

УДК 621.396.677

В.Н. Куприй, О.А. Окунев, И.А. Нос

Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков

## ОЦЕНКА ИСКАЖЕНИЙ ФАЗОВОГО ФРОНТА РАДИОВОЛНЫ, ПРИНИМАЕМОЙ ЛИНЕЙНОЙ ФАР, МЕТОДОМ НЬЮТОНА

Рассмотрена процедура измерения и компенсации искажений фазового фронта радиоволны, которая распространяется в неоднородной среде. Предложен итерационный метод и алгоритм, который основан на измерении линейной антенной решеткой пространственного спектра этих искажений методом Ньютона. Измерение осуществляется в следящем режиме. Критерием качества выбрано достижение мощностью сигнала в сумматоре антенной решетки максимального значения. Показано, что точность измерения флуктуаций фазы в радиоволне зависит от отношения сигнал/шум во всей решетке, а процесс адаптации при малых ошибках может быть завершён за одну итерацию.

**Ключевые слова:** искажения фазового фронта средой, адаптация.

### Введение

Одним из проявлений влияния условий распространения радиоволн (РРВ) в неоднородной среде есть искажение фазового фронта принимаемой радиоволны. Это приводит к несинфазному сложению сигналов в сумматоре ФАР, снижению отношения сигнал/шум и уменьшению точности радиолокационной информации (РЛИ), формируемой РЛС с ФАР. Для устранения влияния среды РРВ на точность пеленгации целей используют различные методы адаптации ФАР к искажениям волновых фронтов.

**Анализ последних исследований и публикаций.** Основные положения показаны в [1, 2]. Стремление достичь оптимальных результатов привело к тому, что приведенные в [1, 2] алгоритмы практически трудно реализовать. Необходимо измерять корреляцию между флуктуациями фазы в каналах ФАР, дисперсию этих флуктуаций и регулировать коэффициенты передачи устройств измерения и управления фазовым распределением согласно результатам этих измерений. Процесс измерения корреляции фазовых флуктуаций, а также их дисперсии требует многократных испытаний, что может привести к запаздыванию результатов измерений ФР по отношению к изменению параметров среды, их вызывающих. Кроме того, необходимо учесть также дополнительные погрешности, вносимые многочисленными измерительными устройствами. В [3] предложено упростить вычислительную сложность алгоритмов оценки ФР в принимаемой радиоволне путем измерения не разности фаз в каналах, а коэффициентов пространственного спектра ФР, представленного рядом Фурье. Это позволяет автоматически учесть в алгоритме адаптации к искажениям ФР и межканальную корреляцию флуктуаций фазы и их дисперсию. Для восстановления (по измеренному спектру) действительных значений флуктуа-

ций фазы в принятой радиоволне используется процедура быстрого преобразования Фурье (БПФ).

**Целью статьи** является аналитическое доказательство сходимости и точности алгоритма измерения коэффициентов спектра ФР методом Ньютона. В [3] это доказывалось имитационным моделированием для конкретной конструкции решеток.

**Постановка проблемы.** Флуктуации фазы во фронте принимаемой радиоволны  $\varphi_i$  и их пространственный спектр  $\alpha_r$  будем считать связанными соотношениями дискретного преобразования Фурье (ДПФ)

$$\varphi_i = \sum_r \alpha_r w_{ri}, \quad i \in 0, N-1; \quad (1)$$

$$\alpha_r = N^{-1} \sum_i \varphi_i w_{ri}, \quad r \in 0, N-1, \quad (2)$$

где  $i, N$  – номер и число излучателей в ФАР;  $r, N$  – номер и число составляющих спектра ФР  $\varphi_i$ ;  $w_{ri}$  – функции Уолша, в базисе которых представлен спектр ФР [4].

