

## РАЗДЕЛ 2. АВТОМОБИЛЬНЫЙ ТРАНСПОРТ

УДК 629.017

Абдулгасис У. А., Абдулгасис А. У.,  
Подригало М. А., Клец Д. М., Назарько О. А.

### ОЦЕНКА УСТОЙЧИВОСТИ НЕПОДВИЖНОГО АВТОМОБИЛЬНОГО КОЛЕСА ПРОТИВ БОКОВОГО СКОЛЬЖЕНИЯ

У статті отримані залежності бічного коефіцієнта зчеплення автомобільного колеса від коефіцієнта тертя в контактi з дорогою, жорсткісних і навантажувальних характеристик шини, що дозволяють проводити оцінку його стійкості проти бічного ковзання, а також визначене корисне вертикальне навантаження на колесо, що створює опір бічному зсуву.

**Ключові слова:** автомобіль, колесо, стійкість, ковзання.

В статье получены зависимости бокового коэффициента сцепления автомобильного колеса от коэффициента трения в контакте с дорогой, жесткостных и нагрузочных характеристик шины, позволяющие производить оценку его устойчивости против бокового скольжения, а также определена полезная вертикальная нагрузка на колесо, создающая сопротивление боковому смещению.

**Ключевые слова:** автомобиль, колесо, устойчивость, скольжение.

In the article dependences of lateral coefficient of rolling friction wheel are got on the coefficient of friction in touch with a road and loadings descriptions tires, allowing to produce the estimation of its stability against a side-slip, and also an actual vertical load on a wheel, creating resistance a sidelay, is certain.

**Key words:** automobile, wheel, stability, drift.

**Постановка проблемы.** Устойчивость автомобиля против бокового скольжения (боковая устойчивость) является важным свойством, обеспечивающим безопасность движения.

При оценке устойчивости автомобиля против бокового скольжения необходимо определять предельные боковые реакции на колесах. Для указанной оценки традиционно использовались круговые поляры трения или круги Камма. При использовании антиблокировочных систем (ABS) и противобуксовочных систем введены понятия продольного  $\phi_x$  и бокового  $\phi_y$  коэффициентов сцепления колеса с дорогой, позволяющие определить максимальные касательную и боковую реакции дороги на колесе, реализуемые без блокирования (буксования) и бокового скольжения колеса. При анализе значений  $\phi_x$  и  $\phi_y$  использовались результаты экспериментальных исследований.

В настоящей статье для наиболее простого случая – неподвижного автомобильного колеса – определена зависимость бокового коэффициента сцепления  $\phi_y$  от коэффициента трения в пятне контакта, радиальной жесткости колеса и вертикальной нагрузки на него.

**Анализ литературы.** В большинстве работ, посвященных взаимодействию колес автомобиля с дорогой, традиционно используется так называемый круг Камма (рис. 1) [1].

Суммарная реакция в плоскости равна радиусу круга и может быть определена из соотношения:

$$R = \phi \cdot R_z = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}, \quad (1)$$

где  $R$  – суммарная реакция на колесе в плоскости дороги;

$R_x, R_y$  – касательная и боковая реакции дороги на колесо;

$\phi$  – коэффициент сцепления колеса с дорогой;

$R_z$  – вертикальная реакция на колесо.

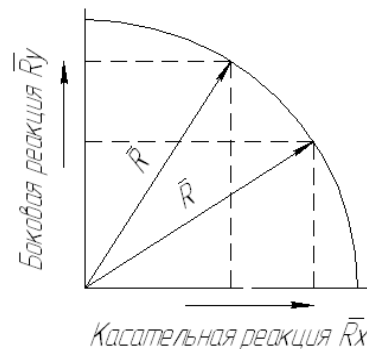


Рис. 1. Круг Камма.

Круг Камма широко использовался в работах Е. А. Чудакова [2–4], Я. М. Певзнера [5], Б. Б. Генбома [6] и др. авторов при исследовании устойчивости и управляемости колесных экипажей в тяговом и тормозном режимах. В работе [7] рассмотрена функция (диаграмма) нагружения для колеса с упругой шиной при наличии ортотропии свойств опоры (вместо круга Камма – эллипс).

