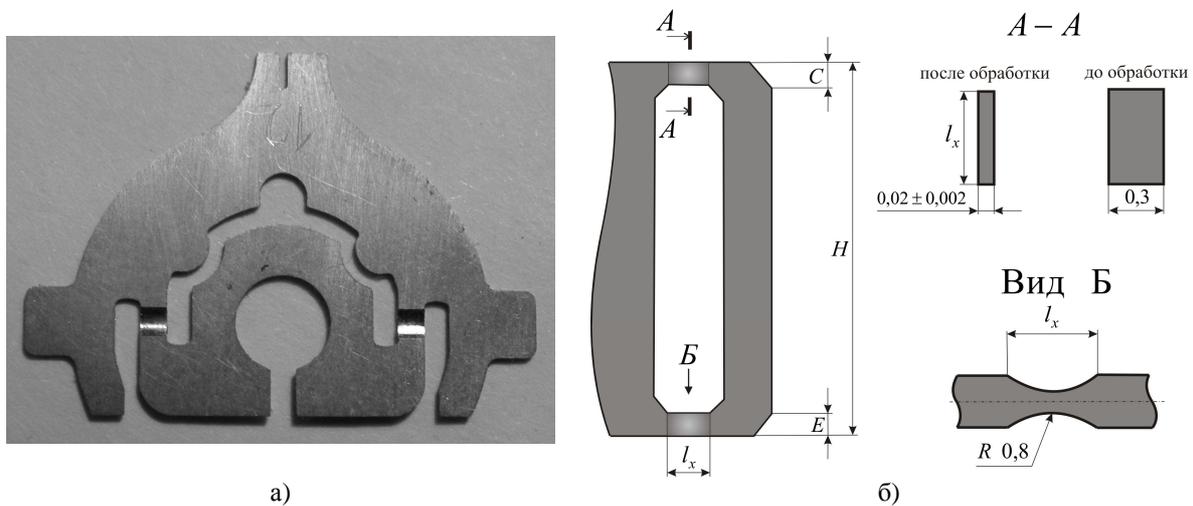


Рисунок 1 – Пример конструкций маятников:

а) – конструкции маятников; б) – упругий элемент маятника, который необходимо обработать – перемычка толщиной 0,020 мм с допуском  $\pm 0,002$  мм и шероховатостью  $Ra=0,1 \dots 0,05$  мкм

Для обработки прецизионных деталей приборов в настоящее время, используются различные технологические методы, и приемы, но в виду очень жестких требований к качеству изготовления продукции обработка производится в несколько этапов [2]. На финишных этапах обработки деталей данного класса традиционно использовались методы абразивно-алмазной обработки [2].

Для обеспечения заданных требований обработки прецизионных поверхностей используют методы доводки и полирования. Процесс доводки позволяет обеспечить высокую точность, а полирование – заданные параметры шероховатости. В настоящее время для процесса доводки имеются научно-обоснованные методики [2], позволяющие прогнозировать точность и качество обработки. Процесс полирования – не достаточно изучен, отсутствие методик, позволяющих назначать режимы обработки, связано с отсутствием адекватных математических моделей, описывающих процесс.

При полировании используют абразивные пасты и суспензии, в состав которых входят поверхностно-активные вещества (стеариновые кислоты, парафин и др.), и процесс полирования протекает под действием следующих факторов:

- 1) химическое воздействие поверхностно-активных полирующих веществ и образование оксидных пленок на обрабатываемой поверхности;
- 2) резание абразивными зёрнами или размельчение (диспергирование) тончайшего поверхностного слоя;
- 3) пластическое течение микрорельефа полируемой поверхности.

Однако использование процесса полирования сдерживается отсутствием физических адекватных математических моделей.

Таким образом, **целью данной работы является** разработка математических моделей, отражающих закономерности удаления материала на операциях полирования.

