

УДК 539.3

**М.В. Чернобрышко, ст. научн. сотрудник, канд. техн. наук,****К.В. Аврамов, профессор, д-р техн. наук,****В.Н. Романенко, ведущ. инж.-исследователь***Институт проблем машиностроения им. А.Н. Подгорного НАН Украины**ул. Дм. Пожарского 2/10, г. Харьков, Украина, 61046**E-mail: chernobryvko@ipmach.kharkov.ua***А.М. Тонконоженко,****Т.Я. Батутина***Государственное предприятие «Конструкторское бюро «Южное»**г. Днепропетровск, Украина**E-mail: info@yuzhnoye.com*

## СОБСТВЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ ОБТЕКАТЕЛЕЙ РАКЕТ-НОСИТЕЛЕЙ

*Рассматривается модель свободных колебаний обтекателей ракет-носителей, которые моделируются тонкими параболическими оболочками. Для исследования колебаний конструкции выводится кинетическая и потенциальная энергии параболической оболочки. Для исследования колебаний применяется метод Релея-Ритца.*

**Ключевые слова:** обтекатель ракеты-носителя, параболическая оболочка, метод Релея-Ритца, свободные колебания.

### Введение

В полете элементы ракет-носителей совершают интенсивные колебания, которые возникают вследствие аэродинамических нагрузок, усилий возникающих от двигательной установки. Эти колебания могут привести к разрушению элементов ракет-носителей на первых секундах их полета [1-4].

Обтекатель ракет-носителей представляет собой тонкую параболическую оболочку, которая защищает спутник при выведении его на орбиту. В процессе полета на обтекатель действуют аэродинамические нагрузки, которые приводят к интенсивным аэроупругим колебаниям.

В этой работе обтекатель моделируется параболической оболочкой постоянной толщины. Для исследования линейных колебаний конструкции применяется метод Релея-Ритца.

### 1. Постановка задачи

Конструктивная схема обтекателя ракетносителя представлена на рис.1. Анализ геометрии обтекателя свидетельствует, что он хорошо описывается параболической оболочкой постоянной толщины. Предполагается, что оболочка совершает колебания с амплитудами значительно меньшими ее толщины. Напряжения и деформации оболочки удовлетворяют закону Гука. Так как оболочка является тонкой, то сдвиги и инерцию вращения не учитывают. В этом случае колебания оболочки являются линейными.

Деформационное состояние срединной поверхности параболоида опишем проекциями перемещений на направления касательных к координатным линиям [5]:  $u(\varphi, \theta, t)$ ,  $v(\varphi, \theta, t)$ ,  $w(\varphi, \theta, t)$

Углы  $\varphi$ ,  $\theta$  описывают положение точек на срединной поверхности.

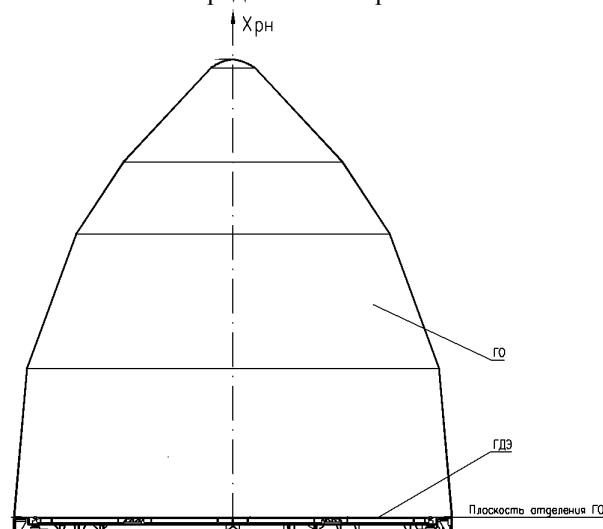


Рисунок 1 – Схема конструкции обтекателя

## 2. Уравнения колебаний параболоида

Потенциальную энергию упругой деформации оболочки представим в виде [6]:

$$\Pi = \frac{1}{2} \iiint_V \sigma_{11} \varepsilon_{11} + \sigma_{22} \varepsilon_{22} + \sigma_{12} \varepsilon_{12} \left(1 + \frac{z}{R_\theta}\right) \left(1 + \frac{z}{R_\varphi}\right) R_\theta R_\varphi \sin \theta d\theta d\varphi dz, \quad (1)$$