Для описания характеристик традиционного контакта колеса с дорогой используется так называемая  $\phi$ - $S$ -диаграмма [8; 9] (рис. 2).

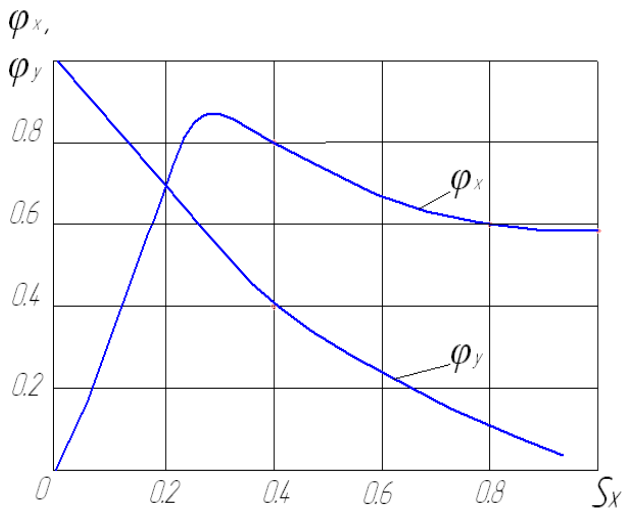


Рис. 2. Частичная зависимость коэффициента сцепления от коэффициента относительного проскальзывания колеса:  $\varphi_x$  – продольный (касательный) коэффициент сцепления;  $\varphi_y$  – боковой коэффициент сцепления.

На рис. 2 относительное проскальзывание  $S_x$  определяется из следующей зависимости:

$$S_x = 1 - \omega_k r_d / V_0, \quad (2)$$

где  $V_0$  – линейная скорость оси колеса;  
 $\omega_k$  – угловая скорость колеса;  
 $r_d$  – динамический радиус колеса.

Относительное проскальзывание колеса определяется в тормозном режиме, а в тяговом режиме используется относительное буксование:

$$S_x = 1 - V_0 / \omega_k r_d. \quad (3)$$

Кривые, представленные на рис. 2, и аналогичные им получены в результате экспериментального исследования [9]. Аналитического решения в настоящее время нет.

В работе [10] нами предложена феноменологическая модель фрикционного контакта шины с дорогой. Схема статического нагружения неподвижного автомобильного колеса представлена на рис. 3.

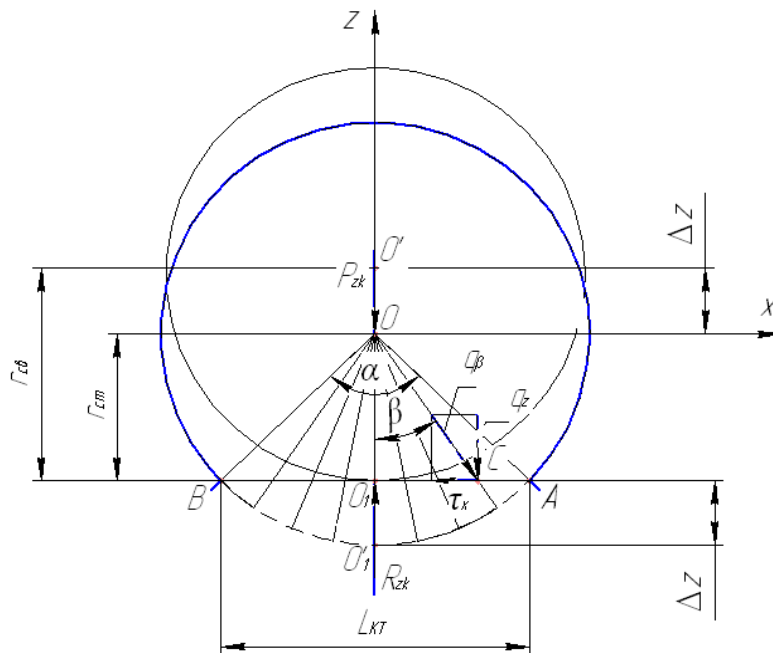


Рис. 3. Схема статического нагружения неподвижного автомобильного колеса в продольной плоскости.

