2. ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ В ЕКОНОМІЦІ

УДК 519.87

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КОМБИНИРОВАННОЙ ЗАДАЧИ ТРАНСПОРТНОЙ ЛОГИСТИКИ

Козин И.В., д.ф.-м.н., профессор, Борю С.Ю., к.т.н., доцент, *Кривцун Е.В., к.ф.-м.н.

Запорожский национальный университет
Украина, 69600, г. Запорожье, ул. Жуковского, 66

**Запорожский национальный технический университет*
Украина, 69600, г. Запорожье, ул. Жуковского, 64

ainc00@gmail.com, bsu55555@ukr.net, *kryvtsun@ukr.net

Рассматривается комбинированная задача расписания и доставки грузов, а именно задача, предложенная на конкурсе «VeRoLog Solver Challenge 2016-2017». Требуется выполнить набор заявок потребителей по доставке грузов (приборов) в рамках заданного временного окна заявки и обеспечить вывоз этих грузов (приборов) по истечении срока пользования. Цель задачи состоит в минимизации стоимости выполнения всех заявок. Транспортная составляющая целевой функции состоит из затрат, связанных с длиной пробега автомобилей; затрат, связанных с каждым маршрутом (в том числе, затрат на суточное использование автомобиля); затрат на аренду автомобилей на весь период планирования. Также в целевую функцию входят затраты, связанные с приборами, предоставляемыми в пользование фермерам. Размер арендной платы за каждый прибор зависит от его типа. Для каждого типа приборов можно рассчитать минимальное количество, необходимое для выполнения всех заявок в плане. Для этого для каждого дня можно рассчитать число приборов данного типа, находящееся у пользователей, тогда необходимое минимальное количество приборов данного типа – это максимальное ежедневное использованное количество. Нахождение допустимого расписания усложняется не только необходимостью постоянного мониторинга распределения приборов, но и существованием доставок и вывозов, не стыкующихся друг с другом. Такие ограничения достаточно редко рассматривались в литературе. Для нахождения приближенного решения была произведена декомпозиция задачи на три основные части: задача формирования допустимого расписания с учетом временных окон заявок, задача доставки грузов при ограниченной грузоподъемности транспортного средства и задача локального улучшения решения, полученного на предыдущих этапах. На первом этапе строилось допустимое расписание с использованием эволюционного алгоритма с геометрическим оператором кроссовера. На втором этапе отыскивались оптимальные решения задачи доставки грузов за каждый день планового периода. Показано, что задача доставки грузов имеет фрагментарною структуру и, соответственно, для поиска приближенного решения был использован эволюционный алгоритм на фрагментарной структуре.

Ключевые слова: дискретная оптимизация, теория расписаний, задача о доставке грузов, эволюционный алгоритм, фрагментарная структура, геометрический оператор кроссовера.

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ КОМБІНОВАНОЇ ЗАДАЧІ ТРАНСПОРТНОЇ ЛОГІСТИКИ

Козін І.В., д.ф.-м.н., професор, Борю С.Ю., к.т.н., доцент, *Кривцун О.В., к.ф.-м.н.

Запорізький національний університет
Україна, 69600, м. Запоріжжя, вул. Жуковського, 66

**Запорізький національний технічний університет*
Україна, 69600, м. Запоріжжя, вул. Жуковського, 64

Розглядається комбінована задача розкладу і доставки вантажів, а саме задача, запропонована на конкурсі «VeRoLog Solver Challenge 2016-2017». Необхідно виконати набір заявок споживачів з доставки вантажів (приладів) у межах заданого часового вікна заявки і забезпечити вивезення цих вантажів (приладів) після закінчення терміну користування. Мета задачі полягає в мінімізації вартості виконання всіх заявок. Транспортна складова цільової функції складається з витрат, пов'язаних із довжиною пробігу автомобілів;