где  $\sigma_{11}, \sigma_{12}, \sigma_{22}, \varepsilon_{11}, \varepsilon_{12}, \varepsilon_{22}$  – компоненты тензоров напряжений и деформаций;  $R_\varphi, R_\theta$  – радиусы кривизн координатных линий  $\varphi, \theta$ .

Компоненты тензоров напряжений и деформаций удовлетворяют закону Гука:

$$\sigma_{11} = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_{11} + \nu \varepsilon_{22}), \quad \sigma_{22} = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_{22} + \nu \varepsilon_{11}), \quad \sigma_{12} = \frac{E}{1-\nu^2} \frac{1-\nu}{2} \varepsilon_{12}, \quad (2)$$

а радиусы кривизн координатных линий определяются следующим образом:

$$R_\varphi = \frac{R_0}{(1+\chi \sin^2 \theta)^{1/2}}, \quad R_\theta = \frac{R_0}{(1+\chi \sin^2 \theta)^{3/2}}. \quad (3)$$

Значение  $\chi$  определяет форму оболочки вращения, для параболической оболочки  $\chi = -1$ .

Верхняя точка оболочки  $\theta = 0$  является особой. Поэтому для расчета собственных частот и форм колебаний около этой точки вырежем отверстие диаметром толщины оболочки. Это маленькое отверстие слабо влияет на динамику конструкции. Тогда потенциальную энергию оболочки (1) с учетом (2) можно представить так:

$$\begin{aligned} \Pi = & \frac{1}{2} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \int_0^{2\pi} \int_{\frac{h}{R_0}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{E}{1-\nu^2} \left( \varepsilon_{11}^2 + 2\nu \varepsilon_{11} \varepsilon_{22} + \varepsilon_{22}^2 + \frac{1-\nu}{2} \varepsilon_{12}^2 \right) \times \\ & \times \left( R_\theta R_\varphi \sin \theta + z (R_\varphi + R_\theta) \sin \theta + z^2 \sin \theta \right) d\theta d\varphi dz, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $h$  – толщина оболочки;  $R_0$  – радиус кривизны в особой точке оболочки  $\theta = 0$ .

Компоненты тензора деформаций связаны с перемещениями зависимостями

$$\begin{aligned} \varepsilon_{11} = & \frac{1}{R_\theta} \left( \frac{\partial u}{\partial \theta} + w \right) + z \left[ \frac{1}{R_\theta^2} \left( \frac{\partial u}{\partial \theta} - \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right) + \frac{1}{R_\theta^2 \sin^2 \theta} \left( \frac{\sin \varphi}{R_\theta} \frac{\partial v}{\partial \varphi} - \frac{1}{R_\theta} \frac{\partial w}{\partial \varphi} \right) \right], \\ \varepsilon_{22} = & \frac{1}{R_\varphi \sin \theta} \left( \frac{\partial v}{\partial \varphi} + u \cos \theta + w \sin \theta \right) + z \left[ \frac{1}{R_\varphi^2 \sin^2 \theta} \left( \frac{\partial v}{\partial \varphi} \sin \theta - \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} \right) + \frac{1}{R_\theta^2 \operatorname{tg} \theta} \left( u - \frac{\partial w}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{R_\theta^2} \left( \frac{\partial u}{\partial \theta} - \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right) \right], \\ \varepsilon_{12} = & \frac{1}{R_\varphi \sin \theta} \frac{\partial u}{\partial \varphi} - \frac{1}{R_\theta \operatorname{tg} \theta} v + z \frac{1}{R_\theta R_\varphi \operatorname{tg} \theta} v. \end{aligned} \quad (5)$$

Кинетическую энергию оболочки представим в следующем виде:

$$T = \frac{\rho h}{2} \int_0^{2\pi} \int_{\frac{h}{R_0}}^{\frac{\pi}{2}} \left( \left( \frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial t} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 \right) R_\theta R_\varphi \sin \theta d\theta d\varphi, \quad (6)$$

где  $\rho$  – плотность материала обтекателя.

