ЕКОНОМІКА І УПРАВЛІННЯ ПІДПРИЄМСТВАМИ

УДК 519.86

JELClassification C1, C4, C5

DOI: https://doi.org/10.35774/visnyk2020.01.102

Олеся МАРТИНЮК,
к. ф.-м. н., доцент, завідувач кафедри прикладної математики,
Тернопільський національний економічний університет,
46009, Україна, м. Тернопіль, вул. Львівська 11, кім. 2016
E-mail:o.martyniuk@tneu.edu.ua
ORCID ID: 0000-0002-8931-991X

Степан ПОПІНА,
к. ф.-м. н., доцент кафедри прикладної математики,
Тернопільський національний економічний університет,
46009, Україна, м. Тернопіль, вул. Львівська 11
E-mail:s.popina@tneu.edu.ua
ORCID ID: 0000-0001-5321-0229

Сергій МАРТИНЮК,
к. ф.-м. н., доцент кафедри інформатики та методики її навчання,
Тернопільський національний педагогічний університет імені Володимира Гнатюка,
46027, Україна, м. Тернопіль, вул. Максима Кривоноса, 2,
E-mail:sergmart65@ukr.net
ORCID ID: 0000-0002-5611-3317

ІМОВІРНІСНЕ МОДЕЛЮВАННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ЕКОНОМІЧНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ ЯК ФУНКЦІЇ ВИПАДКОВИХ ВЕЛИЧИН

Мартинюк О., Попіна С., Мартинюк С. Імовірнісне моделювання результатів економічної діяльності як функції випадкових величин. *Вісник Тернопільського національного економічного університету*. 2020. Вип. 1. С. 102–112. DOI: https://doi.org/10.35774/visnyk2020.01.102

Martyniuk O., Popina S., Martyniuk S. (2020). Imovirnisne modeliuvannia rezultativ ekonomichnoi diialnosti yak funksii vypadkovyk hvelychyn [Probabalistic modelling of the results of economic activity as a function of random values]. *The Herald of Ternopil National Economic University*, Vol. 1. P. 102–112. DOI: https://doi.org/10.35774/visnyk2020.01.102

Анотація

Вступ. *Математичне моделювання економічних процесів необхідне для однозначного формулювання та вирішення проблеми. В економічній сфері саме це є найважливішим аспектом діяльності будь-якого підприємства, для якого економіко-математичне моделювання є інструментом, що дозволяє приймати адекватні рішення. Проте економічні показники, що є факторами моделі, зазвичай, є випадковими величинами. Запропоновано економіко-математичну модель розрахунку функції розподілу ймовірностей результату економічної діяльності на основі відомої залежності цього результату від чинників, які впливають на нього, та щільності розподілу ймовірностей цих чинників.*

Методи. *У досліджені використано формулу для обчислення функції розподілу ймовірностей випадкової величини, яка є функцією інших незалежних випадкових змінних. Запропоновано метод оцінки основних числових характеристик досліджуваних функцій випадкових величин: математичне сподівання, що в ймовірнісному сенсі є середнім значенням результату функціонування економічної структури, а також його дисперсію. Визначено верхню межу варіації результативної ознаки.*

Результати. *Досліджено випадки лінійної та степеневої функцій двох незалежних змінних. Розглянуто різні випадки двовимірної області можливих значень показників, що є неперервними випадковими величинами. Розглянуто застосування результатів досліджень до виробничих функцій. Запропоновано приклади оцінки функції розподілу ймовірностей випадкової величини.*

Проведені дослідження *дають змогу у ймовірнісному сенсі оцінити результат діяльності економічної структури на основі ймовірнісних розподілів значень залежних змінних. Перспектива подальших досліджень полягає у застосуванні опосередкованого контролю за результатами економічної діяльності на основі економіко-математичного моделювання.*

Ключові слова: *функція розподілу ймовірностей неперервної випадкової величини; щільність розподілу ймовірностей неперервної випадкової величини; лінійна та степенева функції двох змінних; виробнича функція.*

Формули: 12, рис.: 2, табл.: 0, бібл.: 12.