витрат, пов'язаних з кожним маршрутом (в тому числі, витрат на добове використання автомобіля); витрат на оренду автомобілів на весь період планування. Також до цільової функції входять витрати, пов'язані з приладами, які надаються в користування фермерам. Розмір орендної плати за кожний прилад залежить від його типу. Для кожного типу приладів можна розрахувати мінімальну кількість, необхідну для виконання всіх заявок в плані. Для цього для кожного дня можна розрахувати число приладів даного типу, що знаходиться у користувачів, тоді необхідна мінімальна кількість приладів даного типу – це максимальна щоденна використана кількість. Знаходження допустимого розкладу ускладнюється не тільки необхідністю постійного моніторингу розподілу приладів, але й існуванням доставок і вивезень, що не стикуються одне з одним. Такі обмеження досить рідко розглядалися в літературі. Для знаходження наближеного розв’язку було здійснено декомпозицію задачі на три основні частини: задачу формування допустимого розкладу з урахуванням тимчасових вікон заявок, задачу доставки вантажів при обмеженій вантажопідйомності транспортного засобу і задачу локального покращення розв’язку, отриманого на попередніх етапах. На першому етапі будувався допустимий розклад з використанням еволюційного алгоритму з геометричним оператором кросоверу. На другому етапі відшукувалися оптимальні розв’язки задачі доставки вантажів за кожен день планового періоду. Показано, що задача доставки вантажів має фрагментарну структуру і, відповідно, для пошуку наближеного розв’язку був використаний еволюційний алгоритм на фрагментарній структурі.

Ключові слова: дискретна оптимізація, теорія розкладів, задача про доставку вантажів, еволюційний алгоритм, фрагментарна структура, геометричний оператор кросоверу.

MATHEMATICAL MODEL OF COMBINED PROBLEM OF TRANSPORT LOGISTICS

Kozin I.V., Doctor of Physico-mathematical Sciences, Prof.,
Borue S.Yu., Cand. of Technical Science, *Kryvtsun O.V., Cand. of Physico-mathematical Sciences

Zaporizhzhia National University
Ukraine, 69600, Zaporizhzhia, Zhukovsky str., 66

[*]Zaporizhzhia National Technical University
Ukraine, 69600, Zaporizhzhia, Zhukovsky str., 64

The combined task of scheduling and delivery of cargoes, namely, the task proposed in the contest "VeRoLog Solver Challenge 2016-2017" is considered. It is required to complete a set of customer requests for the delivery of goods (tools) within the specified request time window and to ensure that these goods (tools) will be picked up at the end of the period of use. The main objective is to serve all requests at a minimum cost: there are costs for the travelled distance, costs for each route (i.e., using a vehicle for a day), and costs for using a vehicle at all. Additionally, there are costs associated with the tools in use. Each tool has a cost, depending on the kind of the tool. For each tool kind, we can calculate the minimum number of tools needed to execute the planning of the full horizon: for each day we can calculate the daily use, i.e., the number of tools of this kind that are at the customers. The minimum number needed is the maximum daily use. The finding of the feasible schedule is complicated not only by the necessity of continuous monitoring of the tool distribution, but also the existence of unmatched pickups and deliveries. Such restrictions were rarely considered in the literature. To find an approximate solution, the problem was decomposed into three main parts: the problem of forming an acceptable schedule, taking into account the requests time windows; the problem of delivering cargoes at a limited carrying capacity of the vehicle; and the problem of local improvement of the solution obtained at previous stages. At the first stage, a feasible schedule was constructed using an evolutionary algorithm with a geometric crossover operator. At the second stage, optimal solutions for the goods delivery for each day of the planning period were sought. It is shown that the cargo delivery problem has a fragmentary structure and, accordingly, an evolutionary algorithm on the fragmentary structure was used to search for an approximate solution.

Key words: discrete optimization, scheduling theory, cargo delivery problem, evolutionary algorithm, fragmentary structure, geometric crossover operator.