Для расчета собственных частот и форм колебаний оболочки воспользуемся методом Релея-Ритца. Линейные колебания оболочки представим в виде произведения функций координат и времени

$$\begin{aligned} u(\theta, \varphi, t) &= \tilde{u}(\theta, \varphi) \cos(\omega t), \\ v(\theta, \varphi, t) &= \tilde{v}(\theta, \varphi) \cos(\omega t), \\ w(\theta, \varphi, t) &= \tilde{w}(\theta, \varphi) \cos(\omega t). \end{aligned} \quad (7)$$

Тогда кинетическую (6) и потенциальную (4) энергию оболочки с учетом (7) можно преобразовать к виду

$$T(\theta, \varphi, t) = \omega^2 \sin^2 \omega t \cdot \tilde{T}(\theta, \varphi); \quad (8)$$

$$\Pi(\theta, \varphi, t) = \cos^2 \omega t \cdot \tilde{\Pi}(\theta, \varphi). \quad (9)$$

Теперь рассмотрим выражения для перемещений оболочки. Так как по координате  $\varphi$  оболочка является замкнутой, то ее перемещения можно представить в виде ряда Фурье по этой координате. Тогда собственные формы колебаний оболочки таковы:

$$\begin{aligned}\tilde{u}(\theta, \varphi) &= \sum_{i=1}^{N_1} \sum_{j=1}^{N_2} \psi_i^{(u)}(\theta) \left( A_{ij}^{(1)} \sin j\varphi + A_{ij}^{(2)} \cos j\varphi \right), \\ \tilde{v}(\theta, \varphi) &= \sum_{i=1}^{N_3} \sum_{j=1}^{N_4} \psi_i^{(v)}(\theta) \left( B_{ij}^{(1)} \sin j\varphi + B_{ij}^{(2)} \cos j\varphi \right), \\ \tilde{w}(\theta, \varphi) &= \sum_{i=1}^{N_5} \sum_{j=1}^{N_6} \psi_i^{(w)}(\theta) \left( C_{ij}^{(1)} \sin j\varphi + C_{ij}^{(2)} \cos j\varphi \right).\end{aligned}\quad (10)$$

где  $A_{ij}^{(1)}, A_{ij}^{(2)}, \dots, C_{ij}^{(2)}$  – неизвестные параметры;  $\psi_i^{(u)}(\theta), \psi_i^{(v)}(\theta), \psi_i^{(w)}(\theta)$  – функции, определяемые из условий закрепления оболочки.

На стороне  $\theta = \theta^*$  оболочка закреплена, а наверху (в месте маленького выреза) оболочка свободна. Значение  $\theta^*$  определяется по заданной геометрии обтекателя. На свободной стороне оболочки не учитываются граничные условия, так как для определения параметров колебаний применяется метод Релея-Ритца. Используемые граничные условия представим так:

$$\tilde{u}|_{\theta=\theta^*} = \tilde{v}|_{\theta=\theta^*} = \tilde{w}|_{\theta=\theta^*} = \frac{\partial \tilde{w}}{\partial \theta}|_{\theta=\theta^*} = 0. \quad (11)$$