Abstract

Olesya MARTYNIUK, Stepan POPINA, Serhii MARTYNIUK,

PROBABALISTIC MODELLING OF THE RESULTS OF ECONOMIC ACTIVITY AS A FUNCTION OF RANDOM VALUES

Introduction. *Mathematical modeling of economic processes is necessary for the unambiguous formulation and solution of the problem. In the economic sphere this is the most important aspect of the activity of any enterprise, for which economic-mathematical modeling is the tool that allows to make adequate decisions. However, economic indicators that are factors of a model are usually random variables. An economic-mathematical model is proposed for calculating the probability distribution function of the result of economic* *activity on the basis of the known dependence of this result on factors influencing it and density of probability distribution of these factors.*

Methods. *The formula was used to calculate the random variable probability distribution function, which is a function of other independent random variables. The method of estimation of basic numerical characteristics of the investigated functions of random variables is proposed: mathematical expectation that in the probabilistic sense is the average value of the result of functioning of the economic structure, as well as its variance. The upper bound of the variation of the effective feature is indicated.*

Results. *The cases of linear and power functions of two independent variables are investigated. Different cases of two-dimensional domain of possible values of indicators, which are continuous random variables, are considered. The application of research results to production functions is considered. Examples of estimating the probability distribution function of a random variable are offered.*

Conclusions. *The research results allow in the probabilistic sense to estimate the result of the economic structure activity on the basis of the probabilistic distributions of the values of the dependent variables. The prospect of further research is to apply indirect control over economic performance based on economic and mathematical modeling.*

Keywords: *probability distribution function of continuous random variable; density of probability distribution of continuous random variable; linear and power functions of two variables; production function.*

Formulas: 12, fig.: 2, tabl.: 0, bibl.: 12.

Постановка проблеми. Теоретичною основою і практичним інструментарієм аналізу та прогнозування рішень у економіці є економіко-математичні моделі і розрахунки з їх використанням. Вагомою часткою таких моделей є задачі, в яких змінні мають випадковий характер. Кількісні значення змінних в економіко-математичних моделях можуть бути детермінованими або випадковими величинами. Оскільки на формування економічних показників впливають чинники, які неможливо точно передбачити, то чимало з цих показників є випадковими. Враховуючи це, можна стверджувати, що дослідження економічних показників як випадкових величин – це актуальна задача. У даному дослідженні економічні змінні моделюються як неперервні випадкові величини.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. Проблеми моделювання таких економічних процесів досліджують як іноземні науковці, так і вітчизняні. Указані проблеми вивчалися у працях Ларіна Р. Р., Дмитрів Д. В. [2; 3], В. В. Вітлінського, С. І. Наконечного, Г. І. Великоіваненко [4], А. В. Грималюка [5], Бабинюк О. І. [12]. У роботах запропоновано математичні моделі в умовах невизначеності та ризику (Вавулін П. А., Бойко Т. В. [1], Заболоцький Т. М. [11]). Прикладне застосування моделей з факторами, що є випадковими величинами, розглянуто в роботах [6–10]. Проте питання оцінки функції незалежних випадкових величин, яка дає змогу оцінити шанси того, що економічні показники набуватимуть значення з певного інтервалу, що, водночас, дасть змогу прогнозувати результати економічної діяльності, є актуальним, воно вимагає додаткового дослідження.

Мета статті полягає у моделюванні в імовірнісному вигляді результатів економічної діяльності за умови, що таку оцінку прямими методами здійснити неможливо.

Виклад основного матеріалу. Нехай результат у діяльності економічної структури є функцією від незалежних між собою показників $x_1, x_2, ..., x_n$. Цю залежність запишемо у вигляді

$$y = \varphi(x_1, x_2, ..., x_n). \qquad (1)$$

Залежність (1) можна одержати побудовою економетричної моделі на основі статистичних даних y, x_1, x_2, ..., x_n. Вважатимемо, що x_1, x_2, ..., x_n – неперервні та незалежні випадкові величини. Тоді змінна *у* матиме такий самий характер, тобто також є неперервною і випадковою.

Функцію розподілу ймовірностей випадкової величини у визначають як функцію від інших випадкових величин за формулою

$$F(y) = \int_R ... \int f(x_1, x_2, ..., x_n)dx_1 dx_2 ... dx_n. \qquad (2)$$

Тут інтегрування здійснюється в n-мірній області ***R*** можливих значень випадкових величин $x_1, x_2, ..., x_n$, для якої виконується умова $\varphi(x_1, x_2, ..., x_n) < y$. $f(x_1, x_2, ..., x_n)$ – щільність (густина) розподілу ймовірностей системи випадкових величин $x_1, x_2, ..., x_n$.

Згідно означення, функція $F(y)$ – це ймовірність того, що випадкова величина Y набуватиме значення менше від y:

$$F(y) = P(Y < y). \qquad (3)$$

Іншими словами, на основі функції $F(y)$ можна визначити ймовірність того, що результат Y буде меншим від деякої величини y.

