

УДК621.86.065:539.38

**А.В. Непомнящий, аспирант,****И.М. Чаюн, профессор, д-р техн. наук,***Одесский национальный политехнический университет**просп. Шевченко, 1, г. Одесса, Украина, 65044**E-mail: nepalvic@ukr.net***МЕТОД ЖЕСТКОСТЕЙ В РАСЧЕТЕ КАРОТАЖНЫХ КАБЕЛЕЙ**

*Разработан метод, базирующийся на использовании комплекса жесткостей системы, которые соответствуют как силовому, так и температурному воздействию. Сами жесткости определяются на основе потенциальной энергии упругой деформации системы.*

*Ключевые слова: кабель, жесткость, деформация, потенциальная энергия.*

**Введение.** Каротажный кабель является важным звеном, обеспечивающим линию связи скважинных приборов с наземной аппаратурой при установлении глубин залегания продуктивных нефтяных и газовых пластов и в выполнении других операций. Для этого требуются точные знания прочностных и жесткостных характеристик кабеля. В работах [1–3] и других приведены исследования по вопросам прочности и жесткости каротажных кабелей. Однако они являются разрозненными, к тому же содержат некоторые неопределенности и существенные неточности. Все указанные исследования выполнены на основе метода сил и касаются только деформированно-напряженного состояния на прямолинейном участке кабеля. Решение задач, связанных с изгибом кабеля на блок-балансе и барабане лебедки по методу сил, как можно судить по подобным задачам применительно к подъемным канатам [4 и др.], представляется затруднительным по причине чрезмерной громоздкости.

В данной работе исследования строятся на основе метода жесткостей более удобного по сравнению с методом сил. Здесь подробно рассмотрим деформированно-напряженное состояние (ДНС) на прямолинейном участке кабеля под действием продольной силы и температуры и покажем обобщение данной модели для переходного участка, т.е. зоны набегания кабеля на блок-баланс.

**Предмет исследования.** Каротажный кабель состоит из трех частей (рисунок 1). Предметом исследования в работе является грузонесущая броня из двух слоев стальных проволок и токоведущая жила. Броня повита вокруг сердечника, представляющего совокупность и изоляционных слоев из резины и др. материалов. Механико-математической моделью для исследования брони является винтовой элемент  $ds$ , показанный на рисунке 2.

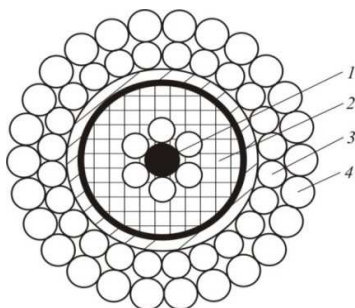


Рисунок 1 – Сечение кабеля:  
1 – токопроводящая жила;  
2 – изоляционные слои;  
3, 4 – два слоя брони;

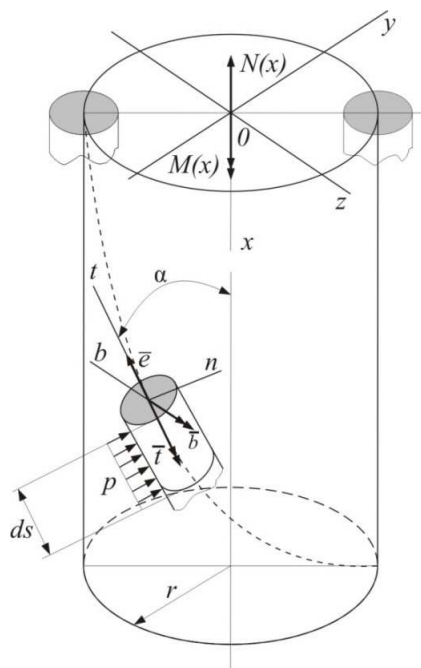


Рисунок 2 – Модель нагружения:  
 $N(x)$  – продольная сила;  
 $M(x)$  – крутящий момент;  
 $p$  – гидростатическое давление