В процессе деформации шины происходит сжатие ее периферической части, которая при моделировании была представлена в виде упругой ленты, нагруженной с одной стороны силами упругости шины, а с другой – распределенной нагрузкой от опорной поверхности.

При данном моделировании со стороны дороги на ленту действует распределенная нормальная погонная нагрузка  $q_z$  и распределенная сила трения  $\tau_x$ .

В каждой точке (например, в точке  $C$  – см. рис. 3) между указанными параметрами существует связь:

$$\tau_x = \mu q_z, \quad (4)$$

где  $\mu$  – коэффициент трения между шиной и опорной поверхностью.

Определены [10] вертикальная  $q_z$  и горизонтальная  $q_x$  составляющие погонной силы упругости  $q_\beta$  (см. рис. 3):

$$q_z = C_z \cdot \left( 1 - \cos \frac{\alpha}{2} \right) \cdot \frac{\frac{\cos \beta}{2} - 1}{\cos \frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{1}{\alpha - \cos \frac{\alpha}{2} \ln \left( \frac{1 + \sin \frac{\alpha}{2}}{1 - \sin \frac{\alpha}{2}} \right)}; \quad (5)$$

$$q_x = C_z \cdot \left(1 - \cos \frac{\alpha}{2}\right) \cdot \frac{\operatorname{tg} \beta \left( \frac{\cos \beta}{\cos \frac{\alpha}{2}} - 1 \right)}{\alpha - \cos \frac{\alpha}{2} \ln \frac{1 + \sin \frac{\alpha}{2}}{1 - \sin \frac{\alpha}{2}}}, \quad (6)$$

где  $C_z$  – радиальная жесткость шины;  
 $\alpha$  – центральный угол окружности радиусом  $r_{\text{св}}$ , соответствующий теоретической длине пятна контакта  $L_{\text{кт}}$  (см. рис. 3);

$r_{\text{св}}$  – свободный радиус колеса;  
 $\beta$  – угловая координата точки  $C$  (текущая координата).

В пятне контакта колеса с дорогой выделена [10] зона с граничной угловой координатой, в которой отсутствует упругое скольжение элементов шины:

$$\beta \leq \pm \arctg \mu = \frac{\alpha_0}{2}. \quad (7)$$

На рис. 4. изображена данная зона с граничной угловой координатой.

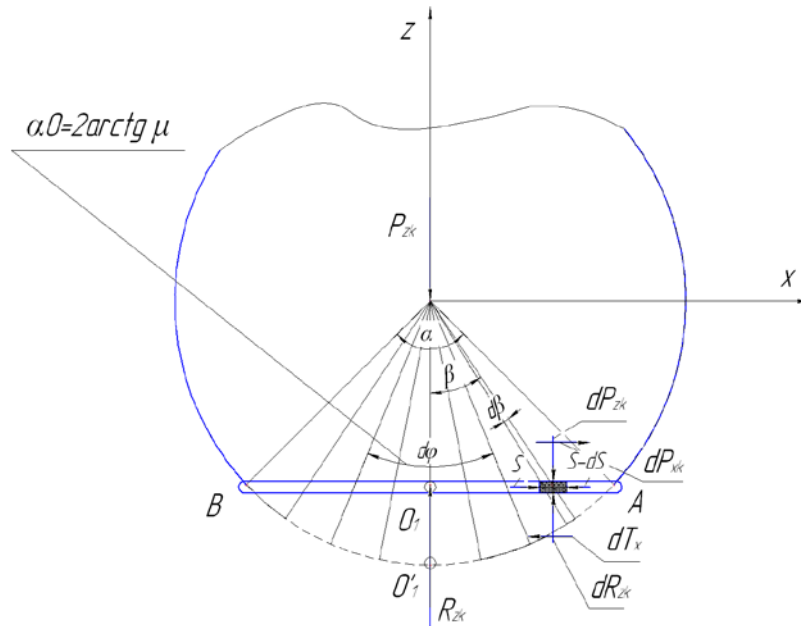


Рис. 4. Схема нагружения элемента шины в пятне контакта.

