УДК 510.217

Медведева М. И.[1]

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОИЗВОДСТВЕННОГО ПРОЦЕССА С НЕНАДЕЖНЫМ ОБОРУДОВАНИЕМ

Работа посвящена решению проблемы функционирования одноканальной системы массового обслуживания с ненадежным оборудованием, переналадкой, которая позволяет описать функционирование как основного, так и вспомогательного материального потока логистической системы.

Ключевые слова: *система массового обслуживания (СМО), стационарные вероятности, надежность, ремонтный аутсорсинг, переналадка оборудования.*

ВСТУПЛЕНИЕ

Современное состояние экономики Украины определяется всеобщей глобализацией и усилением рыночной конкуренции. Промышленные предприятия, функционирующие в неустойчивой внешней и внутренней среде, вынуждены искать пути повышения эффективности своей деятельности, в том числе за счет снижения издержек производства. Это приводит к необходимости использования новых инновационных инструментов, которые позволили бы предприятию повысить свою конкурентоспособность. На любом промышленном предприятии существуют непрофильные (неосновные) виды деятельности, которые могут приводить к снижению эффективности производства, отвлекая на себя ресурсы и активы. Одним из современных методов реорганизации предприятия,

---

[1] Рецензент – Румянцев Н. В., д. е. н., професор

позволяющим снизить издержки производства и повысить конкурентоспособность предприятия, является аутсорсинг – передача части задач или процессов, как правило, непрофильных или низкорентабельных, внешним исполнителям, которые могут выполнить их с меньшими издержками и не менее качественно.

Исследованию вопросов управления и реорганизации промышленных предприятий, а также целесообразности внедрения аутсорсинга в различных отраслях экономики посвящены работы как отечественных, так и зарубежных авторов: Аникина Б. А., Хейвуда Дж. Б., Рудой И. Л., Бабий М. А., Мухиной И. С., Овчаренко А. В., Первовой А. В. и др. Однако на сегодняшней день недостаточно внимания уделено разработке экономико-математических методов выбора стратегии поведения в отношении аутсорсинга на промышленных предприятиях.

ПОСТАНОВКА ЗАДАНИЯ

Моделирование функционирования ненадежного промышленного оборудования и целесообразности передачи на аутсорсинг непрофильных работ по его обслуживанию.

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Как известно, целью любой предпринимательской деятельности является извлечение прибыли. Однако в современных условиях жесткой конкуренции и стремительного развития сложных технологий производства даже крупные предприятия не могут быть самодостаточными и конкурентоспособными одновременно. Это приводит к необходимости реорганизации бизнес-процессов предприятия с целью не только производить продукцию в необходимом объеме и требуемые сроки, но и эффективно и гибко использовать производственные мощности предприятия [1]. Одним из современных инструментов реорганизации бизнес-процессов является аутсорсинг. Под аутсорсингом понимают передачу внутреннего подразделения предприятия, а также связанных с ним активов внешней организации, которая обязуется выполнять в течение определенного промежутка времени определенные услуги по оговоренной цене. При этом внешний исполнитель гарантирует их качество с меньшими издержками, чем само предприятие.

Принятие эффективного управленческого решения требует ответа на вопрос: «Покупать или производить?» [3]. К основным факторам в пользу решения покупать, а не призводить, можно отнести: желание сосредоточиться на основных видах деятельности; повышение качества продукции или услуг; повышение конкурентоспособности и, как следствие, увеличение доли рынка; сокращение издержек производства; снижение простоя оборудования и рабочей силы; доступ к новым технологиям и разработкам и т. д. При этом, решая вопрос о передаче части производственного процесса аутсорсеру, необходимо рассматривать в частности критерии стоимостного характера, отражающие денежные затраты на производство. Следовательно, возникает необходимость в количественных методах оценки экономической целесообразности аутсорсинга на основе стоимостных критериев.

Надежность производственного оборудования и гибкость производственного процесса являются показателями, которые должны быть учтены при оценке экономической целесообразности аутсорсинга. Задача надежности обслуживающей системы может быть решена с использованием теории массового обслуживания и математической теории надежности [4].