У багатьох випадках практично використовують деякі числові характеристики випадкової величини. Серед них найважливіші – це математичне сподівання та дисперсія. Математичне сподівання (середнє значення) знаходять за формулою

$$M(y) = \int_{y_{\min}}^{y_{\max}} yf(y)dy. \qquad (4)$$

Тут $y_{\min}$ – це найменше значення y, за якого $F(y) = 0$, $y_{\max}$ – найбільше значення *у*, за якого $F(y) = 1$, $f(y)$ – щільність розподілу ймовірностей випадкової величини Y.

Застосувавши до (4) інтегрування за частинами з урахуванням скінченності $y_{\max}$, одержимо вираз:

$$M(y) = y_{\max} - \int_{y_{\min}}^{y_{\max}} F(y)dy. \qquad (5)$$

Дисперсію визначають на основі співвідношень:

$$D(y) = M(y) - \left(M(y)\right)^2; \qquad (6)$$

$$M(y^2) = \int_{y_{\min}}^{y_{\max}} y^2 f(y)dy. \qquad (7)$$

Останній вираз інтегрування за частинами зводиться до виду (за умови скінченності $y_{\max}$)

$$M(y^2) = y_{\max}^2 - 2\int_{y_{\min}}^{y_{\max}} yF(y)dy. \qquad (8)$$

Справедливим також є таке співвідношення:

$$D(y) \le y_{\max}^2 - y_{\min}^2 .$$

Нехай залежність (1) має лінійний вигляд:

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + ... + a_nx_n. \tag{9}$$

Відомі також математичні сподівання і дисперсії незалежних випадкових величин x_1, x_2, ..., x_n. Тоді на основі властивостей математичного сподівання та дисперсії одержимо:

$$M(y) = a_0 + a_1M(x_1) + a_2M(x_2) + ... + a_n M(x_n); \tag{10}$$

$$D(y) = a_1^2 D(x_1) + a_2^2 D(x_2) + ... + a_n^2 D(x_n). \tag{11}$$

Побудуємо функцію розподілу ймовірностей $F(y)$, якщо

$$y = c_0 + c_1x_1 + c_2x_2. \tag{12}$$

Вважатимемо також, що x_1 і x_2 набувають невід'ємних значень. Для незалежних випадкових величин

$$f(x_1; x_2) = f_1(x_1) \cdot f_2(x_2); \; F(y) = \int\limits_{\boldsymbol{R}}\int f_1(x_1) f_2(x_2) dx_1 dx_2,$$

де $\boldsymbol{R}$ – двомірна область можливих значень x_1 і x_2, для якої $c_0 + c_1x_1 + c_2x_2 < y$, $a_1 \le x_1 \le a_2$, $b_1 \le x_2 \le b_2$, $c_0 + c_1x_1 + c_2x_2 < y$.

Із рівності (12) можна одержати $x_2 = \dfrac{-c_0 - c_1x_1 + y}{c_2} = \varphi(x_1; y).$ Графічне зображення варіантів області інтегрування $\boldsymbol{R}$ представлені на рис. 1. Штриховані похилі прямі лінії – це графіки залежності $x_2 = \varphi(x_1; y)$. Номери варіантів області інтегрування збігаються з номерами залежностей для $F(y)$.

Нехай $c_1 > 0$, $c_2 > 0$. Тоді функція $\varphi(x_1; y)$ – спадна відносно змінної x_1.

1. $F(y) = \int\limits_{a_1}^{x_1^0} f_1(x_1)\left(\int\limits_{b_1}^{\varphi(x_1;y)} f_2(x_2)dx_2\right)dx_1;$ $y_4 < y < y_1$ або $y_4 < y < y_2$; $y_4 = c_0 + c_1a_1 + c_2b_1$;
$y_1 = c_0 + c_1a_1 + c_2b_2$; $y_2 = c_0 + c_1a_2 + c_2b_1$; $x_1^0 = \dfrac{y - c_0 - c_2b_1}{c_1}$.

2. $F(y) = \int\limits_{a_1}^{x_1^1} f_1(x_1)\left(\int\limits_{b_1}^{b_2} f_2(x_2)dx_2\right)dx_1 + \int\limits_{x_1^1}^{x_1^0} f_1(x_1)\left(\int\limits_{b_1}^{\varphi(x_1;y)} f_2(x_2)dx_2\right)dx_1;$ $y_1 < y < y_2$; $x_1^1 = \dfrac{y - c_0 - c_2b_2}{c_1}$ за умови, що $y_1 < y_2$.

3. $F(y) = \int\limits_{a_1}^{a_2} f_1(x_1)\left(\int\limits_{b_1}^{\varphi(x_1;y)} f_2(x_2)dx_2\right)dx_1;$ $y_2 < y < y_1$ за умови, що $y_2 < y_1$.