Деформированное состояние винтового элемента  $ds$  проволоки  $i$ -го слоя описывается тремя деформациями: растяжения  $\bar{e}$ , кручения  $\bar{t}$ , изгиба  $\bar{b}$ , которые геометрически связаны с тремя деформациями кабеля от силового воздействия: продольной  $\varepsilon$ , крутильной  $\theta$  и поперечной слоя  $\omega_{C_i}$ , а также с действием температуры  $T$ . Это представляется в таком виде:

$$e_i = \varepsilon K_{e\varepsilon_i} + \theta K_{e\theta_i} + \omega_{C_i} K_{e\omega_i} + K_{eT_i} T; \quad (1)$$

$$t_i = \varepsilon K_{t\varepsilon_i} + \theta K_{t\theta_i} + \omega_{C_i} K_{t\omega_i}; \quad (2)$$

$$b_i = \varepsilon K_{b\varepsilon_i} + \theta K_{b\theta_i} + \omega_{C_i} K_{b\omega_i}, \quad (3)$$

где  $\varepsilon = \frac{du}{dx}$ ;  $\theta = \frac{dv}{dx}$ ;  $\omega_{C_i} = \frac{\Delta r_i(\varepsilon, \theta)}{r_i}$ ;  $u$ ;  $v$ ;  $\Delta r_i$  – перемещения сечения базового цилиндра (кабеля) от растяжения, кручения и поперечного сужения;  $K_{e\varepsilon_i}$ ;  $K_{e\theta_i}$ ; ...;  $K_{b\omega_i}$  – удельные деформации  $i$ -го элемента от силового воздействия.

На основании работ [4, 5]:

$$\begin{aligned} K_{e\varepsilon} &= \cos^2 \alpha; \quad K_{e\theta} = 0,5 r \sin 2\alpha; \quad K_{e\omega} = \Psi \sin^2 \alpha; \quad K_{eT_i} = \psi_i \sin^2 \alpha_i + v_i; \\ K_{t\varepsilon} &= r^{-1} \cos \alpha \sin^2 \alpha; \quad K_{t\theta} = \cos^4 \alpha; \quad K_{t\omega} = \Psi r^{-1} \cos \alpha \sin^3 \alpha; \\ K_{b\varepsilon} &= -0,5 r^{-1} \sin^2 2\alpha; \quad K_{b\theta} = 0,5(\cos^2 \alpha) \sin 2\alpha; \quad K_{b\omega} = \Psi 0,5 r^{-1} \sin^2 2\alpha, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $\alpha$  и  $r$  – угол и радиус свивки слоев брони, а также слоев токоведущей жилы;  $\Psi = \omega_{C_i} / \omega_C$  – отношение поперечной деформации по радиусу свивки слоя  $i$ -го элемента от силового действия к поперечной деформации наружного слоя брони (полная поперечная деформация, т.е. от силового и температурного действия слоя  $\omega_i = \omega_{C_i} + \omega_{T_i}$ ).

Удельная деформация  $K_{eT_i} = \omega_{T_i} \sin^2 \alpha_i + v_i = \psi_i \sin^2 \alpha_i + v_i$  от действия температуры состоит из двух слагаемых:  $\psi_i$  – коэффициент, учитывающий действие температуры на поперечную деформацию слоя проволоки;  $\psi_i = \frac{1}{2r_i} (\delta_1 v_1 + 2 \sum_{k=2}^{i-1} \delta_k v_k + \delta_i v_i)$ ;  $i = 2, 3, \dots, n$ ;  $k = 2, 3, \dots, i-1$ ;  $n$  – количество слоев, считая центральную проволоку  $1$ -ым слоем;  $v_i$  – температурный коэффициент длины (линейного расширения).

Установим взаимосвязь поперечной деформации наружного слоя брони от силового действия  $\omega_C$  с поперечными деформациями  $\omega_{C_i}$  ниже расположенных элементов.

Считаем  $1$ -ым элементом центральную проволоку токопроводящей жилы, а шесть проволок ее повива считаем  $2$ -ым элементом (рисунок 1). Совокупность защитных слоев из резины и пряжи нумеруем  $3$ -им элементом; внутренний слой брони считаем  $4$ -ым, а наружный слой  $5$ -ым элементом. Такой же принцип нумерации элементов следует принимать и при других конструкциях каротажных кабелей.

