

УДК 539.3

Н.А. Ткачук, профессор, д-р техн. наук,

А.В. Литвиненко, канд. техн. наук,

А.В. Ткачук, ст. науч. сотруд.,

А.В. Грабовский, доцент, канд. техн. наук

Национальный технический университет «Харьковский Политехнический Институт»

ул. Фрунзе, 21, Харьков, Харьковская область, 61002

E-mail: kostenko.yuriy@gmail.com

ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТЬ ПРОЧНОСТНЫХ И ЖЕСТКОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ТОНКОСТЕННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ МАШИНОСТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ К НЕРАВНОМЕРНОМУ ИЗМЕНЕНИЮ ТОЛЩИНЫ

Многие машиностроительные конструкции обладают тонкостенными элементами. Толщины тех или иных тонкостенных элементов подвержены изменениям как на этапе проектирования, так и на этапе эксплуатации. Поскольку использование прямого компьютерного моделирования с варьированием всех параметров катастрофически увеличивает объемы исследований, то предлагается подход с установлением искомым закономерностей для уменьшения объемов вычислений.

***Ключевые слова:** тонкостенные элементы, варьирование толщин, компьютерное моделирование.*

Введение

Тонкостенные элементы машиностроительных конструкций предназначены, как правило, для длительной эксплуатации в условиях воздействия значительных нагрузок, динамических и перемещаемых воздействий, агрессивной среды, высокой температуры и других факторов. В силу, как правило, достаточно жестких ограничений на геометрические и массовые характеристики этих машиностроительных конструкций толщины их отдельных элементов на этапе проектирования назначаются достаточно малыми. Вследствие этого данные конструктивные элементы очень чувствительны к варьированию их толщин с точки зрения уровня компонент напряженно-деформированного состояния.

Изменение толщины тех или иных конструктивных элементов имеет различную природу. На этапе эксплуатации на толщину стенок влияет коррозионное (или иного типа) утонение (износ, растворение, деградация). На этапе изготовления и технологической подготовки производства - в силу допусков на толщину поставляемого листового материала и количество наплавляемого материала сварных соединений. На этапе проектирования – из соображений рационального использования материалов происходит варьирование толщин элементов на разных этапах проектных исследований по сравнению с исходным вариантом. Т.о., с точки зрения моделирования напряженно-деформированного состояния приходим к необходимости оперирования не только с некоторыми номинальными (базовыми) распределениями толщин в исследуемых объектах, но и с разнообразными вариациями их изменения (реальными, возможными, потенциальными или виртуальными).

Учитывая, что в ходе многовариантных исследований варьируется большое количество толщинных параметров (например, бронекорпуса легкобронированных машин имеют в своем составе десятки панелей различной толщины; металлоконструкции кранов, перегружателей, отвалообразователей состоят из сотен листовых фрагментов разной толщины, соединенных сваркой; емкости для хранения различных продуктов утоняются до допустимых 20-25% существенно неравномерно по занимаемой области – если рассматривать этот диапазон с градацией 1%, то получаем около 25 возможных вариантов), то прямое применение компьютерного моделирования с варьированием в каждом случае всех параметров катастрофически увеличивает объем исследований. С учетом этих соображений привлекательным подходом является установление каких-либо закономерностей, которые дали бы возможность резко уменьшить необходимое количество численных исследований. Для решения возникающих задач предлагается применить метод прямого конечного возмущения конечно-элементных моделей.

В частности, в данной работе предложены подходы, основанные на линеаризации отклика напряженно-деформированного состояния тонкостенных элементов машиностроительных конструкций на варьирование толщин отдельных элементов на основе соединения возможностей метода конечных элементов и теории возмущений, адаптированных к конечному варьированию толщины.

Основные положения предлагаемого подхода.

Рассмотрим две задачи: определение напряженно-деформированного состояния тонкостенных элементов машиностроительных конструкций; анализ спектров собственных частот колебаний тонкостенных элементов конструкций.

Для математического описания напряженно-деформированного состояния и определения собственных частот колебаний исследуемых конструкций применяется система уравнений в частных производных, например, относительно перемещений точек исследуемых объектов. В то же время применение вариационных принципов дает возможность свести данную задачу к системе линейных алгебраических уравнений относительно коэффициентов в представлении искомых функций в виде ряда по базисным функциям

$$Kx = f, \quad (1)$$

или к задаче на собственные значения

$$\text{Det}(K - \omega^2 M) = 0. \quad (2)$$

Если речь идет о применении метода конечных элементов [1], здесь K, M, x – матрицы жесткости, масс и массив узловых неизвестных конечно-элементной модели: f – массив нагрузок; ω – собственные частоты исследуемой системы.