4. $F(y) = \int\limits_{a_1}^{x_1^1} f_1(x_1)\left(\int\limits_{b_1}^{b_2} f_2(x_2)dx_2\right)dx_1 + \int\limits_{x_1^1}^{a_2} f_1(x_1)\left(\int\limits_{b_1}^{\varphi(x_1;y)} f_2(x_2)dx_2\right)dx_1;$ $y_2 < y < y_3$ або $y_2 < y < y_3$; $y_3 = c_0 + c_1a_2 + c_2b_2$.

Припустимо, що $c_1 < 0$, $c_2 > 0$. Тоді функція $\varphi(x_1; y)$ – зростаюча відносно змінної x_1.

5. $F(y) = \int\limits_{x_1^0}^{a_2} f_1(x_1)\left(\int\limits_{b_1}^{\varphi(x_1;y)} f_2(x_2)dx_2\right)dx_1;$ $y_4 < y < y_3$ або $y_2 < y < y_4$.

ISSN 1993-0240 (print). Вісник Тернопільського національного економічного університету № 1, 2020 р.
ISSN 2706-8765 (online). The Herald of Ternopil National Economic University № 1, 2020

6. $F(y) = \int_{a_1}^{a_2} f_1(x_1)\left(\int_{b_1}^{\varphi(x_1;\,y)} f_2(x_2)dx_2\right)dx_1; y_4 < y < y_3.$

7. $F(y) = \int_{x_1^0}^{x_1^1} f_1(x_1)\left(\int_{b_1}^{\varphi(x_1;\,y)} f_2(x_2)dx_2\right)dx_1 + \int_{x_1^1}^{a_2} f_1(x_1)\left(\int_{b_1}^{b_2} f_2(x_2)dx_2\right)dx_1;\ y_3 < y < y_4.$

8. $F(y) = \int_{a_1}^{x_1^1} f_1(x_1)\left(\int_{b_1}^{\varphi(x_1;\,y)} f_2(x_2)dx_2\right)dx_1 + \int_{x_1^1}^{a_2} f_1(x_1)\left(\int_{b_1}^{b_2} f_2(x_2)dx_2\right)dx_1;\ y_3 < y < y_1; y_4 < y < y_1.$

Нехай $c_1 > 0,\ c_2 < 0$. Тоді – зростаюча функція відносно x_1. Область інтегрування визначається співвідношеннями $a_1 \le x_1 \le a_2,\ b_1 \le x_2 \le b_2,\ x_2 > \varphi(x_1; y)$.

9. $F(y) = \int_{a_1}^{x_1^1} f_1(x_1)\left(\int_{\varphi(x_1;\,y)}^{b_2} f_2(x_2)dx_2\right)dx_1;$ $y_1 < y < y_3$, якщо $c_2(b_1 - b_2) > c_1(a_2 - a_1)$ або $y_1 < y < y_4$, якщо $c_2(b_1 - b_2) < c_1(a_2 - a_1)$.

10. $F(y) = \int_{a_1}^{x_1^0} f_1(x_1)\left(\int_{b_1}^{b_2} f_2(x_2)dx_2\right)dx_1 + \int_{x_1^0}^{x_1^1} f_1(x_1)\left(\int_{\varphi(x_1;\,y)}^{b_2} f_2(x_2)dx_2\right)dx_1;\ y_3 < y < y_2.$

11. $F(y) = \int_{a_1}^{x_1^0} f_1(x_1)\left(\int_{b_1}^{b_2} f_2(x_2)dx_2\right)dx_1 + \int_{x_1^0}^{a_2} f_1(x_1)\left(\int_{\varphi(x_1;\,y)}^{b_2} f_2(x_2)dx_2\right)dx_1;\ y_4 < y < y_3$ або $y_3 < y < y_4$.

12. $F(y) = \int_{a_1}^{a_2} f_1(x_1)\left(\int_{\varphi(x_1;\,y)}^{b_2} f_2(x_2)dx_2\right)dx_1;\ y_1 < y < y_3.$

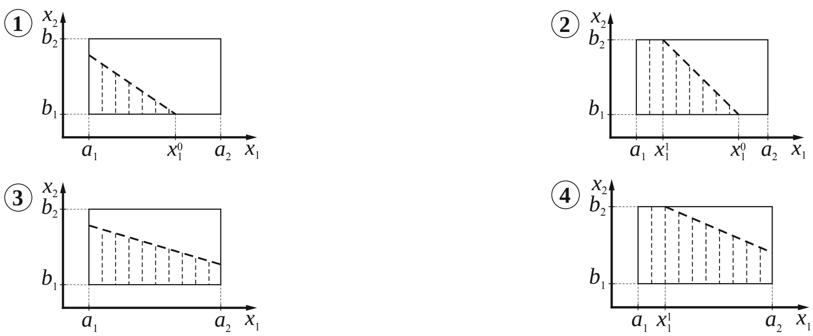
Припустимо, що $c_1 < 0,\ c_2 < 0$. У цьому випадку $\varphi(x_1; y)$ – спадна функція відносно x_1. Маємо ситуації 13–16.