Модель отклика линейной ФАР на сигнал, принимаемый с известного направления и прошедшего неоднородную среду, представим в виде

$$Y[s] = \sum_i A_i y_i a_i[s], \quad s \in 0, S-1, \quad (3)$$

где  $s, S$  – номер и число итераций в процессе адаптации к искажениям фазового фронта  $\varphi_i$ ;  $A_i$  – амплитудное распределение в ФАР;

$$y_i = x_c \exp(j\varphi_i) + n_i - \quad (4)$$

комплексная амплитуда сигнала и шума, принятого и оцифрованного в  $i$ -м канале;

$$\varphi_i = i\psi + \xi_i - \quad (5)$$

искажения в ФР, вносимые средой РРВ и участками СВЧ трактов ФАР (в сумме  $\xi_i$ ) и ошибками в целеуказании на источник радиоизлучения (ИРИ);

$$a_i[s] = \exp(-j\hat{\phi}_i[s]) - \quad (6)$$

коэффициенты передачи фазовращателей, являющимися исполнительными элементами системы адаптации к  $\phi_i$ ;

$$\hat{\phi}_i = \sum_r \hat{\alpha}_r w_{ri} - \quad (7)$$

оценка ФР в решетке по результатам измерения (на  $s$ -м шаге итерационной процедуры) коэффициентов  $\hat{\alpha}_r[s]$ .

### Изложение основного материала

Представим

$$\phi_i - \phi_i[s] = \sum_r \Delta_r[s] w_{ri}, \quad (8)$$

$$\text{где } \Delta_r[s] = \alpha_r - \hat{\alpha}_r[s]. \quad (9)$$

Тогда, с учетом введенных обозначений

$$Y[s] = x_c \sum_i A_i \exp(j\Delta_r[s] w_{ri}) + \sum_i n_i \exp(-j\hat{\alpha}_r[s] w_{ri}). \quad (10)$$

Функцией качества для итерационной процедуры адаптации ФАР к искажениям ФР выберем среднюю мощность отклика решетки

$$P[s] = \left\langle |Y[s]|^2 \right\rangle = x_c^2 \sum_i \sum_k A_k A_i \times \exp(j\Delta_r[s] (w_{ri} - w_{rk})) + p_{ш}[s], \quad (11)$$

где  $\langle \cdot \rangle$  – знак статистического усреднения;

$$p_{ш}[s] = \sum_i \sum_k \langle n_i n_k^* \rangle \exp(-j\hat{\alpha}_r[s] (w_{ri} - w_{rk})). \quad (12)$$

Из (11) следует, что  $P[s]$  максимален при  $\Delta_r[s] = 0$ , т.е. при  $\hat{\alpha}_r[s] = \alpha_r$ .

Поиск  $\hat{\alpha}_r[s]$ , удовлетворяющих этому условию, предлагается вести методом Ньютона [3]:

$$\mathbf{r}[s+1] = \mathbf{r}[s] - \mathbf{H}^{-1} \mathbf{G}[s], \quad (13)$$

где  $\mathbf{G}_n[s]$  – градиент  $P[s]$  по неизвестным коэффициентам  $\alpha_n$ ,

$$\mathbf{G}_n[s] = \partial P[s] / \partial \alpha_n = -j \sum_i \sum_k [w(n,i) - w(n,k)] \dot{z}_i[s] z_k^*[s], \quad (14)$$

$$n \in 0, N-1,$$

$$\text{где } \dot{z}_i[s] = \dot{y}_i \exp(-j\hat{\phi}_i[s]); s \in 0, S. \quad (15)$$

Элементы матрицы Гессе

$$H_{r,n}[s] = \partial^2 P[s] / \partial \alpha_r \partial \alpha_n. \quad (16)$$

С учетом среднеквадратической шумовой составляющей градиента из (14) получаем, что

$$\mathbf{G}_n[s] = -j x_c^2 \left[ F_n[s] F_n^*[s] - F[s] F_n^*[s] \right] + 2Np_o, \quad (17)$$

где учтено, что

$$F_n[s] = \sum_i A_i \exp(j\Delta_r[s] w_{ri}) w_{ni}; p_o = \langle n_i n_k^* \rangle; \quad (18)$$

$$F[s] = \sum_i A_i \exp(j\Delta_r[s] w_{ri}). \quad (19)$$

При малых ошибках или в режиме, близком к установившемуся,  $\Delta_r \ll 1$  и поэтому

$$F_n[s] = f_n + j \sum_r \Delta_r[s] f_{nr}, \quad (20)$$

$$\text{где } f_n = \sum_i A_i w_{ni}; f_{nr} = \sum_i A_i w_{ni} w_{ri}. \quad (21)$$