Если при этом конечные элементы имеют не постоянные, а изменяющиеся толщины $h = \{h_1, h_2, \dots, h_N\}^T$, то $K = K(h), M = M(h), f = f(h)$. В силу этого, решения x, ω являются параметрически зависящими от массива толщин h . Если ввести в рассмотрение изменяемые толщины в зависимости от некоторого массива (называемого номинальным) $h^0 = \{h_1^0, \dots, h_N^0\}^T$ с помощью коэффициентов $\alpha = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N\}^T$ – степеней утонения отдельных конечных элементов, то

$$h_k = h_k^{(0)}(1 - \alpha_k), \quad k = 1, 2, \dots, N. \quad (3)$$

В силу малости $\alpha_k \ll 1$ (обычно устанавливается некоторая предельная степень утонения $\alpha^* : \alpha_k \ll \alpha^* \forall k$) решение уравнения (1) представлено в виде линейной формы от α :

$$x = x_0 + \sum \alpha_k \Delta_k, \quad (4)$$

где

$$x_0 = K_0^{-1}(0) \cdot f(0), \quad (5)$$

$$\Delta_k = \frac{1}{\alpha^*} [K_0^{-1}(\alpha_k^*) f(\alpha_k^*) - K_0^{-1}(0) f(0)], \quad (6)$$

$$\alpha_k^* = \{\alpha_\xi^* \cdot \delta_{1k}, \alpha_\xi^* \cdot \delta_{2k}, \dots, \alpha_\xi^* \cdot \delta_{Nk}\}^T, \quad (7)$$

δ_{ij} - символ Кронекера.

В (4) присутствуют компоненты массива чувствительности Δ_k , использующие для их вычисления точные решения разрешающих систем уравнений метода конечных элементов с последующим применением конечно-разностных соотношений.

Для решения системы (2) можно использовать подход с использованием формул Рэлея, модифицированных с учетом малости α [2, 3]:

$$\omega_i^2 = \omega_0^2 \cdot \frac{1 - \delta_K}{1 - \delta_M}, \quad i = 1, 2, \dots, \quad (8)$$

где $\delta_K \ll 1, \delta_M \ll 1$ - выражения, содержание билинейные формы на множестве возможных собственных форм, ортогональных формам с меньшими номерами, с коэффициентами матриц $K(\alpha)$ и $M(\alpha)$ соответственно.

С учетом малости компонент массива α_k формула (8) может быть представлена в виде:

$$\omega = \omega_0 \left(1 - \frac{1}{2}(\delta_K - \delta_M)\right), \quad \delta_K = \sum \phi_r \alpha_r, \quad \delta_M = \sum \mu_r \alpha_r. \quad (9)$$

Здесь ϕ_r, μ_r - коэффициенты линейных форм от степеней утонения α . Таким образом, и компоненты напряженно-деформированного состояния (см. (4)), и собственные частоты (см. (9)) выражаются через степени утонения α линейным образом. Речь идет, естественно, о приближенных соотношениях, поскольку приведенные равенства точно выполняются только для базового (номинального) варианта толщин и для специально подобранных распределений толщин (каждый из них соответствует номинальному набору толщин, за исключением одного из α_k , который равен предельному α^*).

Получаемая тенденция изменения компонент напряженно-деформируемого состояния и собственных частот колебаний, вообще говоря, предсказуема и следует из положений теории возмущений [4]. Однако в данном случае важным отличительным моментом является как раз способ вычисления компонент массива чувствительности (6).

Тестовый пример. Для иллюстрации применимости предлагаемого подхода исследуется спектр собственных частот колебаний бронекорпуса БТР-3Е при варьировании толщин его бронепанелей. На рисунке 1 приведена геометрическая и конечно-элементная модели бронекорпуса БТР-3Е. В качестве иллюстративного избран базовый вариант номинальных толщин 8 мм для всех элементов бронекорпусов. Варьирование всех толщин осуществляется в пределах $\pm 20\%$. На рисунке 2 приведены некоторые