13. $F(y) = \int_{x_1^1}^{a_2} f_1(x_1)\left(\int_{\varphi(x_1;\,y)}^{b_2} f_2(x_2)dx_2\right)dx_1;\ \mathrm{y}_3 < \mathrm{y} < \mathrm{y}_1.$

14. $F(y) = \int_{x_1^1}^{x_1^0} f_1(x_1)\left(\int_{\varphi(x_1;\,y)}^{b_2} f_2(x_2)dx_2\right)dx_1 + \int_{x_1^0}^{a_2} f_1(x_1)\left(\int_{b_1}^{b_2} f_2(x_2)dx_2\right)dx_1;\ y_1 < y < y_4.$

15. $F(y) = \int_{a_1}^{a_2} f_1(x_1)\left(\int_{\varphi(x_1;\,y)}^{b_2} f_2(x_2)dx_2\right)dx_1;\ y_1 < y < y_2$ або $y_2 < y < y_1$.

16. $F(y) = \int_{a_1}^{x_1^0} f_1(x_1)\left(\int_{\varphi(x_1;\,y)}^{b_2} f_2(x_2)dx_2\right)dx_1 + \int_{x_1^0}^{a_2} f_1(x_1)\left(\int_{b_1}^{b_2} f_2(x_2)dx_2\right)dx_1;\ y_2 < y < y_4.$



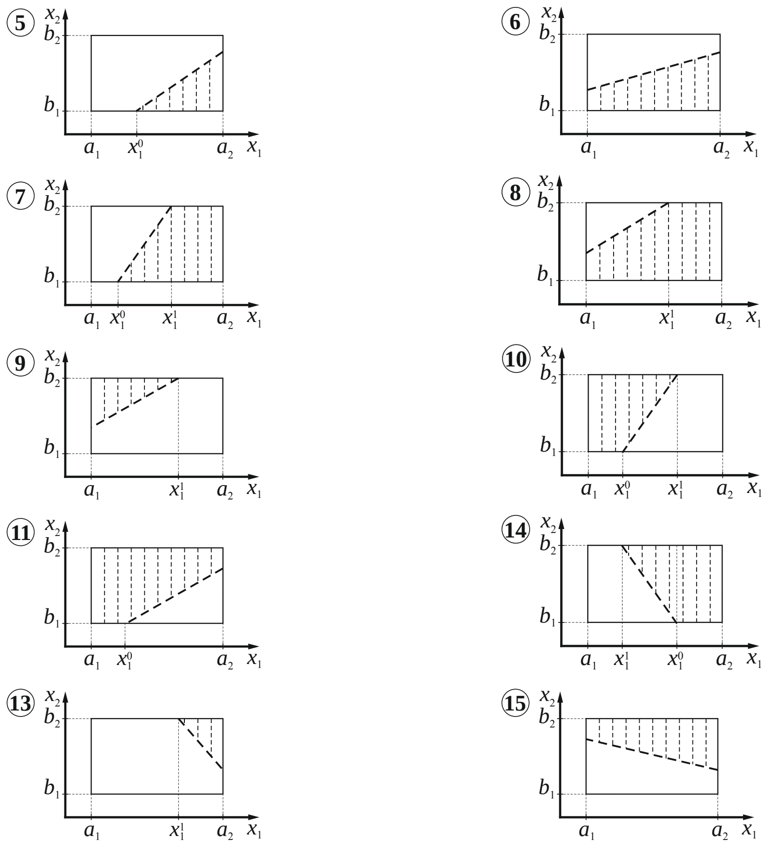


Рис. 1. Графічне зображення варіантів області інтегрування ***R*** для лінійної функції

Таким чином, можна оцінити межі, в яких знаходяться можливі значення економічних показників – факторів x_1 і x_2, а отже і результат діяльності економічної структури, а також оцінити дану ймовірності. Це, водночас, дозволить точніше прогнозувати економічні результати.