ВВЕДЕНИЕ

Задача маршрутизации транспорта (ЗМТ, *Vehicle Routing Problems, VRP*) в базовой постановке Данцига и Рамсера [1] является известной задачей комбинаторной оптимизации, которая объединяет две задачи, принадлежащие классу *NP*-полных: задачу теории расписаний (*Scheduling Problem*) и множественную задачу коммивояжера (*Multiple Traveling Salesman Problem, MTSP*). Существует большое количество вариаций и расширений ЗМТ, тем не менее, практика постоянно предлагает новые вызовы, связанные с количеством и разнообразием условий и ограничений задач транспортной логистики. В данной работе рассматривается производственная задача, предложенная компанией ORTEC на международный конкурс «VeRoLog Solver Challenge 2016-2017» [2].

Рабочая группа VeRoLog является частью Ассоциации Европейских Сообществ по Исследованию Операций и занимается задачами маршрутизации и логистики. Конкурсная задача объединяет в себе аспекты составления расписания, маршрутизации и управления запасами. Главная трудность этой задачи состоит в том, что нужно распределить между клиентами небольшое количество определенного оборудования, которое может использоваться повторно.

Команда, состоящая из авторов, заняла в этом конкурсе 4 место [2]. В статье описывается математическая модель, которая была применена для решения данной конкурсной задачи.

АНАЛИЗ ПОСЛЕДНИХ ИССЛЕДОВАНИЙ И ПУБЛИКАЦИЙ

Для *NP*-полных задач, каковой является задача маршрутизации, обычно достаточно искать приближенные решения. Зачастую для этого используются различные эвристические методы. О.Б. Маций, А.В. Морозов и А.В. Панишев [3] осветили основные подходы к решению ЗМТ, которые основаны на ее представлении в виде задачи упаковки с последующим решением задачи коммивояжера. В книге [4] приведен обзор современных методов и их расширений для решения различных вариаций ЗМТ.

Для решения задачи маршрутизации с переменной скоростью транспорта и заторами на дорогах L. Wen и R. Eglese [5] разработали алгоритм, основанный на поиске с запретами, который использовался службами доставки Лондона.

J. Gromicho, S. Haneyah и A.L. Kok [6] применили для решения исходной конкурсной задачи метод, в основе которого лежит поиск в больших окрестностях (*large neighborhood search, LNS*), и добились уменьшения времени решения и общей длины маршрутов по сравнению с действующим алгоритмом. Тем не менее, они рассматривали только ежедневное планирование, в то время как теперь рассматривается более длинный горизонт, что добавляет задаче дополнительное измерение, а именно управление временным соотношением между доставками и сборами.

ФОРМУЛИРОВАНИЕ ЦЕЛИ СТАТЬИ

Целью статьи является описание методов решения сложных задач логистического типа. Методы, основанные на эволюционно-фрагментарном алгоритме, были успешно использованы при решении различных задач дискретной оптимизации: трассировки печатных плат [7, 8], трехмерной упаковки в контейнеры различных типов [9], поиска минимального множества аксиом [10] и др. Статья призвана показать эффективность эволюционно-фрагментарного алгоритма также и при решении комбинированных задач транспортной логистики.

ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМЫ

Подробное описание задачи можно найти на сайте конкурса решателей VeRoLog 2017 [2] и в статье организаторов конкурса [11]. Рассматривается сложная задача маршрутизации, с которой столкнулась крупная международная компания, занимающаяся улучшением качества стада коров. Для этого требуется регулярно оценивать качество образцов молока в ряде фермерских хозяйств, т.е. клиентов. Для этого необходимы специальные измерительные приборы, которые должны доставляться клиентам по их требованию. После измерения приборы должны быть снова собраны. Задача заключается в планировании этих доставок и вывозов.

Горизонт планирования состоит из периода последовательных дней, пронумерованных как $1,2,\dots,T$. Существуют различные виды приборов, каждый из которых имеет свой собственный размер, также доступно фиксированное количество приборов каждого типа.