В указанном исследовании [10] однако не определена способность неподвижного автомобильного колеса противостоять боковому смещению при статическом нагружении.

**Целью статьи** является оценка устойчивости неподвижного автомобильного колеса против бокового скольжения. Для достижения указанной цели необходимо определить предельную боковую реакцию дороги на колесе по условию отсутствия бокового скольжения; определить полезную вертикальную нагрузку на колесо, создающую сопротивление боковому смещению колеса.

#### Изложение основного материала.

**Определение предельной боковой реакции дороги на колесо по условию устойчивости.** Сопротивление боковому смещению колеса создается в пятне контакта на участке, ограниченном координатами, определяемыми из условия (7). Боковая погонная нагрузка, которую может выдержать неподвижное автомобильное колесо без бокового смещения, определяется как

$$q_y = \sqrt{\mu^2 q_z^2 - q_x^2}. \quad (8)$$

Подставляя выражение (5) и (6) в (8), получим:

$$q_y = C_z \cdot \left(1 - \cos \frac{\alpha}{2}\right) \cdot \frac{\frac{\cos \beta}{\cos \frac{\alpha}{2}} - 1}{\alpha - \cos \frac{\alpha}{2} \ln \frac{1 + \sin \frac{\alpha}{2}}{1 - \sin \frac{\alpha}{2}}} \cdot \sqrt{\mu^2 - \operatorname{tg}^2 \beta}. \quad (9)$$

Предельная боковая реакция  $R_{y \max}$  по условию отсутствия бокового смещения колеса может быть определена как

$$R_{y \max} = \int_{-\arctg \mu}^{+\arctg \mu} q_y \cdot r \cdot d\beta = r_{\text{св}} \int_{-\arctg \mu}^{+\arctg \mu} q_y \frac{\cos \frac{\alpha}{2}}{\cos \beta} d\beta, \quad (10)$$

где  $r$  – текущее значение радиуса колеса в пятне контакта:

$$r = r_{\text{св}} \frac{\cos \frac{\alpha}{2}}{\cos \beta}. \quad (11)$$

Подставляя выражение (11) в (10), получим следующее:

$$R_{y \max} = C_z r_{\text{св}} \left(1 - \cos \frac{\alpha}{2}\right) \frac{\int_{-\arctg \mu}^{+\arctg \mu} \left(1 - \frac{\cos \frac{\alpha}{2}}{\cos \beta}\right) \sqrt{\mu^2 - \text{tg}^2 \beta} d\beta}{\alpha - \cos \frac{\alpha}{2} \ln \left| \frac{1 + \sin \frac{\alpha}{2}}{1 - \sin \frac{\alpha}{2}} \right|}. \quad (12)$$

Если выполняется условие:  $\frac{\alpha}{2} \leq \arctg \mu$ , (13)  
то в пятне контакта отсутствуют зоны упругого скольжения. В этом случае сопротивление боко-

вому смещению колеса создается по всей длине пятна контакта и интегрирование необходимо проводить в пределах  $\left[-\frac{\alpha}{2}; +\frac{\alpha}{2}\right]$ . Тогда:

$$R_{y \max} = C_z r_{\text{св}} \left(1 - \cos \frac{\alpha}{2}\right) \frac{\int_{-\alpha/2}^{+\alpha/2} \left(1 - \frac{\cos \frac{\alpha}{2}}{\cos \beta}\right) \sqrt{\mu^2 - \text{tg}^2 \beta} d\beta}{\alpha - \cos \frac{\alpha}{2} \ln \left| \frac{1 + \sin \frac{\alpha}{2}}{1 - \sin \frac{\alpha}{2}} \right|}. \quad (14)$$