Приклад 1. Нехай $y = 1 + x_1 + x_2$; $f_1(x_1) = f_2(x_2) = 1$; $a_1 = b_1 = 1$; $a_2 = b_2 = 2$. Тоді $x_1^0 = y - 2$; $x_1^1 = y - 3$; $y_1 = y_2 = 4$; $y_{\min} = 3$; $y_3 = 5$.

$$F(y) = \begin{cases} 0, \text{ якщо } y \le 3; \\ \dfrac{y^2 + 9}{2} - 3y, \text{ якщо } 3 < y \le 4; \\ -\dfrac{y^2 + 23}{2} + 5y, \text{ якщо } 4 < y \le 5; \\ 1, \text{ якщо } y > 5. \end{cases}$$

У [11] використано виробничу функцію Коба – Дугласа для організації виробництва поліграфічних підприємств. Дана залежність дозволила оцінити обсяг випущеної продукції *y* від факторів – вартості капіталу та вартості робочої сили (заробітної плати). Водночас, основні показники є випадковими величинами, тому розглянемо степеневу виробничу функцію $y = Ax_1^{\alpha} \cdot x_2^{\beta}$, $a \cdot ß > 0, x_1 > 0, x_2 > 0$ та визначимо можливі межі для факторів даної залежності. Тоді $x_2 = \left(\frac{y}{A}\right)^{1/\beta} \cdot x_1^{-\frac{\alpha}{\beta}} = \varphi(x_1; y).$ Ця функція є спадною відносно x_1. Варіанти області інтегрування зображено на рис. 2.

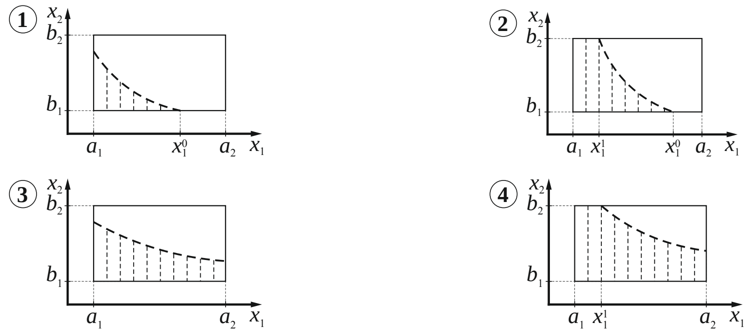


Рис. 2. Графічне зображення варіантів області інтегрування ***R*** для степеневої функції

1. Припустимо, що $\begin{cases} b_1 \le \left(\frac{y}{A}\right)^{1/\beta} \cdot a_1^{-\frac{\alpha}{\beta}} \le b_2, \\ a_1 \le \left(\frac{y}{A}\right)^{1/\beta} \cdot b_1^{-\frac{\beta}{\alpha}} \le a_2. \end{cases}$ При цьому $x_1 = \left(\frac{y}{A}\right)^{1/\alpha} \cdot x_2^{-\frac{\beta}{\alpha}}; \quad x_1^0 = \left(\frac{y}{A}\right)^{1/\alpha} \cdot b_1^{-\frac{\beta}{\alpha}}.$ Тоді

$$F(y) = \int_{a_1}^{x_1^0} f_1(x_1)\left(\int_{b_1}^{\varphi(x_1;\, y)} f_2(x_2)dx_2\right)dx_1.$$

2. Нехай $\begin{cases} \left(\frac{y}{A}\right)^{1/\beta} \cdot a_1^{-\frac{\alpha}{\beta}} > b_2, \\ a_1 \le \left(\frac{y}{A}\right)^{1/\alpha} \cdot b_1^{-\frac{\beta}{\alpha}} \le a_2. \end{cases}$ У цьому випадку $x_1^1 = \left(\frac{y}{A}\right)^{1/\alpha} \cdot b_2^{-\frac{\beta}{\alpha}}.$ Тоді

$$F(y) = \int_{a_1}^{x_1^1} f_1(x_1)\left(\int_{b_1}^{b_2} f_2(x_2)dx_2\right)dx_1 + \int_{x_1^1}^{x_1^0} f_1(x_1)\left(\int_{b_1}^{\varphi(x_1;\, y)} f_2(x_2)dx_2\right)dx_1.$$

3. Розглянемо випадок $\begin{cases} b_1 \le \left(\frac{y}{A}\right)^{1/\beta} \cdot a_1^{-\frac{\alpha}{\beta}} \le b_2, \\ b_1 \le \left(\frac{y}{A}\right)^{1/\beta} \cdot a_2^{-\frac{\alpha}{\beta}} \le b_2. \end{cases}$

Тоді $F(y) = \int_{a_1}^{a_2} f_1(x_1)\left(\int_{b_1}^{\varphi(x_1;\, y)} f_2(x_2)dx_2\right)dx_1.$