Дается множество заявок на приборы от клиентов, которые должны быть удовлетворены. Заявка запрашивает некоторое количество приборов одного типа, которые должны быть в наличии у клиента в течение заданного числа следующих друг за другом дней. Поставка приборов должна производиться в пределах определенного временного окна. Приборы из заявки должны быть забраны одним транспортным средством на следующий день после того, как заявка будет завершена. Клиенту могут понадобиться приборы более чем одного типа, тогда они определяются как отдельные заявки.

Задано единое место расположения (склад), на котором все приборы находятся в начале и в конце периода планирования. Транспортное средство может загрузить приборы на складе и выгрузить его у клиента, к тому же, после первого дня, транспортное средство может также собрать прибор у одного клиента и доставить его другому клиенту без промежуточного посещения склада. Ежедневный маршрут транспортного средства должен начинаться и заканчиваться на складе. В конце дня, все приборы с автомобилей выгружаются на склад, и, таким образом, доступны в течение следующего дня.

Требуется заказать необходимое количество транспортных средств для выполнения всех заявок. Все доступные автомобили имеют одинаковую вместимость. Расстояние, которое транспортное средство может пройти за один день, ограничено. Транспортному средству разрешается возвращаться на склад несколько раз в течение дня, чтобы выгрузить приборы и/или загрузить дополнительные приборы, до тех пор, пока не превышена его предельная длина дневного маршрута. Не допускается обмен приборами между транспортными средствами в течение дня: приборы, выгруженные на складе, недоступны для других транспортных средств в этот день. Тем не менее, автомобиль может собрать два прибора у клиента и поместить один на склад, чтобы забрать его позже в тот день.

Для определения пройденного расстояния задаются координаты для каждого местоположения клиента, а также склада. Расстояние между координатами (x_1, y_1) и (x_2, y_2) определяется как нижняя граница евклидова расстояния, т.е. $\left\lfloor \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} \right\rfloor$.

Основная цель заключается в обслуживании всех заявок при минимальных затратах: есть затраты за пройденное расстояние, расходы за пользование транспортным средством в течение дня, а также общие расходы за пользование транспортным средством. Кроме того, существуют расходы, связанные с приборами, находящимися в эксплуатации. Каждый прибор имеет стоимость в зависимости от своего типа. Для каждого типа приборов можно рассчитать минимальное количество, необходимое для выполнения маршрутов: для каждого дня можно вычислить ежедневное использование, то есть количество приборов данного типа, которые находятся у клиентов. Минимальное требуемое количество – это максимальное ежедневное использование.

ИЗЛОЖЕНИЕ ОСНОВНОГО МАТЕРИАЛА

Рассмотрим гибридный алгоритм расчета оптимального расписания маршрута. Для каждой заявки z_i определено окно начала выполнения этой заявки, которое будем обозначать $[a_i, b_i], i = 1, 2, ..., N$, N – число заявок, $\forall i \quad a_i \in [1, T]$, $b_i \in [1, T]$. Для i-й заявки задана длительность ее исполнения, τ_i. С каждой заявкой связан пункт обслуживания (ферма) p_i, который задается своими координатами, тип доставляемого прибора и количество этих приборов. В одной заявке присутствуют приборы только одного типа. Количество типов приборов обозначим g.

Каждое допустимое расписание определяется целочисленным N-мерным вектором $q=(t_1,t_2,...,t_N)$, где $t_i \in [a_i,b_i]$.

Пусть задано определенное допустимое расписание q. Множество заявок, которые открываются в день с номером $t \in [1,T]$, в соответствии с этим расписанием, обозначим B_t, множество заявок, которые заканчиваются в этот день, обозначим E_t.

Опишем теперь алгоритм исполнения ежедневного набора заявок. Упорядочим элементы множества $B_t \cup E_t$. Далее составим маршрут, который будет выполнять заявки в заданной последовательности с соблюдением всех необходимых условий, связанных с грузоподъемностью автомобиля и его предельной длиной дневного маршрута. Если на какой-то заявке условия нарушаются, то автомобиль возвращается на склад. Собранные приборы выгружаются. Происходит новая загрузка, и автомобиль (если исчерпан лимит пробега, то очередной автомобиль) продолжает выполнение заявок в заданной последовательности.