Рассматривается одноканальная система массового обслуживания (с одним прибором). Обслуживанием оборудования занимается одна бригада, в обязанности которой входят ремонт и профилактика. Предполагается, что прибор может выйти из строя в любой момент: как во время обслуживания заявок (в рабочем состоянии), так и в свободном состоянии. При этом обслуживающаяся заявка в момент выхода прибора из строя теряется. Остальные заявки, ожидающие своей очереди (если таковые имеются), обслуживаются после восстановления оборудования. Согласно технологическим особенностям, оборудование после ремонта в обязательном порядке требует переналадки.

Рассмотрим возможные состояния анализируемой системы:

(0) – прибор свободен, но не готов к обслуживанию требований;

$(1,\ 0)$ – прибор свободен и находится в рабочем состоянии (готов к обслуживанию);

$(0,\ k)$ – прибор вышел из строя и находится на ремонте, в системе требований $(k \geq 0)$;

$(1,\ k)$ – прибор обслуживает очередную заявку и в системе k $(k \geq 1)$ требований;

$(0^*,\ k)$ – прибор на переналадке, в системе k $(k \geq 0)$ требований.

Построим граф состояний и переходов (рис. 1). При составлении графа используются следующие обозначения:

- $\lambda(\lambda > 0)$ – интенсивность простейшего входящего потока, т. е. вероятность того, что за промежуток времени $\Delta t(\Delta t \geq 0)$ на обслуживание поступит k заявок. Вычисляется по формуле:

$$P_k(\Delta t) = \frac{(\lambda \Delta t)^k}{k!} e^{-\lambda t};$$

- μ – параметр показательного закона распределения, которому подчиняется длительность обслуживания заявки;

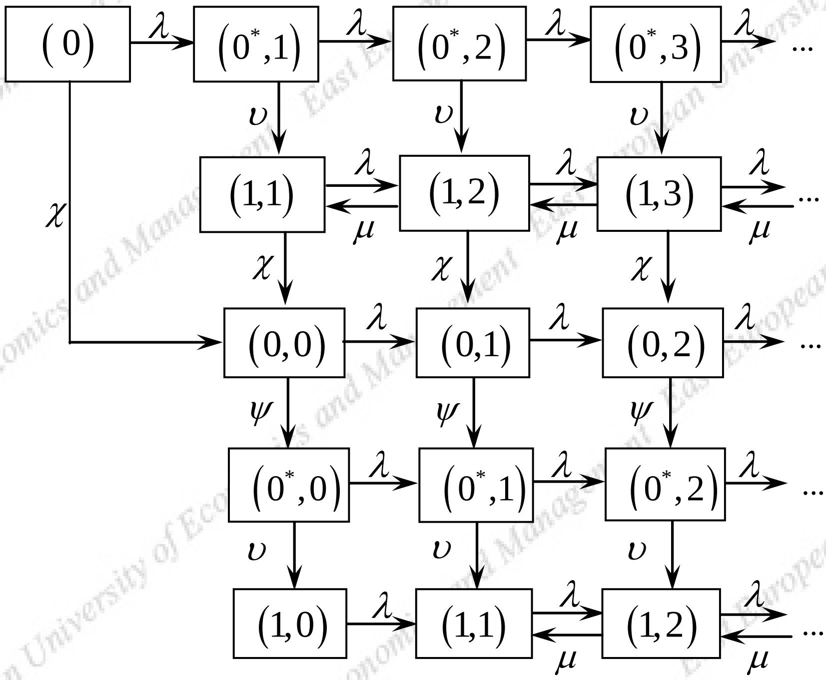

Рис. 1. Размеченный граф состояний и переходов

Источник: собственная разработка

- υ – параметр показательного закона распределения, характеризующего длительность переналадки;
- ψ – параметр показательного распределения, характеризующего длительность восстановления оборудования;
- χ – параметр показательного закона распределения, характеризующего момент выхода из строя оборудования.