4. Нехай $\begin{cases} \left(\frac{y}{A}\right)^{1/\beta} \cdot a_1^{-\frac{\alpha}{\beta}} > b_2, \\ b_1 \le \left(\frac{y}{A}\right)^{1/\beta} \cdot a_2^{-\frac{\alpha}{\beta}} \le b_2. \end{cases}$

Тоді $F(y) = \int_{a_1}^{x_1^1} f_1(x_1)\left(\int_{b_1}^{b_2} f_2(x_2)dx_2\right)dx_1 + \int_{x_1^1}^{a_2} f_1(x_1)\left(\int_{b_1}^{\varphi(x_1;\, y)} f_2(x_2)dx_2\right)dx_1.$

Приклад 2. Нехай $y = x_1^{0,5} \cdot x_2^{0,5};\ f_1(x_1) = f_2(x_2) = 1;\ a_1 = b_1 = 1;\ a_2 = b_2 = 2.$ Тоді $x_1^0 = y^2;\ \ x_1^1 = \frac{y^2}{2}.$ Таким чином, функція розподілу ймовірностей має вигляд:

$$F(y)=\begin{cases}0, \text{ якщо } y\le 1;\\ y^2(2\ln y-1)+1, \text{ якщо } 1<y\le\sqrt{2};\\ y^2(1-2\ln y+2\ln 2)-3, \text{ якщо } \sqrt{2}<y\le 2;\\ 1, \text{ якщо } y>2.\end{cases}$$

Дана функція дозволяє прогнозувати шанси того, що економічний результат набуватиме значення з певного інтервалу, що дозволить точніше оцінювати можливі ризики. У той же час, використання виробничих функцій доцільне для оптимізації прибутку, що також є випадковою величиною.

Висновки і перспективи подальших досліджень. Результати дослідження можуть бути використані для обчислення функції розподілу ймовірностей $F(y)$, якщо відомі щільність розподілу ймовірностей $f(x_1; x_2)$ та залежність $y = \varphi(x_1; y_2)$. Практично на основі цих досліджень можна оцінити в імовірнісному сенсі результативне значення у на основі відомих імовірнісних розподілів значень x_1 і x_2, якщо безпосередньо таку оцінку здійснити важко або неможливо. Іншими словами, пропонується економіко-математична модель непрямого (опосередкованого) контролю за результатами економічної діяльності. Подальші дослідження слід присвятити оцінці основних характеристик даних функцій.

Література

1. Вавулін П. А., Бойко Т. В. Аналіз алгоритму визначення функції розподілу випадкової величини для прогнозування техногенного ризику. *Технологический аудит и резервы производства*, 2016, № 2(3). С. 17–23. URL : http://nbuv.gov.ua/UJRN/Tatrv_2016_2%283%29__5.
2. Ларіна Р. Р., Кристопчук М. Є., Кірічок О. Г. Ймовірнісне моделювання роботи автовокзалу. *Вісник економіки транспорту і промисловості*, 2013, вип. 43. С. 45–49. URL : http://nbuv.gov.ua/UJRN/Vetp_2013_43_9.
3. Дмитрів Д. В., Рогатинська О. Р., Капаціла Ю. Б. Ймовірнісне моделювання автомобільних вантажопотоків через митний кордон. *Галицький економічний вісник*, 2016, № 2. С. 123–131. URL : http://nbuv.gov.ua/UJRN/gev_2016_2_18.
4. Вітлінський В. В., Великоіваненко Г. І. Моделювання економіки : навч.-мет. посіб. К.: КНЕУ, 2005. 308 с.
5. Грималюк А. В. Невизначеність та економічний розвиток. *Економіка України*, 2016, № 9. С. 19–30.
6. Экономико-математические методы и прикладные модели / под ред. В. В. Федосеева. М.: ЮНИТИ, 1999. 536 с.
7. Економетрія (економетрика): навч. посіб. / В. О. Єрьоменко, А. М. Алілуйко, О. М. Мартинюк, С. Ю. Попіна. Тернопіль: Підручники і посібники, 2012. 116 с.
8. Зінченко О. А. Показники і критерії якості прибутку підприємств на етапі його використання. *Актуальні проблеми економіки*, 2009, № 7. С. 106–111.
9. Попіна С., Мартинюк О., Сенів Г. Оптимізація запасів при випадковому попиті на ресурс. *Вісник Тернопільського національного економічного університету*, 2013, вип. 3. С. 132–138.