Для  $2$ -го элемента, т.е. слоя из шести проволок жилы, поперечную деформацию представляем аналогично [5]:

$$\omega_{C_2} = \psi_2 T - 0,5(\mu_1 \delta_1 \varepsilon + \mu_2 \delta_2 e_2) / r_2, \quad (5)$$

где  $\delta_1$ ,  $\delta_2$  – диаметры проволок;  $\mu_1$  и  $\mu_2$  – коэффициенты Пуассона материала проволок.

Деформация растяжения проволок  $2$ -го слоя согласно (1)

$$e_2 = \varepsilon K_{e\varepsilon_2} + \theta K_{e\theta_2} + \omega_{C_2} K_{e\omega_2} + K_{eT_2} T. \quad (6)$$

На основании (5) и (6):

$$\omega_{C_2} = -(\varepsilon \mu_{\varepsilon_2} + \theta \mu_{\theta_2} + T \mu_{T_2}) \gamma_2^{-1}, \quad (7)$$

где  $\mu_{\varepsilon_2}$  и  $\mu_{\theta_2}$  – удельные поперечные деформации по радиусу слоя  $2$ -го элемента:

$$\mu_{\varepsilon_2} = 0,5(\mu_1 \delta_1 + \mu_2 \delta_2 K_{e\varepsilon_2}); \quad \mu_{\theta_2} = 0,5 \mu_2 \delta_2 K_{e\theta_2};$$

$$\mu_{T_2} = 0,5 \mu_2 \delta_2 K_{eT_2}; \quad \gamma_2 = r_2 + 0,5 \mu_2 \delta_2 K_{e\omega_2}.$$

Поперечная деформация 3-го элемента, т.е. сердечниковой части, определяется главным образом коэффициентом Пуассона резины:

$$\omega_3 = -\frac{\Delta r_3}{r_3} = -0,5\mu_3\delta_3\varepsilon. \quad (8)$$

Поперечная деформация 4-го элемента, т.е. внутреннего слоя брони

$$\omega_{C_4} = -(\varepsilon\mu_{\varepsilon 4} + \theta\mu_{\theta 4} + T\mu_{T 4})\gamma_4^{-1}, \quad (9)$$

где  $\mu_{\varepsilon 4}$  и  $\mu_{\theta 4}$  – удельные поперечные деформации по радиусу слоя 4-го элемента:

$$\mu_{\varepsilon 4} = 0,5(\mu_3\delta_3 + \mu_4\delta_4 K_{e\varepsilon 4}); \quad \mu_{\theta 4} = 0,5\mu_4\delta_4 K_{e\theta 4}; \quad \mu_{T 4} = 0,5\mu_4\delta_4 K_{eT 4}; \quad \gamma_4 = r_4 + 0,5\mu_4\delta_4 K_{e\omega 4}.$$

Поперечная деформация 5-го элемента, т.е. наружного слоя брони

$$\omega_{C_5} = -(\varepsilon\mu_{\varepsilon 5} + \theta\mu_{\theta 5} + T\mu_{T 5})\gamma_5^{-1}, \quad (10)$$

где  $\mu_{\varepsilon 5} = 0,5(\mu_4\delta_4 + \mu_5\delta_5 K_{e\varepsilon 5}); \quad \mu_{\theta 5} = 0,5\mu_5\delta_5 K_{e\theta 5}; \quad \mu_{T 5} = 0,5\mu_5\delta_5 K_{eT 5}; \quad \gamma_5 = r_5 + 0,5\mu_5\delta_5 K_{e\omega 5}.$

Деформации кабеля продольную  $\varepsilon$ , крутильную  $\theta$  и поперечную  $\omega_C$  (это будет относительное изменение радиуса свивки наружного слоя брони от силового действия) определяем аналогично работе [5], используя метод конечных элементов,

$$|DK| = |G|^{-1} \cdot |F|, \quad (11)$$

где  $|DK| = |\varepsilon \theta \omega_C|^T$  – вектор деформаций кабеля;  $|G|$  – матрица жесткости кабеля

$$|G| = \begin{vmatrix} G_{\varepsilon\varepsilon} & G_{\varepsilon\theta} & G_{\varepsilon\omega} \\ G_{\theta\varepsilon} & G_{\theta\theta} & G_{\theta\omega} \\ G_{\omega\varepsilon} & G_{\omega\theta} & G_{\omega\omega} \end{vmatrix};$$

где  $G_{\varepsilon\varepsilon}, G_{\theta\theta}, G_{\omega\omega}$  – основные жесткости кабеля: продольная, крутильная и поперечная;

$G_{\varepsilon\theta} = G_{\theta\varepsilon}, G_{\varepsilon\omega} = G_{\omega\varepsilon}, G_{\theta\omega} = G_{\omega\theta}$  – жесткости влияния;  $|F|$  – вектор, определяемый внешними нагрузками.