Обозначим через $\xi(t)$ случайный процесс, который задан на пространстве E и

$$E=\{(0),(0,k),(1,k),\ \ k\geq 0;\ (0^*,l),\ l\geq 0\}.$$

Введем стационарные вероятности состояний процесса $\xi(t)$:

$$P_0=\mathrm{P}\{\xi(t)=(0)\};$$

$$P_{ik}=\mathrm{P}\{\xi(t)=(i,k)\},\ i=0,1,\ \ k\geq 0;$$

$$P_{0^*k}=\mathrm{P}\{\xi(t)=(0^*,k)\},\quad k\geq 0;$$

$$P_{20^*k} = \mathrm{P}\left\{\xi(t) = \left(2, 0^*, k\right)\right\}, \quad k \geq 1.$$

Используя граф состояний и переходов рассматриваемой системы, составим уравнения для стационарных вероятностей случайного процесса $\xi(t)$, удовлетворяющие системам бесконечного числа линейных однородных уравнений:

$$\begin{cases} -(\lambda+\upsilon)P_{0^*0} + \psi P_{00} = 0, \\ -(\lambda+\upsilon)P_{0^*1} + \lambda P_0 + \lambda P_{0^*0} + \psi P_{01} = 0, \\ -(\lambda+\upsilon)P_{0^*k} + \lambda P_{0^*,k-1} + \psi P_{0^*k} = 0, \quad k \geq 2; \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} -(\lambda+\psi)P_{00} + \chi P_0 + \chi P_{11} = 0, \\ -(\lambda+\psi)P_{01} + \lambda P_{00} + \chi P_{12} = 0, \\ -(\lambda+\psi)P_{0k} + \lambda P_{0,k-1} + \chi P_{1,k+1} = 0, \quad k \geq 2; \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} -\lambda P_{10} + \upsilon P_{0^*0} = 0, \\ -(\lambda+\mu+\chi)P_{11} + \upsilon P_{0^*1} + \lambda P_{10} + \mu P_{12} = 0, \\ -(\lambda+\mu+\chi)P_{1k} + \upsilon P_{0^*k} + \lambda P_{1,k-1} + \mu P_{1,k+1} = 0, \; k \geq 2. \end{cases} \quad (3)$$

Также несложно проверить справедливость равенства

$$-(\lambda+\chi)P_0 + \mu P_{11} = 0. \quad (4)$$

К системам уравнений (1) – (3) добавим следующие условие нормировки:

$$P_0 + a_0(1) + a_0^*(1) + a_1(1) = 1.$$

Здесь $a_0(z)$, $a_0^*(z)$, $a_1(z)$ – производящие функции вида:

$$a_0(z) = \sum_{k\geq 0} P_{0k} Z^k, \qquad a_0^*(z) = \sum_{k\geq 0} P_{0k} Z^k, \qquad a_1(z) = \sum_{k\geq 0} P_{1k} Z^k.$$

Введем обозначения:

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu}, \quad \delta = \frac{\upsilon}{\mu}, \qquad \beta = \frac{\psi}{\mu}, \qquad \gamma = \frac{\chi}{\mu}.$$

Решение систем (1) – (3) находим с помощью введенных производящих функций. Для этого сначала разделим обе части уравнений систем (1) – (3) на μ, затем домножим на z^k и проведем суммирование. Тогда, после несложных преобразований, из системы уравнений (1) получаем:

$$\left(\rho+\delta-\rho z\right)\, a_0^*\left(z\right)-\beta a_0\left(z\right)=\rho z P_0 . \tag{5}$$

Из системы уравнений (2) следует справедливость равенства

$$z\left(\rho+\beta-\rho z\right)\, a_0\left(z\right)-\gamma a_1\left(z\right)=\gamma\left[zP_0-P_{10}\right]. \tag{6}$$

Наконец, из системы уравнений (3) находим

$$\left(\rho z^2-z\left(1+\rho+\gamma\right)+1\right)\, a_1\left(z\right)+\delta z a_0^*\left(z\right)=\left(1-z-\gamma z\right)P_{10}+zP_{11}. \tag{7}$$