Функции  $\psi_i^{(u)}, \psi_i^{(v)}$  являются собственными формами продольных колебаний консольного стержня, а функции  $\psi_i^{(w)}$  являются собственными формами изгибных колебаний консольного стержня. С учетом (11) эти функции представим следующим образом:

$$\begin{aligned}\psi_i^{(u)}(\theta) &= \cos(2i-1)\theta, \\ \psi_i^{(v)}(\theta) &= \cos(2i-1)\theta, \\ \psi_i^{(w)}(\theta) &= \frac{1}{2} \left( \operatorname{ch} \left[ k_i \left( \frac{\pi}{2} - \theta \right) \right] - \cos \left[ k_i \left( \frac{\pi}{2} - \theta \right) \right] \right) - \frac{\operatorname{sh}(k_i s) - \sin(k_i s)}{2(\operatorname{ch}(k_i s) - \cos(k_i s))} \left( \operatorname{sh} \left[ k_i \left( \frac{\pi}{2} - \theta \right) \right] - \sin \left[ k_i \left( \frac{\pi}{2} - \theta \right) \right] \right).\end{aligned}\quad (12)$$

Для расчета собственных частот и форм линейных колебаний оболочки воспользуемся принципом Остроградского – Гамильтона и рассмотрим функционал:

$$\int_0^{2\pi/\omega} (\Pi - T) dt = \frac{\pi}{\omega} \left\{ \tilde{\Pi} \left( A_{ij}^{(1)}, \dots, C_{ij}^{(2)} \right) - \omega^2 \tilde{T} \left( A_{ij}^{(1)}, \dots, C_{ij}^{(2)} \right) \right\}. \quad (13)$$

Теперь определим минимум функционала (13) на множестве переменных  $A_{ij}^{(1)}, \dots, C_{ij}^{(2)}$ . Из определения этого минимума приходим к проблеме собственных значений:

$$\operatorname{Det} [C - \omega^2 M] = 0. \quad (14)$$

Из решения проблемы собственных значений находим частоты и формы линейных колебаний.

### 3. Численные исследования

Проводились исследования собственных частот и форм колебаний обтекателя ракеты-носителя заданной геометрии. На рисунках 2 и 3 представлены поля перемещений по первой и десятой формам колебаний, соответственно.

Характерно, что поля перемещений, соответствующие первым десяти формам колебаний, для которых проводились численные исследования, качественно идентичны. Колебательный процесс происходит в срединной части параболоида и, практически, не затрагивает его вершину.

### Вывод

Предложенная математическая модель и результаты численных исследований линейных колебаний обтекателя ракеты-носителя будут использованы при анализе колебаний конструкции под действием акустических и импульсных нагрузок в дозвуковом и сверхзвуковом потоке.