**Основное содержание работы.** Для получения математической модели, позволяющей рассчитывать съём материала при полировании, рассмотрим процессы, происходящие на обрабатываемой поверхности. Поверхностно-активные вещества входящие в состав паст и суспензий способствуют образованию оксидных пленок на обрабатываемой поверхности. При полировании пленки легко срываются абразивными зёрнами, особенностью таких пленок является способность к адсорбции, тонко измельченные веществ. В процессе полирования абразивные зёрна удаляют пленку с поверхности заготовки, на активированной поверхности под влиянием кислорода или другого химического реагента вновь образуется пленка. Часть абразивных зёрен попадает а след предшествующего зёрна, при этом съема материала не происходит, другая часть зёрен проходит через слой материала образуя царапины, третья часть зёрен частично попадает в след предшествующих царапин, частично проходит через материал.

При прохождении абразивных зёрен через уровень на обрабатываемой поверхности образуются элементарные площадки, если известно число площадок  $\Delta N$ , возникающих в любой момент времени, то можно вычислить приращение съёма материала на элементарной площадке за счет химического воздействия  $\Delta Q_X$ :

$$\Delta Q_X = [\Delta Q(\tau') \cdot S_n \cdot \Delta N(\tau)] \cdot \Delta t, \quad (1)$$

где  $\Delta Q(\tau')$  – скорость образования оксидной пленки на элементарной площадке,  $S_n$  – площадь элементарной площадки;  $\Delta N$  - число площадок;  $\Delta t$  – приращение времени.

Единственной неизвестной величиной в уравнении (1) является  $\Delta N$  - число площадок, возникающих в любой момент времени.

Для получения зависимости, позволяющей рассчитывать количество площадок, возникающих в любой заданный момент времени  $t$ , рассмотрим рисунок 2.

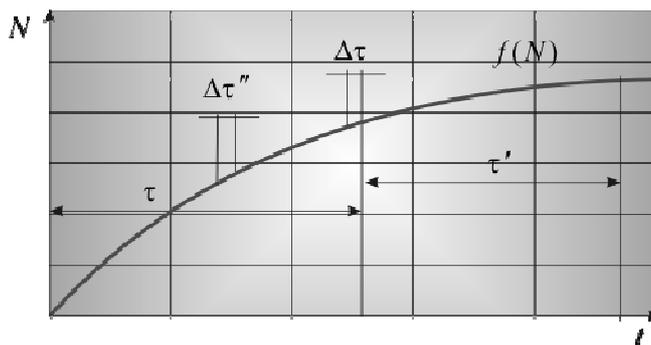


Рисунок 2 – Схема к расчету съема металла за счет образования оксидных пленок с учетом обновления поверхности в результате абразивного воздействия

Пусть в момент времени  $t_0$  через рассматриваемый уровень заготовки начинают проходить вершины наиболее выступающих абразивных зёрен.

В случае контактирования абразивных зёрен с металлом на его поверхности появляются элементарные площадки. Однако вследствие наложения единичных срезов друг на друга у значительной части зёрен контакт с материалом будет неполным. Он распространиться не на всю ширину абразивного зёрна. Другая часть абразивных зёрен вообще попадает в единичные риски. В этом случае площадки не образуются.

Число зёрен, контактирующих с материалом, пропорционально вероятности его не удаления, то есть на основе анализа вероятности контакта вершин зёрен с материалом может быть вычислено

количество площадок, образовавшихся в момент времени  $\tau$ . Вероятность появления площадки равна вероятности события, заключающегося в том, что точка профиля зерна пройдет через металл. Если, например, за время  $\Delta t$  через уровень  $\Delta u$ , расположенный в пределах  $u = 0$  до  $u = t_{\phi}$  пройдет  $\Delta \lambda$  зерен, то вероятность появления площадок будет равна:

$$P_n = \Delta \lambda \cdot P(\overline{M}), \tag{2}$$

где  $P(\overline{M})$  – вероятность не удаления материала в момент времени  $\tau$  на уровне  $W$ .

Однако часть площадок, образовавшихся в момент времени  $\tau$ , попадает с учетом перекрытия в зону действия одного из зерен и может быть срезана в любой момент времени

$$\tau' = t - \tau,$$

где  $t$  – данный момент времени,  $\tau'$  – время существования площадки.