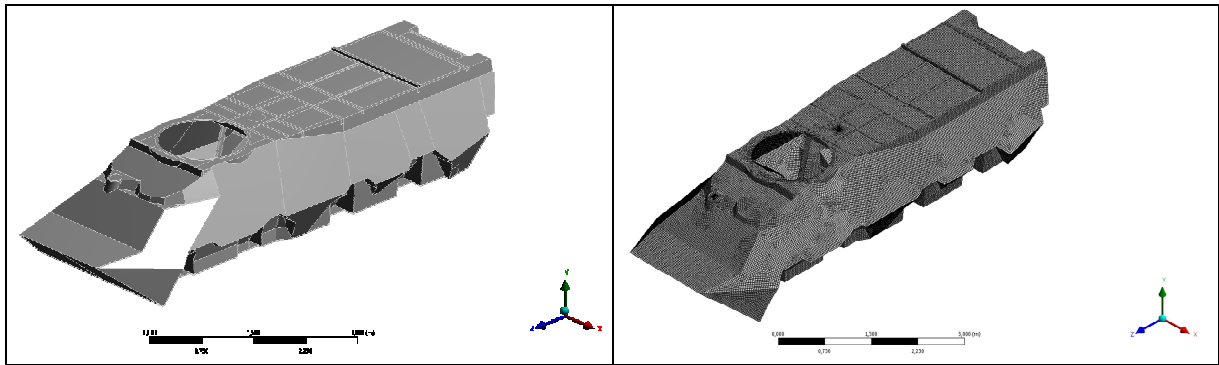


Рисунок 1 – Геометрическая и конечно-элементная модели бронекорпуса БТР-3Е

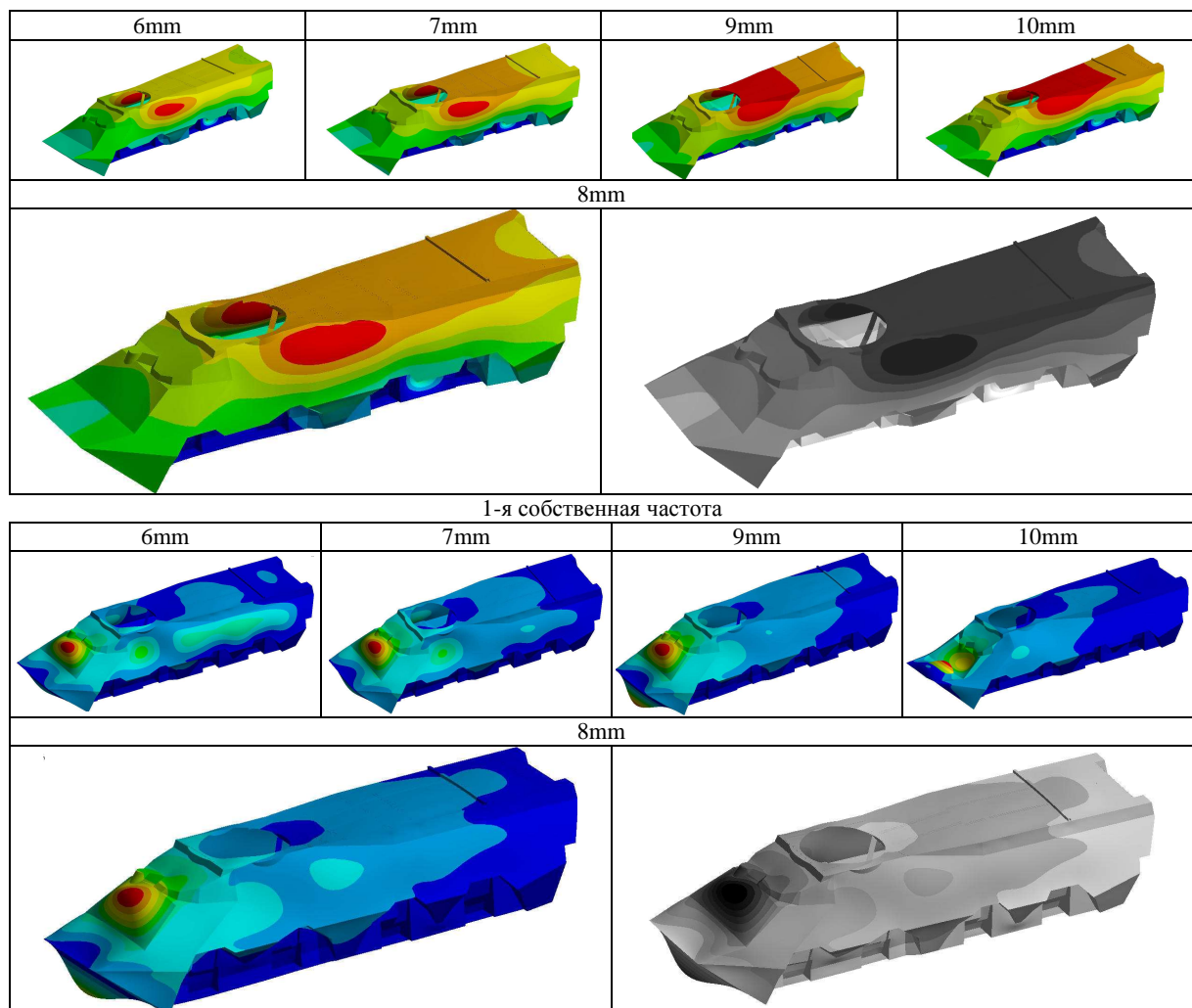


Рисунок 2 – Некоторые собственные формы колебаний для номинального (8 мм) распределения толщин и при варьировании толщин

собственные формы колебаний для номинального и измененных распределений толщин. На рисунке 3 – графическая иллюстрация изменения собственных частот бронекорпуса при различных степенях его утонения/утолщения по сравнению с базовым вариантом.

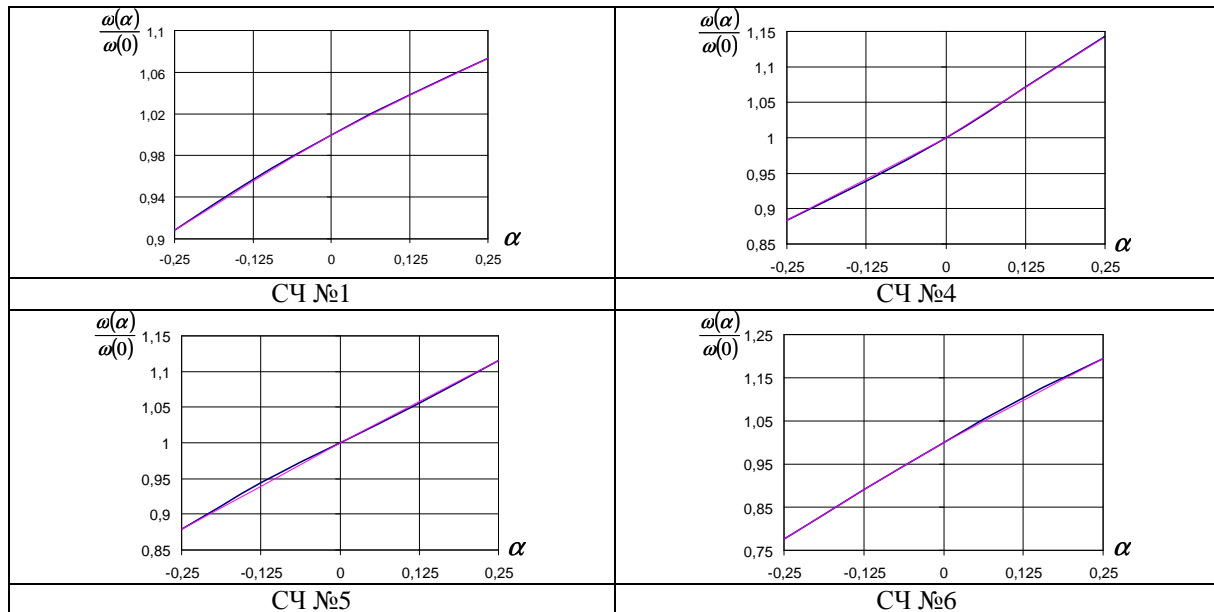


Рисунок 3 – Собственные частоты (СЧ) колебаний бронекорпуса, отнесенные к значениям СЧ с базовым значением толщины панелей (8 мм), в зависимости от степени утонения/утолщения этих панелей

Видно, что собственные формы колебаний сохраняют свой характер, а частоты изменяются практически линейно в достаточно широком диапазоне варьирования толщин ($\pm 20\%$). Это свидетельствует о том, что если зависимость распределения толщин от каких-то проектно-технологических решений и носит существенно нелинейный характер, то непосредственное влияние степени утонения-утолщения α элементов бронекорпуса носит характер линейной зависимости. Отсюда следует, что при параметрическом анализе и синтезе задачи можно разделить: в координатах α получаем линеаризованные критериальные и ограничительные функции, а в координатах параметров p – возможно, более сложные зависимости. Поскольку решение задач в координатах α , таким образом, кардинально упрощается (а именно решение этой части проблемы, как правило, наиболее ресурсозатратно), то, соответственно, за счет этого существенно ускоряется и решение общей задачи.