Для оценки устойчивости автомобильного колеса боковому смещению целесообразно ис-

пользовать боковой коэффициент сцепления, который представлен в выражении:

$$\varphi_y = \frac{R_{y \max}}{R_{z_k}} = \frac{R_{y \max}}{C_z r_{\text{св}} \left(1 - \cos \frac{\alpha}{2}\right)} = \begin{cases} \frac{\int_{-\alpha/2}^{+\alpha/2} \left(1 - \frac{\cos \frac{\alpha}{2}}{\cos \beta}\right) \sqrt{\mu^2 - \text{tg}^2 \beta} d\beta}{\alpha - \cos \frac{\alpha}{2} \ln \left| \frac{1 + \sin \frac{\alpha}{2}}{1 - \sin \frac{\alpha}{2}} \right|} & - \text{при } \frac{\alpha}{2} \leq \arctg \mu; \quad (15) \\ \frac{\int_{-\arctg \mu}^{+\arctg \mu} \left(1 - \frac{\cos \frac{\alpha}{2}}{\cos \beta}\right) \sqrt{\mu^2 - \text{tg}^2 \beta} d\beta}{\alpha - \cos \frac{\alpha}{2} \ln \left| \frac{1 + \sin \frac{\alpha}{2}}{1 - \sin \frac{\alpha}{2}} \right|} & - \text{при } \frac{\alpha}{2} > \arctg \mu, \quad (16) \end{cases}$$

где  $R_{z_k}$  – вертикальная реакция на колесе, определяемая, через радиальную жесткость шины и радиальную деформацию,

$$R_{z_k} = C_z r_{\text{св}} \left(1 - \cos \frac{\alpha}{2}\right). \quad (17)$$

Взятие интегралов в уравнениях (15) и (16) аналитическим путем сложно. В табл. 1 приведены результаты компьютерного расчета величины  $\varphi_y$ .

Таблица 1.

Значения  $\varphi_y$ .

$\alpha$ , град	$\mu$	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8
10		0,98	0,991	0,995	0,997	0,998	0,998	0,999
20		0,914	0,964	0,98	0,988	0,991	0,994	0,995
30		0,762	0,913	0,954	0,971	0,98	0,985	0,989
40		0,611	0,814	0,911	0,946	0,963	0,973	0,98
50		0,501	0,698	0,836	0,908	0,939	0,956	0,967
60		0,421	0,6	0,743	0,845	0,903	0,932	0,949

В табл. 2 приведены значения отношения  $\varphi_y/\mu$ , характеризующие степень использования

коэффициента трения  $\mu$  шины с опорной поверхностью.

Таблица 2.

Значения  $\varphi_y/\mu$ .

$\alpha$ , град	$\mu$	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8
10		0,196	0,2973	0,398	0,4985	0,5988	0,6986	0,7992
20		0,1828	0,2892	0,392	0,494	0,5946	0,6958	0,796
30		0,1524	0,2739	0,3816	0,4855	0,588	0,6895	0,7912
40		0,1222	0,2442	0,3644	0,473	0,5778	0,6811	0,784
50		0,1002	0,2094	0,3344	0,454	0,5634	0,6692	0,7736
60		0,0842	0,18	0,2972	0,4225	0,5418	0,6524	0,7592

На рис. 5 и рис. 6 приведены графики, иллюстрирующие зависимости  $\varphi_y(\alpha)$  и  $\varphi_y/\mu(\alpha)$  при различных значениях  $\mu$ .