Для определения компонентов матрицы  $|G|$  и жесткостей кабеля, проявляющихся при действии температуры, воспользуемся теоремой, примененной в [5, 6]: вторая частная производная от удельной потенциальной энергии деформирования стержневой системы по деформации представляет соответствующую жесткость сечения (в данном случае жесткости сечения кабеля).

Удельная потенциальная энергия упругой деформации элемента  $ds$ , т.е. накапливаемая в проволоке в пределах единичной длины базового цилиндра (рисунок 2), равна:

$$u = 0,5 \cos^{-1} \alpha (\Phi_p e^2 + \Phi_t t^2 + \Phi_u b^2), \quad (12)$$

где  $\Phi_p = EA$ ;  $\Phi_t = 0,4EJ_0$  и  $\Phi_u = 0,5EJ_0$  – продольная, крутильная и изгибная жесткости проволоки;  $E$  – модуль продольной упругости материала проволоки;  $A = \pi\delta^2/4$ ,  $J_0 = \pi\delta^4/32$  – площадь и полярный момент инерции сечения проволоки.

На основании указанной теоремы [5, 6] компоненты матрицы жесткости имеют следующий физико-математический смысл.

Основные жесткости (продольная, крутильная, поперечная):

$$G_{\varepsilon\varepsilon} = \frac{\partial^2 u}{\partial \varepsilon^2}; \quad G_{\theta\theta} = \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2}; \quad G_{\omega\omega} = \frac{\partial^2 u}{\partial \omega^2}. \quad (13)$$

Жесткости влияния (продольно крутильная, продольно-поперечная, крутильно-поперечная):

$$G_{\varepsilon\theta} = \frac{\partial^2 u}{\partial \varepsilon \partial \theta}; \quad G_{\varepsilon\omega} = \frac{\partial^2 u}{\partial \varepsilon \partial \omega}; \quad G_{\theta\omega} = \frac{\partial^2 u}{\partial \theta \partial \omega}. \quad (14)$$

Выражения (13), (14), записанные для одного элемента, справедливы для всех  $s$  элементов кабеля. Конечно, преобладающее значение имеет броня из двух слоев проволок. Раскрыв формулы (13), (14) путем использования (12) с учетом деформаций элементов (1) – (3), выражения жесткостей кабеля в

целом, необходимые для описания его деформированного состояния при действии растягивающей нагрузки и гидростатического давления, получают вид:

$$G_{\varepsilon\varepsilon} = \sum_1^s \Lambda (\Phi_p \kappa_{e\varepsilon}^2 + \Phi_t \kappa_{t\varepsilon}^2 + \Phi_u \kappa_{b\varepsilon}^2); \quad (15)$$

$$G_{\theta\theta} = \sum_1^s \Lambda (\Phi_p \kappa_{e\theta}^2 + \Phi_t \kappa_{t\theta}^2 + \Phi_u \kappa_{b\theta}^2); \quad (16)$$

$$G_{\omega\omega} = \sum_1^s \Lambda (\Phi_p \kappa_{e\omega}^2 + \Phi_t \kappa_{t\omega}^2 + \Phi_u \kappa_{b\omega}^2); \quad (17)$$

$$G_{\varepsilon\theta} = \sum_1^s \Lambda (\Phi_p \kappa_{e\varepsilon} \kappa_{e\theta} + \Phi_t \kappa_{t\varepsilon} \kappa_{t\theta} + \Phi_u \kappa_{b\varepsilon} \kappa_{b\theta}); \quad (18)$$

$$G_{\varepsilon\omega} = \sum_1^s \Lambda (\Phi_p \kappa_{e\varepsilon} \kappa_{e\omega} + \Phi_t \kappa_{t\varepsilon} \kappa_{t\omega} + \Phi_u \kappa_{b\varepsilon} \kappa_{b\omega}); \quad (19)$$

$$G_{\theta\omega} = \sum_1^s \Lambda (\Phi_p \kappa_{e\theta} \kappa_{e\omega} + \Phi_t \kappa_{t\theta} \kappa_{t\omega} + \Phi_u \kappa_{b\theta} \kappa_{b\omega}), \quad (20)$$

где  $s$  – число элементов кабеля, т.е. равноценных в геометрическом, физическом и силовом отношениях групп проволок;  $\Lambda = m \cos^{-1} \alpha$  ( $m$  – количество проволок в элементе).