Выразим неизвестные стационарные вероятности P_{10} и P_{11} через вероятность P_0. Для этого разделим первые уравнения систем (1) – (3) и уравнения (4) на μ и составим из них новую систему уравнений:

$$\begin{cases}-\left(\rho+\delta\right)P_{0^*0}+\beta P_{00}=0,\\ -\left(\rho+\beta\right)P_{00}+\gamma P_0+\gamma P_{11}=0,\\ -\rho P_{10}+\delta P_{0^*0}=0,\\ -\left(\rho+\gamma\right)P_0+P_{11}=0.\end{cases} \tag{8}$$

Находим решение системы уравнений (8) относительно вероятностей P_{00}, P_{0^*}, P_{11}. Несложно показать, что это решение имеет вид:

$$P_{00}=\frac{\gamma\left(1+\rho+\gamma\right)}{\rho+\beta}P_0,$$

$$P_{0^*0}=\frac{\beta\gamma\left(1+\rho+\gamma\right)}{\left(\rho+\beta\right)\left(\rho+\delta\right)}P_0,$$

$$P_{10}=\frac{\beta\gamma\delta\left(1+\rho+\gamma\right)}{\rho\left(\rho+\beta\right)\left(\rho+\delta\right)}P_0, \tag{9}$$

$$P_{11}=\left(\rho+\gamma\right)P_0. \tag{10}$$

Подставив соотношения (9) и (10) соответственно в равенства (6) и (7), получим

$$z\left(\rho+\beta-\rho z\right)\, a_0\left(z\right)-\gamma a_1\left(z\right)=\gamma\left(z-C\right)P_0, \tag{11}$$

где

$$C=\frac{\beta\gamma\delta\left(1+\rho+\gamma\right)}{\rho\left(\rho+\delta\right)\left(\rho+\beta\right)}$$

и

$$\left(\rho z^2-z\left(1+\rho+\gamma\right)+1\right)a_1\left(z\right)+\delta z a_0^*\left(z\right)=\left[C\left(1-z-\gamma z\right)+z\left(\rho+\gamma\right)\right]P_0. \tag{12}$$

Объединив равенства (5), (11) – (12), получаем систему уравнений, позволяющую найти производящие функции $a_0(z)$, $a_0^*(z)$, $a_1(z)$:

$$\begin{cases} (\rho+\delta-\rho z)a_0^*(z)-\beta a_0(z)=\rho z P_0, \\ z(\rho+\beta-\rho z)a_0(z)-\gamma a_1(z)=\gamma(z-C)P_0, \\ \left(\rho z^2-z(1+\rho+\gamma)+1\right)a_1(z)+\delta z a_0^*(z)=\left[C(1-z-\gamma z)+z(\rho+\gamma)\right]P_0. \end{cases} \tag{13}$$

Для упрощения дальнейших рассуждений введем следующие обозначения:

$$d_1(z)=z(\rho+\beta-\rho z); \qquad d_2(z)=\rho z^2-z(1+\rho+\gamma)+1;$$
$$d_3(z)=\rho+\delta-\rho z; \qquad d_4(z)=C(1-z-\gamma z)+z(\rho+\gamma).$$

Тогда, с учетом введенных обозначений, система (13) принимает вид:

$$\begin{cases} d_3(z)a_0^*(z)-\beta a_0(z)=\rho z P_0, \\ d_1(z)a_0(z)-\gamma a_1(z)=\gamma(z-C)P_0, \\ d_2(z)a_1(z)+\delta z a_0^*(z)=d_4(z)P_0. \end{cases} \tag{14}$$

Несложно показать, что определитель матрицы системы (14) равен

$$\Delta(z)=-\beta\delta\gamma z-d_1(z)d_2(z)d_3(z).$$

Тогда система (14) имеет решение вида

$$a_0(z)=\frac{\left[d_3(z)d_4(z)+(z-C)d_2(z)d_3(z)-\delta\rho z^2\right]\gamma}{-\Delta(z)}P_0, \tag{15}$$

$$a_0^*(z)=\frac{\left[\rho z d_1(z)d_2(z)+\beta\gamma d_4(z)+\beta\gamma(z-C)d_2(z)\right]}{-\Delta(z)}P_0,$$

$$a_1(z)=\frac{\left[d_1(z)d_3(z)d_4(z)-\delta\beta\gamma z(z-C)-\rho\delta z^2 d_1(z)\right]}{-\Delta(z)}P_0.$$