10. Кваско А. В. Оцінка і використання виробничих функцій на поліграфічних підприємствах. *Актуальні проблеми економіки*, 2007, № 7. С. 150–157.
11. Заболоцький Т. М. Моделювання коефіцієнта, що описує ставлення інвестора до ризику. *Актуальні проблеми економіки*, 2017, № 4. С. 215–225. URL : http://nbuv.gov.ua/UJRN/ape_2017_4_25.
12. Бабинюк О. І. Моделювання стабільного функціонування механізму попиту та пропозиції на ринку робочої сили в Україні. *Бізнес Інформ*, 2015, № 12. С. 127–138. URL : http://nbuv.gov.ua/UJRN/binf_2015_12_20.

References

1. Vavulin P.A., Boyko T.V. (2016) Analiz alhorytmu vyznachennia funktsii rozpodilu vypadkovoi velychyny dlia prohnozuvannia tekhnohennoho ryzyku [Analysis of the algorithm for determining the random distribution function for the prediction of anthropogenic risk]. Tehnologicheskij audit i rezervy proizvodstva – Technological audit and production reserves, 2 (3), 17-23. (Available at: http://nbuv.gov.ua/UJRN/Tatrv_2016_2%283%29__5). [in Ukrainian]
2. Larina R.R., Kristopchuk M.E., Kirichok A.G. (2013) Ymovirnisne modeliuvannia roboty avtovokzalu [Probabilistic modeling of bus station operation]. Visnyk ekonomiky transportu i promyslovosti – Bulletin of Economics of Transport and Industry, 43, 45-49. (Available at: http://nbuv.gov.ua/UJRN/Vetp_2013_43_9). [in Ukrainian]
3. Dmytriv D.V., Rogatynska O.R., Kapatsila Yu.B. (2016) Ymovirnisne modeliuvannia avtomobilnykh vantazhopotokiv cherez mytnyi kordon [Probabilistic modeling of automobile cargo flows across the customs border]. Halytskyi ekonomichnyi visnyk – Galician Economic Bulletin, 2, 123-131. (Available at: http://nbuv.gov.ua/UJRN/gev_2016_2_18). [in Ukrainian]
4. Vitlinskyi V. V., Velykoivanenko H. I. (2005). Modeliuvannia ekonomiky [Modeling the economy]. K.: KNEU. [in Ukrainian]
5. Hrymaliuk A. V. (2016). Nevyznachenist ta ekonomichnyi rozvytok [Uncertainty and economic development]. Ekonomika Ukrainy – Ukraine economy, 9, 19-30. [in Ukrainian]
6. Fedoseev V. V. (Ed.). (1999). Ekonomiko-matematicheskie metody i prikladnye modeli [Economic and mathematical methods and applied models]. M.: YUNITI. [in Russian]
7. Eremenko V. O., Alilyuko A. M., Martyniuk O. M., Popina S. Yu. (2012). Econometrics (econometrics): teach. manual / Ternopil: Textbooks and manuals,. 116 p. [in Ukrainian]
8. Zinchenko O. A. (2009). Pokaznyky i kryterii yakosti prybutku pidpryiemstv na etapi yoho vykorystannia [Indicators and quality criteria for profit of enterprises at the stage of its use]. Aktualni problemy ekonomiky – Current problems of the economy, 7, 106-111. [in Ukrainian]
9. Popina S., Martyniuk O., Seniv H. (2013). Optymizatsiia zapasiv pry vypadkovomu popyti na resurs [Stock optimization in case of random demand for a resource].

Visnyk Ternopilskoho natsionalnoho ekonomichnoho universytetu – Bulletin of the Ternopil National Economic University, 3, 132-138. [in Ukrainian]

10. Kvasko A. V. (2007). Otsinka i vykorystannia vyrobnychykh funktsii na polihrafichnykh pidpryiemstvakh [Evaluation and use of production functions at printing companies]. Aktualni problemy ekonomiky – Current problems of the economy,7, 150-157. [in Ukrainian]
11. Zabolotskyi T.M. (2017) Modeliuvannia koefitsiienta, shcho opysuie stavlennia investora do ryzyku [Modeling of the coefficient describing the investor’s attitude to risk]. Aktualni problemy ekonomiky – Current problems of the economy, 4, 215-225. (Available at: http://nbuv.gov.ua/UJRN/ape_2017_4_25). [in Ukrainian]
12. Babynyuk O.I. (2015) Modeliuvannia stabilnoho funktsionuvannia mekhanizmu popytu ta propozytsii na rynku robochoi syly v Ukraini [Modeling of stable functioning of the mechanism of supply and demand in the labor market in Ukraine]. Biznes Inform – Business Inform, 12, 127-138. (Available at: http://nbuv.gov.ua/UJRN/binf_2015_12_20). [in Ukrainian]

Статтю отримано 7 лютого 2020 р.
Article received February 7, 2020.