Очевидно, для того чтобы определить число площадок в любой момент времени  $t$ , нужно домножить вероятность появления площадки  $P_n$  на вероятность события, заключающегося в том, что площадка, образовавшаяся за время  $\Delta \tau$  на уровне  $W$ , не будет срезана.

$$\Delta N(\tau') = \Delta \lambda \cdot P(\overline{M}) \cdot P_N(\overline{M}), \tag{3}$$

где  $P_N(\overline{M})$  – вероятность того, что площадка, образовавшаяся за время  $\Delta \tau$  на уровне  $W$ , не будет срезана.

Число зерен, прошедших через сечение  $W$  за период  $\Delta \tau$ , вычисляется по плотности распределения

$$\Delta \lambda_{\Delta \tau} = V_K \cdot n_3 \cdot f(a_3) \cdot \Delta a_3 \cdot \Delta \tau, \tag{4}$$

где  $n_3$  – количество зерен в единице объема рабочего слоя инструмента,  $a_3$  – расстояние от условной наружной поверхности инструмента до вершины зерна,  $V_K$  – окружная скорость инструмента;  $f(a_3)$  – функция плотности распределения глубины внедрения зерен в материал заготовки.

Нормальная сила резания  $P_H$  единичным зерном характеризуется соотношением

$$P_{Hi} = 11,8 \cdot \tau_{c\partial vi} \cdot a_i^2 \cdot \frac{(1 + \xi_c)^3}{\xi_c}, \quad \forall i = \{притир, заготовка\}, \{u, z\} \tag{5}$$

где  $\tau_{c\partial vi}$  – величина касательных напряжений вдоль условной плоскости сдвига материала;  $\xi_c = 1 \dots 3$  – коэффициент усадки стружки;  $a_i$  – глубина внедрения зерна в инструмент или заготовку соответственно.

Для взаимодействия каждого абразивного зерна с материалом заготовки и полировального инструмента справедливо равенство

$$P_{Hu} = P_{Hz}, \tag{6}$$

где  $P_{Hu}$ ,  $P_{Hz}$  – силы реакций, возникающих при внедрении единичного зерна в материал инструмента и заготовки, соответственно.

С учетом зависимостей (5) и (6):

$$11,8 \cdot \tau_{c\partial v3} \cdot a_3^2 = 11,8 \cdot \tau_{c\partial vu} \cdot a_u^2 \tag{7}$$

Обозначив сумму внедрений зерна в материалы заготовки и инструмента через  $\Delta = a_3 + a_u = d - L$  из пропорции (7) получим

$$\Delta = \left( \frac{\sqrt{\tau_{c\partial v3}} + \sqrt{\tau_{c\partial vu}}}{\sqrt{\tau_{c\partial v3}}} \right) \cdot a_3.$$

Откуда

$$a_3 = \mu(d - L),$$

где  $\mu = \left( \frac{\sqrt{\tau_{c\partial vu}}}{\sqrt{\tau_{c\partial vu}} + \sqrt{\tau_{c\partial v3}}} \right)$ ,  $\tau_{c\partial v3}$ ,  $\tau_{c\partial vu}$  – величины касательных напряжений вдоль условных плоскостей сдвига материалов заготовки и инструмента,  $a_3$  – глубина внедрения зерна в материал заготовки.

В силу того, что для полирования используются микропорошки, у которых закон распределения величин диаметров зерен близок к нормальному, запишем

$$f(d) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_d} \exp \left[ -\frac{(d - m_d)^2}{2\sigma_d^2} \right],$$

где  $m_d$ ,  $\sigma_d$  – математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение размера абразивных зерен, соответственно.

Поскольку неровности инструмента и заготовки подчиняются независимым гауссовским распределениям. Поэтому расстояние между инструментом и заготовкой имеет нормальный закон распределения с функцией плотности

$$f_L = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\sigma_{u1}^2 + \sigma_{u2}^2}} \cdot \exp \left[ -\frac{[(u_1 + u_2) - (m_{u1} + m_{u2})]^2}{2(\sigma_{u1}^2 + \sigma_{u2}^2)} \right] = \\ = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\sigma_L^2}} \cdot \exp \left[ -\frac{[L - m_L]^2}{2\sigma_L^2} \right],$$

где  $u_1$  и  $u_2$  – величины, характеризующие неровности поверхности инструмента и заготовки, ( $L = u_1 + u_2$ );  $m_{u1}, m_{u2}$  – математические ожидания и  $\sigma_{u1}, \sigma_{u2}$  – среднее квадратическое отклонения, соответственно.