Для того чтобы найти неизвестную стационарную вероятность P_0, воспользуемся условием нормировки

$$P_0+a_0(1)+a_0^*(1)+a_1(1)=1. \tag{16}$$

Из системы (14) получаем, что

$$a_0^*(1)=\frac{\rho P_0+\beta a_0(1)}{\delta},$$

$$a_1(1)=-(1-C)P_0+\frac{\beta}{\gamma}a_0(1).$$

Тогда условие нормировки (16) принимает вид

$$\left(\frac{\rho}{\delta}+C\right)P_0+\left(1+\frac{\beta}{\delta}+\frac{\beta}{\gamma}\right)a_0(1)=1. \qquad (17)$$

Таким образом, вычисление стационарной вероятности P_0 сводится к вычислению $\lim\limits_{z\to 1}a_0(z)$.

После несложных преобразований получаем

$$\lim_{z\to 1}a_0(z)=\frac{-\gamma\left(\delta(1+\gamma)+C\delta\rho+\rho^2\right)P_0}{\delta\left[\rho(\gamma+\beta)-\beta(1+\gamma)\right]+\beta\gamma\rho}. \qquad (18)$$

Из соотношения (17) следует справедливость следующего равенства:

$$\left(\frac{\rho+C\delta}{\delta}\right)P_0+\left(\frac{\delta\gamma+\beta(\gamma+\delta)}{\delta\gamma}\right)a_0(1)=1.$$

Отсюда из равенства (18) получаем

$$P_0=\left[\frac{\rho+C\delta}{\delta}+\frac{\left(\delta\gamma+\beta(\gamma+\delta)\right)\left(\delta(1+\gamma)+C\delta\rho+\rho^2\right)}{\delta\left[-\rho(\gamma+\beta)+\beta(1+\gamma)\right]-\beta\gamma\rho}\right]^{-1}.$$

Таким образом, найдена стационарная вероятность P_0 – вероятность, что прибор свободен, но не готов к обслуживанию (требуется его переналадка). Вероятность того, что оборудование потребует переналадки, при условии, что в системе нет требований, равна

$$P_{0^*0}=\frac{\beta\gamma\delta(1+\rho+\gamma)}{\rho(\rho+\beta)(\rho+\delta)}\left[\frac{\rho+C\delta}{\delta}+\frac{\left(\delta\gamma+\beta(\gamma+\delta)\right)\left(\delta(1+\gamma)+C\delta\rho+\rho^2\right)}{\delta\left[-\rho(\gamma+\beta)+\beta(1+\gamma)\right]-\beta\gamma\rho}\right]^{-1}.$$

Аналогично можно выписать вероятности всех состояний системы.

Найденные стационарные вероятности позволяют составить стоимостный критерий для решения вопроса о целесообразности передачи на аутсорсинг ремонтных работ или работ по переналадке и профилактике промышленного оборудования.

ВЫВОДЫ

Получены стационарные вероятности СМО с ненадежным оборудованием, профилактикой и переналадкой с привлечением одной обслуживающей бригады, что позволяет оценить экономическую эффективность ремонтного аутсорсинга для заказчика.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Румянцев Н. В. Моделирование гибких производственно-логистических систем : монография / Н. В. Румянцев. – Донецк : ДонНУ, 2004. – 235 с. 2. Ларионова В. Финансовый аутсорсинг как инструмент финансовой стратегии предприятия / В. Ларионова // Право и экономика. – 2007. – № 9. – С. 65–66. 3. Аникин Б. А. Аутсорсинг и аутстаффинг: высокие технологии менеджмента : учеб. пособ. / Б. А. Аникин, И. Л. Рудая; Государственный ун-т упр. – 2-е изд. – М. : ИНФРА-М, 2009. – 319 с. 4. Саати Т. Элементы теории массового обслуживания и ее приложения / Т. Саати. – М. : Сов. радио, 1971. – 520 с.

Дата надходження до редакції – 12.12.2013 р.