На основании уравнения (11) деформации кабеля:

$$|DK| = \begin{vmatrix} \varepsilon \\ \theta \\ \omega_C \end{vmatrix} = \frac{1}{|D|} \begin{vmatrix} A_{\varepsilon\varepsilon} & A_{\varepsilon\theta} & A_{\varepsilon\omega} \\ A_{\theta\varepsilon} & A_{\theta\theta} & A_{\theta\omega} \\ A_{\omega\varepsilon} & A_{\omega\theta} & A_{\omega\omega} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} N(x) \\ M(x) \\ Q(x) \end{vmatrix}, \quad (21)$$

где  $|D|$  – определитель матрицы жесткости;  $A_{\varepsilon\varepsilon}, A_{\varepsilon\theta}, \dots, A_{\omega\omega}$  – алгебраические дополнения матрицы жесткости.

Компоненты вектора нагрузки  $|F|$  в (21) имеют следующее содержание:

$N(x)$  и  $M(x)$  – продольное усилие и крутящий момент в сечении кабеля;

$Q(x)$  – компонент нагрузки, связанный с гидростатическим давлением бурового раствора или воды, или нефти в скважине.

Продольная сила  $N(x)$  зависит от вида спускоподъемных операций, скоростного режима, веса кабеля и его диаметра, состава бурового раствора и др.

Момент  $M(x)$  представляет реакцию свободному раскручиванию кабеля. При отсутствии таких препятствий  $M(x) = 0$ .

В случае полного препятствия раскручиванию

$$M(x) = -\frac{N(x)A_{\theta\varepsilon} + Q(x)A_{\theta\omega}}{A_{\theta\theta}}. \quad (22)$$

Компонент  $Q(x)$  связан с гидростатическим давлением на единичную длину кабеля

$$Q(x) = \pi d_n \Delta q(x), \quad (23)$$

где  $d_n$  и  $\Delta$  – наружный диаметр и единичная длина кабеля;  $q(x) = p(x) - \lambda \omega(x)$ ;  $p(x)$  – гидростатическое давление, Нм<sup>-2</sup>;  $\lambda$  – удельная реакция сердечника.

Связь деформаций проволок с деформациями кабеля представим в матричной форме [5]:

$$|D\Pi| = |DK| \cdot |K|, \quad (24)$$

Матрица  $|D\Pi|$  блочная размера  $1 \times s$ , где  $s$  – количество элементов кабеля. Компонентами каждого блока являются деформации растяжения  $e$ , кручения  $t$ , изгиба  $b$  проволоки. Для проволоки  $i$ -го элемента

$$|D\Pi_i| = |e \ t \ b|, \quad i = 1, 2, \dots, s.$$

Матрица удельных деформаций проволок  $|K|$  блочная размера  $1 \times s$ . Каждый  $i$ -ый элемент

$$|K_i| = \begin{vmatrix} K_{e\varepsilon} K_{t\varepsilon} K_{b\varepsilon} \\ K_{e\theta} K_{t\theta} K_{b\theta} \\ K_{e\omega} K_{t\omega} K_{b\omega} \end{vmatrix}, \quad i = 1, \dots, s.$$

После определения деформаций кабеля по (25) вычисляются деформации проволок токопроводящей жилы и брони по матричной формуле (26).