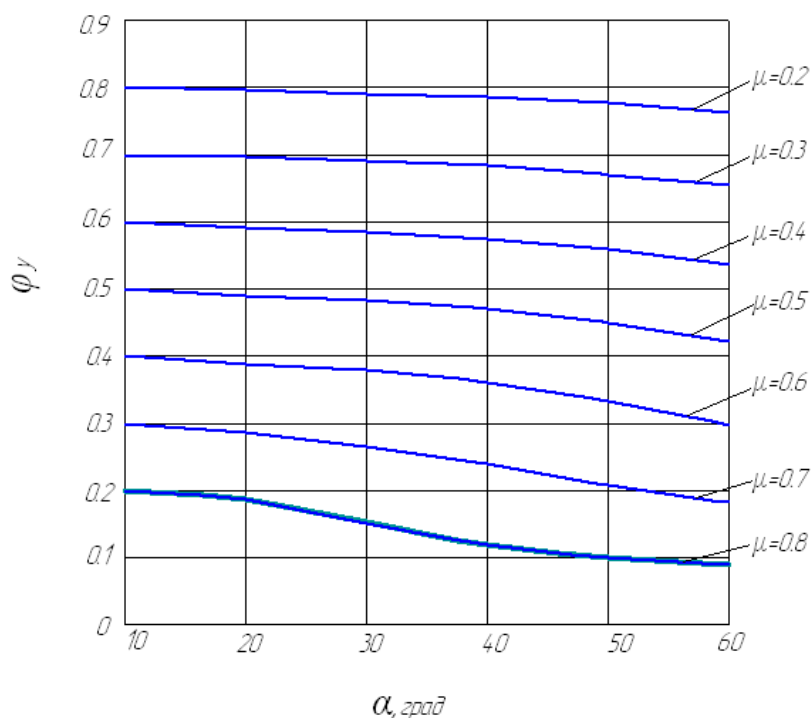


Рис. 5. Зависимость  $\varphi_y(\alpha)$  при различных значениях  $\mu$ .

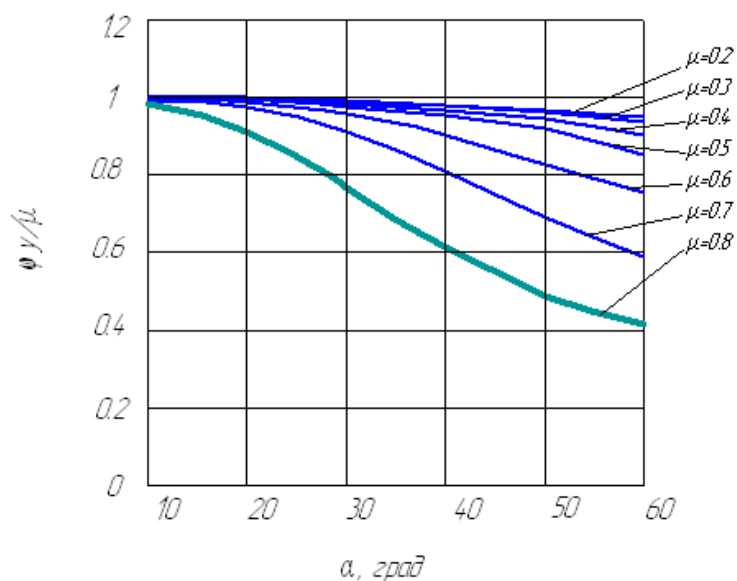


Рис. 6. Зависимость  $\varphi_y/\mu(\alpha)$  при различных значениях  $\mu$ .

Определение  $\varphi_y$  проведено с использованием теории подобия (теории обобщенного переменного) и поэтому полученные результаты могут быть использованы для любых шин и любых нагрузок на них. Обобщенными переменными в данном случае являются боковой коэффициент сцепления  $\varphi_y$  и секторный угол  $\alpha$ . Последний определяется из уравнения (17) при  $P_{zk} = R_{zk}$ :

$$\alpha = 2 \arccos \left( 1 - \frac{P_{zk}}{C_z r_{св}} \right), \quad (18)$$

где  $P_{zk}$  – вертикальная нагрузка на колесо.

Анализ результатов, приведенных в табл. 1 и отраженных на рис. 5, показывает, что с увеличением угла  $\alpha$  происходит уменьшение  $\varphi_y$ . Это означает (см. выражение (18)), что с увеличением нагрузки на колесо необходимо увеличивать  $C_x$  за счет повышения внутреннего давления в шине. Снижение  $\varphi_y$  тем значительнее, чем меньше  $\mu$ .