Таким образом, последовательность заявок определяет допустимый маршрут (с учетом возвращений на склад) и необходимое количество машин для выполнения всех дневных заявок. Если количество дневных заявок равно $k_t = |B_t \cup E_t|$, то допустимый маршрут определяется перестановкой s_t из множества перестановок размерности k_t. Причем каждой перестановке соответствует единственный допустимый маршрут.

Пусть величины c_a, c_L, c_m – стоимости: 1) ежедневной аренды одного автомобиля, 2) единицы пройденного пути, 3) одного автомобиля на весь период T исполнения заявок.

Затраты, связанные с исполнением маршрута, определяемого перестановкой s_t, составляют величину $c_a m(s_t) + c_L L(s_t)$. Здесь $m(s_t)$ – количество машин на маршруте, $L(s_t)$ – суммарная длина дневного пробега автомобилей.

Критерием основной задачи оптимизации является функция

$$c_m \max_t \left[m(s_t)\right] + \sum_{t=1}^{T} \left[c_a m(s_t) + c_L L(s_t)\right] + \sum_{j=1}^{g} D_j \to \min. \qquad (1)$$

В этой формуле D_i – затраты на аренду приборов различных типов, которые определяются максимальным числом используемых ежедневно приборов: $D_j = Tc_j \max_t \left[d_j(s_t)\right]$, где $d_j(s_t)$ – количество приборов j-го типа, используемых в t-й день, c_j – дневная стоимость аренды прибора j-го типа.

Основная задача оптимизации является очень сложной, поэтому для поиска приближенного решения был предложен алгоритм, состоящий из трех последовательных этапов.

На первом этапе решается задача поиска оптимального расписания в следующей постановке

$$\sum_{t=1}^{T} Q(t) + \sum_{j=1}^{g} D_j \to \min,$$

где функция $Q(t)$ является оценочной и представляет собой дневные затраты на маршрут, организованный в виде звезды с центром в точке склада. То есть автомобиль привозит (или отвозит) приборы на склад из точки заявки (или наоборот). Другими словами, имеет место соотношение

$$Q(t) = c_a \frac{L}{L_0} + \sum_{p_i \in B_t \cup E_t} 2c_L L(p_i),$$

где $L = \sum_{p_i \in B_t \cup E_t} L(p_i)$ – суммарная длина пробега, L_0 – допустимая ежедневная длина пробега одной машины, $L(p_i)$ – расстояние от склада до соответствующего пункта заказа, D_j – как и прежде, суммарные затраты на аренду приборов j-го типа при таком способе организации маршрутов.

Для поиска оптимального решения этой вспомогательной задачи предлагается эволюционный алгоритм на множестве целочисленных векторов $\{q = (t_1, t_2, ..., t_N)\}_{t_i \in [a_i, b_i]}$. Начальная популяция выбирается случайным образом. В качестве оператора кроссовера предлагается геометрический кроссовер [12], который двум решениям-родителям $q^1 = (t_1^1, t_2^1, ..., t_N^1)$ и $q^2 = (t_1^2, t_2^2, ..., t_N^2)$ ставит в соответствие решение потомок $q^3 = (t_1^3, t_2^3, ..., t_N^3)$, где $t_i^3 \in \left[\min\left(t_i^1, t_i^2\right), \max\left(t_i^1, t_i^2\right)\right]$. Мутация определена как случайный выбор одной из точек $t_i^3 \in \left[a_i, b_i\right]$.

На втором этапе задачи для найденного на первом этапе расписания проводится оптимизация ежедневных маршрутов. Так как каждый допустимый маршрут описывается перестановкой, то задача состоит в поиске оптимальной перестановки s_t элементарных фрагментов (заявок) с критерием $c_a m(s_t) + c_L L(s_t) \to \min$.