Зерно размером  $d$  может оставлять риску на поверхности заготовки, если выполняется условие  $(d - L) > 0$ . При этом внедрение зерен в заготовку определяется вероятностным законом

$$f(a_3) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \frac{\mu}{\sqrt{\sigma_{u1}^2 + \sigma_{u2}^2 + \sigma_d^2}} \cdot \exp \left[ -\frac{[(d - u_1 - u_2) - (m_d - m_{u1} - m_{u2})]^2}{2(\sigma_{u1}^2 + \sigma_{u2}^2 + \sigma_d^2)} \right] = \\ = \frac{\mu}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_{a_3}} \cdot \exp \left[ -\frac{(a_3 - m_{a_3})^2}{2\sigma_{a_3}^2} \right]. \quad (8)$$

Таким образом, получена функция плотности распределения глубины внедрения зерен в материал заготовки.

Подставив уравнение (8) в (4), получим:

$$\Delta\lambda = \left( V_k \cdot n_3 \int_0^W \frac{\mu}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_{a_3}} \cdot \exp \left[ -\frac{(a_3 - m_{a_3})^2}{2\sigma_{a_3}^2} \right] da_3 \right) \Delta\tau, \quad (9)$$

Вероятность неудаления материала в момент времени  $\tau$  на уровне  $W$  определяется зависимостью [3]:

$$P(\bar{M}) = \exp[-a(y; \tau)], \quad (10)$$

где  $a(y; \tau)$  – сумма поперечных сечений зерен на уровне  $W$  за время от  $t_0$  до  $\tau$  определяется выражением:

$$a(y; \tau) = k_c \cdot b_3(y) \cdot \lambda,$$

где  $k_c$  – коэффициент стружкообразования,  $\lambda$  – число зерен, прошедших через единичное сечение,  $b_3(y) = \frac{\bar{b}_{31} + \bar{b}_{32} + \dots + \bar{b}_{3n}}{n}$  – ширина профилей абразивных зерен.

Учитывая, что для достаточно большой выборки зерен их средняя форма будет асимптотически приближаться к шару с диаметром, равным математическому ожиданию закона распределения размеров, то для моделирования эквивалентной формы зерен целесообразно использовать шар.

При аппроксимации профиля зерна шаром получаем:

$$b_3 = \sqrt{a_3 \cdot (d - a_3)},$$

где  $a_3$  – глубина внедрения абразивного зерна в материал заготовки,  $d$  – номинальный размер абразивного зерна.

За время  $\Delta\tau''$  через поверхность заготовки проходит участок с длиной  $V_k \cdot \Delta\tau''$ .

Из общего числа зерен, прошедших через сечение, ширину профиля  $\bar{b}_3(y)$  будут иметь зерна, вершины которых расположены в слое  $1 \cdot \Delta u \cdot V_K \cdot \Delta\tau''$ . Число таких вершин вычисляется по плотности распределения  $f(a_3)$ .

$$\Delta\lambda = n_3 \cdot V_K \cdot f(a_3) \cdot \Delta a_3 \cdot \Delta\tau''$$

После выполнения соответствующих подстановок получим выражение для расчета  $\Delta a(y; \tau)$ :

$$\Delta a(y; \tau) = k_C \cdot n_3 \cdot V_K \cdot \sqrt{a_3 \cdot (d - a_3)} \cdot f(a_3) \cdot \Delta a_3 \cdot \Delta\tau''.$$

При установившемся процессе полирования размер детали изменяется непрерывно и пропорционально времени обработки. Для участка поверхности, расположенной на расстоянии  $y$  от базовой плоскости, материал начинает удаляться в момент времени  $t_0$ , когда вершины наиболее выступающих зерен начинают проходить через рассматриваемый уровень. Материал полностью удаляется после выхода зерна из зоны контакта.