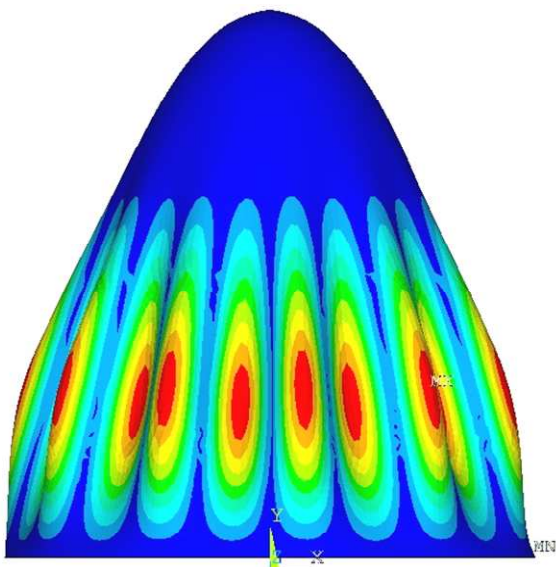


Рисунок 2 – Поле перемещений по первой форме колебаний

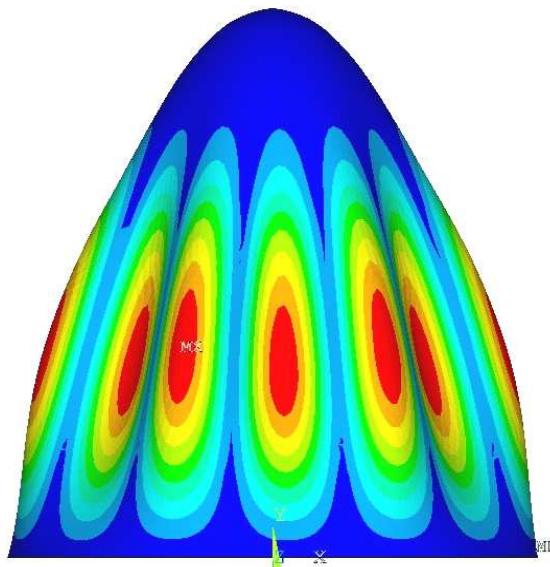


Рисунок 3 – Поле перемещений по десятой форме колебаний

Робота виконана при підтримці Целевої комплексної програми НАН України по научним космічним дослідженням на 2012-2016 гг. в рамках договору № П-67-13 «Вібронапруженість елементів ракетноносителей под воздействием акустических и импульсных нагрузок».

#### **Бібліографічний список використаної літератури**

1. Нестационарные изгибно-изгибно-продольные колебания ракетносителя с космическим аппаратом / К.В. Аврамов, В.А. Пирог, В.М. Федоров, Т.М. Пересадько, Н.В. Ширяева // Проблемы машиностроения. — 2011. — № 5.
2. Свободные изгибно-изгибно-продольные колебания ракетносителя с космическим аппаратом / К.В. Аврамов, С.В. Филипковский, В.А. Пирог, В.М. Федоров, Т.М. Пересадько, Л.А. Филипковская // Сборник научных трудов Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского “ХАИ”. Открытые информационные и компьютерные технологии. — 2010. — Вып. 45. — С. 136–141.
3. Демпфирование продольных колебаний жидкости в топливных магистралях космических ракет / К.В. Аврамов, С.В. Филипковский, В.А. Пирог, А.М. Тонконоженко // Космические технологии: настоящее и будущее: тез. докл. III междунар. конф., Днепропетровск, 2011 г. — Днепропетровск, 2011. — С. 22.
4. Динамическое деформирование цилиндров с жидкостью под действием импульсного нагружения / М.В. Чернобрывко [и др.] // Космические технологии: настоящее и будущее: тез. докл. IV Междунар. конф., Днепропетровск, 17–19 апреля 2013 г. — Днепропетровск, 2013. — С. 40.
5. Григоренко Я.М. Решение нелинейных задач теории оболочек на ЭВМ / Я.М. Григоренко, А.П.Мукоед. — Киев: Вища школа, 1983. — 284 с.
6. Григолюк Э.И. Устойчивость оболочек / Э.И. Григолюк, В.В. Кабанов. — М: Наука, 1978. — 344 с.

Поступила в редакцию 26.03.2013 г.

#### **Чернобрывко М.В., Аврамов К.В., Романенко В.М., Тонконоженко А.М., Батутіна Т.Я. Власні коливання обтічників ракет-носіїв**

Розглядається модель вільних коливань обтічників ракет-носіїв, які моделюються тонкими параболічними оболонками. Для дослідження коливань конструкції виводиться кінетична і потенційна енергії параболічної оболонки. Для дослідження коливань застосовується метод Релея-Рітца.

**Ключові слова:** обтічник ракети-носія, параболічна оболонка, метод Релея-Рітца, вільні коливання.

#### **Chernobryvko M.V., Avramov K.V., Romanenko V.N., Tonkonogenko A.M., Batutina T.Y. Free Vibrations of Rockets Deflectors**

Mathematical model of the free vibrations of rocket deflections modeled parabolic shells are considered. Kinetic and potential energies of the structure are derived to analyze free vibrations. The Rayleigh–Ritz method is used to analyze vibrations.

**Keywords:** rocket deflection, parabolic shell, Rayleigh–Ritz method, free vibration.