Для решения задачи второго этапа для каждого дня используется эволюционно-фрагментарный алгоритм [7-10] с геометрическим кроссовером в метрике Кендалла. Мутация – случайная транспозиция фрагментов.

На третьем этапе задачи проводится локальное улучшение решения, а именно случайным образом изменяется расписание для некоторых заявок (сдвиг начала на 1 день в рамках окна заказа). Затем производится пересчет оптимальных ежедневных маршрутов. Критерием оптимальности в этом случае выступает главный критерий (1).

Наилучшее решение, полученное на третьем этапе, выбирается как приближенное оптимальное решение основной задачи.

Приведем результаты численного эксперимента. Алгоритм был реализован на языке программирования C++. Исходный код компилировался на GNU GCC Compiler (mingw32-g++ 4.7.1) с использованием полной оптимизации скорости выполнения. Программа не содержит динамически загружаемого кода. Системно зависимые API вызовы ядра ОС Windows использованы только для измерения интервалов процессорного времени работы различных шагов алгоритма.

Алгоритм тестировался на задачах, предоставленных компанией ORTEC. Отобранные для конкурса задачи представляли производственные задания подразделения ORTEC Service Planning. Горизонт планирования в задачах варьировался от 5 до 65 дней, количество заявок

– от 100 до 2000. Результаты по отдельным задачам скрытого набора, на котором производилось ранжирование команд, приведены в материалах ежегодной конференции группы VeRoLog [13]. В этих материалах команда авторов обозначена на столбчатых диаграммах синим цветом. На рис. 1 приведен финальный результат конкурса, который был рассчитан как среднее значение по всем задачам скрытого набора.

Рис. 1. Результат конкурса «VeRoLog Solver Challenge 2016-2017»

ВЫВОДЫ

В статье представлена математическая модель комбинированной задачи транспортной логистики, которая объединяет задачи составления расписания и маршрутизации.

Для поиска оптимального решения был предложен трехэтапный алгоритм, основанный на фрагментарном представлении решения задачи в сочетании с игровой и эволюционной моделями.

Предложенный подход был апробирован на международном конкурсе «VeRoLog Solver Challenge 2016-2017», где показал высокую эффективность. Таким образом, показано, что методы эволюционного моделирования с геометрическим оператором кроссовера являются мощным инструментом поиска оптимальных решений задач транспортной логистики.

ЛИТЕРАТУРА

1. Dantzig G. B., Ramser J. H. The Truck Dispatching Problem. *Management Science*. 1959. Vol. 6. P. 80–91.

2. VeRoLog solver challenge 2016-2017. URL : https://verolog.ortec.com/ (дата звернення: 25.12.2017).

3. Маций О. Б., Морозов А. В., Панишев А. В. Подходы к решению задач маршрутизации. *Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии.* 2017. № 77. С. 92–98.

4. Vehicle Routing Problem / Edited by Tonci Caric and Hrvoje Gold. Publisher: InTech, 2008. 142 p. DOI: 10.5772/62148.

5. Wen, L., Eglese, R. Minimum cost VRP with time-dependent speed data and congestion charge. *Computers & Operations Research.* 2015. Vol. 56. P. 41–50.DOI: 10.1016/j.cor.2014.10.007.

6. Gromicho, J., Haneyah, S., Kok, L. Solving a Real-Life VRP with Inter-Route and Intra-Route Challenges. 2015. 13 Pages. Available at SSRN: https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=2610549 or http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.2610549.

7. Козин И. В., Кривцун Е. В., Пинчук В. П. Эволюционно-фрагментарная модель задачи трассировки. *Кибернетика и системный анализ : междунар. науч.-теорет. журн.* 2015. Т. 51, № 3. С. 125–131.

8. Козин И. В., Кривцун Е. В. Моделирование однослойных и двухслойных трассировок. *Управляющие системы и машины : междунар. науч. журн.* 2016. № 2. С. 58–64.