Такие же тенденции имеет и степень полезного использования  $\varphi_y/\mu$  коэффициента трения  $\mu$  (см. табл. 2 и рис. 6).

**Определение полезной вертикальной нагрузки на колесо.** Под полезной вертикальной нагрузкой на колесо мы понимаем ту часть указанной нагрузки, которая создает сопротивление боковому смещению колеса. Полезная вертикальная нагрузка на колесо распределяется на части длины пятна контакта, ограниченной координатами  $\left[ -\frac{\alpha_0}{2}; +\frac{\alpha_0}{2} \right]$  или  $[-\arctg\mu; +\arctg\mu]$ .

$$R_{zo} = \begin{cases} R_{zk} & - \text{при } \frac{\alpha}{2} \leq \arctg\mu; \\ \int_{-\arctg\mu}^{+\arctg\mu} q_z \cdot r d\beta - n\mu \frac{\alpha}{2} > \arctg\mu. \end{cases} \quad (19)$$

Подставляя выражение (5) и (11) в уравнение (20), получим после интегрирования:

$$R_{zo} = \begin{cases} R_{zk} - \text{при } \frac{\alpha}{2} \leq \arctg\mu; \\ C_z r_{св} \left( 1 - \cos \frac{\alpha}{2} \right) \frac{2\arctg\mu - \cos \frac{\alpha}{2} \ln \left| \frac{\sqrt{1+\mu^2} + \mu}{\sqrt{1+\mu^2} - \mu} \right|}{\alpha - \cos \frac{\alpha}{2} \ln \left| \frac{1 + \sin \frac{\alpha}{2}}{1 - \sin \frac{\alpha}{2}} \right|} - \text{при } \frac{\alpha}{2} > \arctg\mu. \end{cases} \quad (22)$$

Введем коэффициент использования вертикальной нагрузки на колесо (с учетом (17)):

$$K_{rz} = \frac{R_{zo}}{R_{zk}} = \begin{cases} 1 - \text{при } \frac{\alpha}{2} \leq \arctg\mu; \\ \frac{2\arctg\mu - \cos \frac{\alpha}{2} \ln \left| \frac{\sqrt{1+\mu^2} + \mu}{\sqrt{1+\mu^2} - \mu} \right|}{\alpha - \cos \frac{\alpha}{2} \ln \left| \frac{1 + \sin \frac{\alpha}{2}}{1 - \sin \frac{\alpha}{2}} \right|} - \text{при } \frac{\alpha}{2} > \arctg\mu. \end{cases} \quad (24)$$

В табл. 3 приведены результаты расчета показателя  $K_{rz}$ , которые могут быть использованы

для любых шин и любых вертикальных нагрузок.

Таблица 3.

Коэффициент использования вертикальной нагрузки на колесо  $K_{rz}$ .

$\alpha$ , град \ $\mu$	0	0,2	0,4	0,6	0,8
10	0	1	1	1	1
20	0	1	1	1	1
30	0	0,943	1	1	1
40	0	0,768	1	1	1
50	0	0,636	0,983	1	1
60	0	0,537	0,900	1	1

Анализ результатов, приведенных в табл. 3, показывает, что с увеличением угла  $\alpha$  происходит уменьшение коэффициента использования вертикальной нагрузки на колесо, а с увеличением  $\mu$ , наоборот, происходит увеличение ука-

занного показателя. При выполнении условия (13) происходит реализация  $K_{rz} = 1$ , к чему необходимо стремиться, осуществляя регулирование давления воздуха в шине в соответствие с вертикальной нагрузкой на колесо (рис. 7).