Переходя от дискретной модели к непрерывной, получим интегральное уравнение, определяющее изменение параметра вероятности в зоне контакта детали с кругом в момент времени  $\tau$  на уровне  $W$  :

$$a(y; \tau) = n_3 \cdot V_k \cdot k_c \int_{t_0}^{\tau} \int_0^{S_y \cdot \tau''} b_3 \cdot f(a_3) \cdot da_3 \cdot d\tau''$$

где  $S_y$  – скорость движения рабочей поверхности инструмента в материале заготовки в направлении подачи.

Вероятность  $P_N(\overline{M})$  того, что площадка, образовавшаяся на уровне  $W$  за время  $\Delta\tau$ , не будет срезана за время  $\tau'$ , можно вычислить:

$$P_N(\overline{M}) = \exp[-a(\tau')] = \exp[-a(t) - a(\tau)]. \tag{11}$$

Выполнив аналогичные преобразования, получим интегральное уравнение, определяющее изменение суммы поперечных сечений зерен на уровне  $W$  за время  $\tau'$ ,

$$a(t) = \int_{\tau}^t \int_0^{S_y \cdot \tau'''} b_3 \cdot f(a_3) \cdot d\tau''', \quad a(\tau) = \int_{t_0}^{\tau} \int_0^{S_y \cdot \tau''} b_3 \cdot f(a_3) \cdot d\tau'' \tag{12}$$

Тогда уравнение для расчета  $\Delta N(\tau')$ , с учетом обозначений, приведенных выше, запишется:

$$\Delta N(\tau') = \Delta\lambda \cdot \exp[a(y, \tau)] \cdot \exp[a(t) - a(\tau)]. \tag{13}$$

После подстановки (13) в (1) зависимость для расчета приращения съема металла с учетом обновления поверхности за счет абразивного воздействия запишется:

$$\Delta Q_X = \Delta Q(\tau') \cdot S_n \cdot \Delta t \cdot \Delta\lambda \cdot \exp[a(y, \tau)] \cdot \exp[a(t) - a(\tau)]. \tag{14}$$

После интегрирования по  $\tau$  выражения (14) получим интегральное уравнение, описывающее съем металла при полировании с учетом процессов образования оксидных пленок на поверхности заготовки с учетом химического и абразивного воздействия.

$$\Delta Q_X = \int_0^t \Delta Q(\tau') \cdot S_n \cdot \Delta t \cdot \Delta\lambda \cdot \exp[a(y, \tau)] \cdot \exp[a(t) - a(\tau)] d\tau$$

**Выводы.** Получена математическая модель процесса полирования, позволяющая определить закономерности удаления материала с учетом образования оксидных пленок на поверхности обрабатываемого материала. Предложенная модель может послужить основой для прогнозирования параметров качества при полировании.

**Библиографический список использованной литературы**

1. Абразивная и алмазная обработка материалов. Справочник / Под ред. А.Н. Резникова. — М.: Машиностроение, 1977. — 390 с.
2. Сазонов С.Е. Повышение эффективности процесса доводки прецизионных поверхностей маятников акселерометров: дис. ... канд. техн. наук: 05.03.01 «Процессы механической обработки, станки и инструменты» / Сазонов Сергей Евгеньевич. — Севастополь, 2011. — 153 с.
3. Новоселов Ю.К. Динамика формообразования поверхностей при абразивной обработке / Ю.К. Новоселов. — Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1979. — 232 с.

*Поступила в редакцию 15.03.2013 г.*

**Колесов О.Г., Сазонов С.С., Братан С.М. Розробка математичної моделі процесу полірування для обробки прецизійних деталей приладів**

Стаття присвячена розробці математичної моделі, що характеризує закономірності видалення матеріалу з урахуванням утворення оксидних плівок на поверхні оброблюваного матеріалу на операціях полірування прецизійних деталей приладів, що працюють при циклічних знакозмінних навантаженнях.

**Ключові слова:** математична модель, полірування, знімання матеріалу, абразивне зерно, шорсткість.

**Kolesov A.G., Sazonov S.E., Bratan S.M. Development of mathematical model of polishing process for machining of precision parts of devices**

The article is devoted to the development of mathematical model, describing the laws of material removal taking into account formation of oxidized layers on the surface of the processed material on polishing process of precision parts of devices that operate at cyclic alternating loads.

**Keywords:** mathematical model, polishing, output of material, abrasive grain, roughness.