Заключение

Дано описание нового подхода к расчету напряженно-деформированного состояния и собственных частот колебаний тонкостенных элементов машиностроительных конструкций с учетом изменения их толщины. Он состоит в линеаризации зависимости компонент напряженно-деформированного состояния и собственных частот от степени утонения/утолщения элементов конструкции с использованием результатов, получаемых с применением конечно-элементных моделей, которые получают малое, но конечное возмущение в виде нормативно задаваемого предельно допустимого утонения отдельных фрагментов исследуемых конструкций.

На примере бронекорпусов машин типа БТР исследовано влияние варьирования толщин отдельных бронепанелей на отдельные характеристики. При этом установлено, что малые степени изменения толщин оказывают близкое к линейному влияние на эти отдельные характеристики бронекорпуса. В частности, на примере спектра собственных частот бронекорпуса БТР-3Е подтверждены близкие к линейному закону тенденции изменения отдельных частот при малом, но конечном (в пределах $\pm 20\%$) утонении/утолщении его бронепанелей.

Учитывая возможность линеаризации отклика характеристик бронекорпусов на варьирование толщин бронепанелей, предложен новый подход к решению задач параметрического анализа и синтеза. Он состоит в том, то исходную задачу целесообразно решать в два этапа. На первом устанавливаются линеаризованные зависимости контролируемых характеристик от толщин бронепанелей h или степеней их утонения α , и по этим зависимостям решаются те или иные конкретные задачи в координатах h , α ; на втором этапе конкретизируются зависимости h , α от проектно-технологических параметров p , и решение переводится в эти координаты.

Учитывая значительную актуальность задачи обоснования рациональных проектно-технологических параметров, обеспечивающих заданные тактико-технические характеристики перспективных транспортных средств специального назначения, данный подход в дальнейшем обладает широкими возможностями при решении различных задач на этапах проектирования, исследования и технологической подготовки производства этих машин.

Предложенный в работе подход распространяется на широкий класс тонкостенных машиностроительных конструкций.

Бібліографічний список використаної літератури

1. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике / О.Зенкевич. — М.: Мир, 1975. — 318 с.
2. Анализ чувствительности прочностных и динамических характеристик машиностроительных конструкций на основе прямого возмущения конечно-элементных моделей / Н.А. Ткачук [и др.] // Вестник НТУ «ХПИ». Тем. вип.: Машинознавство та САПР. — 2012. — № 22. — С. 147–169.
3. Математическое и численное моделирование динамических процессов в элементах легкобронированных боевых машин / Б.А. Мельник, А.Н. Малакей, А.Ю. Танченко, О.В. Кохановская // Вестник НТУ «ХПИ». Серия: Машинознавство та САПР. — 2013. — № 1 (975). — С. 93–117.
4. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики / Г.И. Марчук. — М.: Наука, 1977. — 456 с.

Поступила в редакцию 14.05.2013 г.

Ткачук М.А., Литвиненко О.В., Ткачук Г.В., Грабовський А.В. Чутливість прочностних та жорсткостних характеристик тонкостінних елементів машинобудівних конструкцій до нерівномірної зміни товщини

Велика кількість машинобудівних конструкцій має тонкостінні елементи. Товщини тих чи інших тонкостінних елементів можуть змінюватися як на етапі проектування, так і на етапі експлуатації. Оскільки використання прямого комп'ютерного моделювання з варіюванням всіх параметрів катастрофічно збільшує обсяги досліджень, то пропонується підхід зі встановленням шуканих закономірностей для зменшення обсягів обчислень.

Ключові слова: тонкостінні елементи, варіювання товщин, комп'ютерне моделювання.

Tkachuk M., Lytvinenko O., Tkachuk G., Grabovsky A. Sensitivity of strength and stiffness characteristics of thin-walled elements of mechanical engineering constructions to imperfect thickness variations

Many engineering designs have thin-walled elements. Thickness of various thin-walled elements can be changed at the design stage or at the operational stage. Using of direct computer simulations with variation of full set of parameters dramatically increases the amount of research that's why an approach to the establishment of searched laws to reduce the amount of computation is suggested.

Keywords: thin-walled elements, variation of thicknesses, computer modeling.