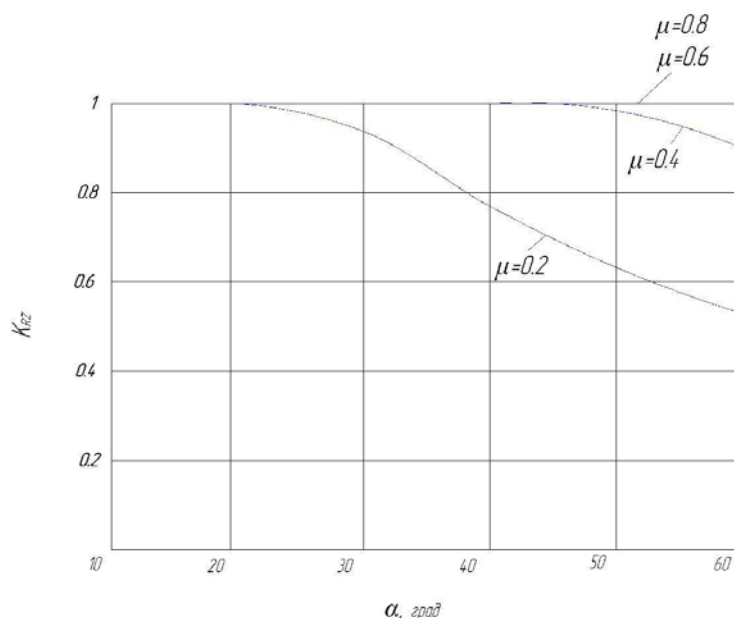


Рис. 7. Зависимость  $K_{\sigma z}$  при различных значениях  $\mu$ .

### Выводы.

1. Полученные с помощью теории подобия зависимости бокового коэффициента сцепления  $\varphi_y$  колеса от коэффициента трения в контакте его с дорогой, нагрузочных и жесткостных характеристик шины позволяют осуществлять оценку устойчивости неподвижного автомобильного колеса против бокового скольжения. Указанные результаты могут быть использованы для любых шин и нагрузок.

2. Устойчивость колеса против бокового скольжения повышается, если при увеличении вертикальной нагрузки производить увеличение радиальной жесткости шины  $C_z$  путем повышения в ней внутреннего давления воздуха. С уменьшением  $\mu$  необходимо увеличивать  $C_z$  за счет повышения внутреннего давления воздуха.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Kamm W. Kraftwagen und Stkabe in ihrer Wechselwirkung (Motor vehicle and Road in their Internation) / W. Kamm. – Berlin :VDI – Verlag, Motor Vehicle Conference, 1934.
2. Чудаков Е. А. Устойчивость автомобиля против заноса / Е. А. Чудаков. – М. : Машгиз, 1949. – 143 с.
3. Чудаков Е. А. Устойчивость автомобиля при заносе / Е. А. Чудаков. – М. ; Л. : Изд-во АН СССР, 1945. – 144 с.
4. Чудаков Е. А. Боковая устойчивость автомобиля при торможении / Е. А. Чудаков. – М. : Машгиз, 1952. – 183 с.
5. Певзнер Я. М. Теория устойчивости автомобиля / Я. М. Певзнер. – М. : Машгиз, 1947. – 156 с.
6. Вопросы динамики торможения и теория рабочих процессов тормозных систем автомобилей / [Б. Б. Генбом, Г. С. Гудз, В. А. Демьянюк и др.]. – Львов : Вища школа, 1974. – 234 с.
7. Бережной И. А. О применении функции нагружения в некоторых задачах движения экипажа / И. А. Бережной // Механика твердого тела. Инженерный журнал. – 1967. – № 5. – С. 47–49.
8. Гуревич Л. В. Тормозное управление автомобиля / Л. В. Гуревич, Р. А. Меламуд. – М. : Транспорт, 1978. – 151 с.
9. Петров М. А. Работа автомобильного колеса в тормозном режиме / М. А. Петров. – Омск : Западносибирское книжное изд-во, 1973. – 224 с.
10. Динамика колеса и устойчивость движения автомобиля / У. А. Абдулгасис, А. У. Абдулгасис, Д. М. Клец, М. А. Подригало ; [под ред. У. А. Абдулгасиса]. – Симферополь : ДИАЙПИ, 2010. – 208 с.