Напряжения в проволоках определяются по формулам «Сопротивления материалов». Эквивалентные напряжения в контурных точках сечений проволок по третьей гипотез

$$\sigma_{ek} = E \sqrt{(e + 0,5\delta b)^2 + 0,16\delta^2 t^2}. \quad (25)$$

Деформированно-напряженное состояние кабеля, связанное с действием температуры, исследуем независимо от силового воздействия. Жесткости кабеля, которые проявляются при действии температуры, определяем также на основе указанной теоремы [5, 6]. Таковыми являются жесткости влияния продольно-температурная; крутильно-температурная и поперечно-температурная:

$$G_{\varepsilon T} = \frac{\partial^2 u}{\partial \varepsilon \partial T}; \quad G_{\theta T} = \frac{\partial^2 u}{\partial \theta \partial T}; \quad G_{\omega T} = \frac{\partial^2 u}{\partial \omega \partial T}. \quad (26)$$

На основе (26) с учетом (12) и (1) получаем:

$$G_{\varepsilon T} = \sum_{i=1}^s \Lambda \Phi_{p_i} K_{e\varepsilon} K_{eT}; \quad G_{\theta T} = \sum_{i=1}^s \Lambda \Phi_{p_i} K_{e\theta} K_{eT}; \quad G_{\omega T} = \sum_{i=1}^s \Lambda \Phi_{p_i} K_{e\omega} K_{eT}. \quad (27)$$

Используя основные жесткости (15)...(17) и три жесткости влияния (27), получаются продольная  $\varepsilon$ , крутильная  $\theta$  и поперечная деформации каротажного кабеля, связанные с действием температуры:

$$\varepsilon = \pm T \frac{G_{\varepsilon T}}{G_{\varepsilon\varepsilon}}; \quad \theta = \pm T \frac{G_{\theta T}}{G_{\theta\theta}}; \quad \omega_T = \pm T \frac{G_{\omega T}}{G_{\omega\omega}}. \quad (28)$$

Знак «+» относится к повышению температуры – кабель удлиняется, раскручивается и расширяется. Знак «-» наоборот.

Дальнейший расчет вплоть до определения напряжений выполняется аналогично силовому действию: деформации в проволоках по (24), напряжения по (25).

Заметим, что первые две жесткости из (27) по сути совпадают с жесткостями полученными в [3] другим путем. Следует также отметить, что утверждение в [3] о нулевых значениях напряжений в проволоках однородного каната (имеется в виду из одного материала) являются ошибочным.

**Выводы.** Канат является статически неопределимой системой и при изменении температуры обязательно будут возникать усилия в элементах, что и показывают наши расчеты. Таким образом разработана теоретическая методика вычисления жесткостных характеристик, деформаций и напряжений во всех элементах каротажного кабеля при его растяжении с кручением, гидростатическом давлении и действии температуры во время работы в скважине.

#### **Библиографический список использованной литературы**

1. Шахназарян Э.А. Влияние гидростатического давления в буровой скважине на напряженное состояние бронированного кабеля / Э.А. Шахназарян // Стальные канаты. — К.: Техніка, 1965. — Вып. 2. С. 155–157.
2. Шахназарян Э.А. Теория расчета и конструирования каротажных кабель-канатов: автореф. дис. ... канд. техн. наук / Э.А. Шахназарян. — Одесса, 1966. — 10 с.
3. Глушко М.Ф. Стальные подъемные канаты / М.Ф. Глушко. — К.: Техніка, 1966. — 325 с.
4. Чаюн И.М. Поперечное сужение канатов с металлическим сердечником / И.М. Чаюн // Стальные канаты. — Одесса: Астропринт, 2003. — Вып. 3. — С. 49–56.
5. Чаюн И.М. Несущая способность подъемных канатов и лент / И.М. Чаюн. — Одесса: Астропринт, 2003. — 233 с.
6. Чаюн И.М. Жорсткість конструкцій та їх елементів / И.М. Чаюн // Тр. Одес. політехн. ун-та. — Одеса, 2010. — С. 11–16.

*Поступила в редакцию 4.06.2013 г.*

**Непомнящий О.В., Чаюн І.М. Метод жорсткостей в розрахунках каротажних кабелів**

Розроблено метод, що базується на використанні комплексу жорсткостей системи, які відповідають як силовій, так і температурній впливу. Самі жорсткості визначаються на основі потенційної енергії пружної деформації системи.

**Ключові слова:** кабель, жорсткість, деформація, потенційна енергія.

**Непомнящий А.В., Чаюн І.М. Method of calculation stiffness in the logging cable**

There is a method engineered which is based on the use of the complex of system rigidities that correspond to both strain stress and thermal action. The rigidities themselves are determined on basis of the potential energy of the system elastic deformation.

**Keywords:** cable, rigidity, deformation, potential energy.