9. Козін І. В., Борю С. Ю., Кривцун О. В. Математична модель пакування в контейнери різних типів. *Вісник Запорізького національного університету. Сер.: Економічні науки*. 2016. № 2. С. 85–92.

10. Кривцун Е. В. Эволюционно-фрагментарный алгоритм поиска минимального множества аксиом. *Управляющие системы и машины : междунар. науч. журн.* 2016. № 5. С. 25–31.

11. Dullaert, W., Gromicho, J., van Hoorn, J., Vigo, D. The VeRoLog solver challenge 2016-2017. *Journal on Vehicle Routing Algorithms.* 2017. P. 1–3. URL: https://doi.org/10.1007/s41604-016-0001-7.

12. Moraglio A., Poli R. Inbreeding Properties of Geometric Crossover and Non-geometric Recombinations. *Lecture Notes in Computer Science.* 2007. Vol. 4436. P. 1–14.

13. The sixth meeting of the EURO Working Group on Vehicle Routing and Logistics optimization. URL: https://verolog.ortec.com/wp-content/uploads/2017/07/award-ceremony-July12th2017.pdf (дата звернення: 25.12.2017).

REFERENCES

1. Dantzig, G. B. and Ramser J. H. (1959), “The Truck Dispatching Problem”, *Management Science,* vol. 6, pp. 80–91.

2. “VeRoLog solver challenge – 2016-2017”, available at: https://verolog.ortec.com/ (access December 25, 2017).

3. Matsyi, O. B., Morozov, A. V. and Panishev, A. V. (2017), “Approaches to solving routing problems”, *Otkrytye informatsionnye i kompyuternye integrirovannye tekhnologii,* № 77, pp. 92–98.

4. Vehicle Routing Problem / Edited by Tonci Caric and Hrvoje Gold. Publisher: InTech, 2008. 142 p. DOI: 10.5772/62148.

5. Wen, L. and Eglese, R. (2015), “Minimum cost VRP with time-dependent speed data and congestion charge”, *Computers & Operations Research*, vol. 56, pp. 41-50. DOI: 10.1016/j.cor.2014.10.007.

6. Gromicho, J., Haneyah, S. and Kok, L. (2015), “Solving a Real-Life VRP with Inter-Route and Intra-Route Challenges”, available at SSRN: https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=2610549 or http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.2610549 (access December 20, 2017).

7. Kozin, I. V., Kryvtsun, O. V. and Pinchuk, V. P. (2015), “Evolutionary-fragmentary Model of the Routing Problem”, *Cybernetics and Systems Analysis,* vol. 51, no. 3, pp. 125–131. DOI 10.1007/s10559-015-9734-9.

8. Kozin, I. V. and Kryvtsun, O. V. (2016), “Modelling of the single-layer and two-layer routing problems”, *Control Systems and Computers,* no. 2, pp. 58–64.

9. Kozin, I. V., Kryvtsun, O. V. and Borue, S. Yu. (2016), “Mathematical Model of Different Type Bin Packing”, *Visnyk of Zaporizhzhya national university. Economical Sciences,* no. 2, pp. 85–92.

10. Kryvtsun, O. V. (2016), “Evolutionary-Fragmentary Algorithm of Finding Minimal Axiom Set”, *Control Systems and Computers*, no. 5, pp. 25–31.

11. Dullaert, W., Gromicho, J., van Hoorn, J. and Vigo, D. (2017), “The VeRoLog solver challenge 2016-2017”, *Journal on Vehicle Routing Algorithms,* pp. 1–3, available at: https://doi.org/10.1007/s41604-016-0001-7 (access December 22, 2017).

12. Moraglio A. and Poli R. (2007), “Inbreeding Properties of Geometric Crossover and Non-geometric Recombinations”, *Lecture Notes in Computer Science,* vol. 4436, pp. 1–14.

13. “The sixth meeting of the EURO Working Group on Vehicle Routing and Logistics optimization”, available at: https://verolog.ortec.com/wp-content/uploads/2017/07/award-ceremony-July12th2017.pdf (access December 22, 2017).