Величина

$$F[s] = f_0 + j \sum_r \Delta_r[s] f_r, \quad (22)$$

$$\text{где } f_0 = \sum_i A_i; f_r = \sum_i A_i w_{ri}. \quad (23)$$

Не сложно показать, что используя вновь введенные обозначения

$$G_n[s] = 2x_c^2 \left[ \sum_r \Delta_r[s] (f_0 f_{nr} - f_0 f_n) \right] - 2Np_o. \quad (24)$$

Получить более простой результат из (24) можно только для решеток с равномерным амплитудным распределением. Подставив в (20) – (24)  $A_i = 1$ , получим, что

$$G_n[s] = 2x_c^2 N^2 \Delta_n[s] - 2Np_o. \quad (25)$$

Учитывая (8), окончательно имеем

$$G_n[s] = 2 \left\{ x_c^2 N^2 (\alpha_n - \hat{\alpha}_n[s]) - Np_o \right\}. \quad (26)$$

В установившемся режиме  $G_n[s] = 0$  и тогда получаем оценку коэффициентов спектра на последнем шаге итерационного процесса

$$\alpha_n - \hat{\alpha}_n = \frac{1}{Nq}, \quad (27)$$

где  $q = x_c^2 / p_o$  – отношение сигнал/шум в каналах решетки.

Используя (27) и (1), (2) не трудно показать, что

$$\phi_i - \hat{\phi}_i = \frac{1}{Nq}. \quad (28)$$

Из (28) следует, что точность оценок ФР в решетке, полученных методом Ньютона, зависит от отношения сигнал/шум во всей решетке, что характерно для квазиоптимальных алгоритмов, описанных в [1, 2].

Из (26), без учета шумовой составляющей, получим, что недиагональные элементы матрицы Гессе равны нулю, а диагональные

$$H_{n,n} = \frac{\partial^2 P[s]}{\partial \hat{\alpha}_n^2} = -2N^2 x_c^2. \quad (29)$$

Это означает, что по мере завершения переходных процессов в предложенном алгоритме матрица Гессе диагонализируется, а ее диагональные элементы равны удвоенному значению мощности сигнала на выходе решетки.

Учитывая это обстоятельство, алгоритм Ньютона, предназначенный для измерения ФР в принимаемой радиоволне, может быть представлен в виде

$$\alpha_n = \left[ Y_n Y_0^* - Y_n^* Y_0 \right] \cdot \left[ 2|Y_0|^2 \right]^{-1}, \quad (30)$$

$$\text{где } Y_n = \sum_i z_i w_{ni}; \quad Y_0 = \sum_i z_i. \quad (31)$$

При малых значениях  $\varphi_i$  алгоритм (30) сходится за одну итерацию

$$\hat{\alpha}_n[1] = \hat{\alpha}_n[0] - \left[ -2N^2 x_c^2 \right]^{-1} \times \left[ 2N^2 x_c^2 (\alpha_n - \hat{\alpha}_n[0]) \right] = \alpha_n. \quad (32)$$

Анализ результатов:

1. Предложенный итерационный метод и алгоритм (30), (31) позволяет осуществлять измерение ФР в принимаемой радиоволне в следящем режиме, т.е. в режиме адаптации. Критерием качества измерения и адаптации является фактор достижения мощностью принимаемого сигнала экстремального значения, т.е. максимума.

2. Среднеквадратическая, по результатам множества реализаций алгоритма, ошибка измерения разности фаз

$$\sigma_\varphi = \varphi_i - \hat{\varphi}_i = \frac{1}{Nq}, \quad (33)$$

т.е. зависит только от отношения сигнал/шум во всей решетке и может быть выбором мощности сигнала или уровнем шума сведена к удовлетворяющей практику величине.

3. Скорость сходимости алгоритма определяется величиной искажений в ФР. Малые ошибки могут быть устранены за одну итерацию. Максимально возможное значение ошибки в  $180^\circ$  – за 4...5 итераций.

## Выводы

Приведены метод и алгоритм, одновременно реализующий измерение и компенсацию искажений ФР радиоволны, вызванные средой РРВ и СВЧ трактами ФАР. Достигается это благодаря тому, что для измерения фазы методом Ньютона критерием качества выбрано достижение мощностью сигнала в сумматоре решетки максимального значения.

Показано, что точность измерения флуктуаций фазы в радиоволне зависит от отношения сигнал/шум во всей решетке, а процесс адаптации (при малых ошибках) может быть завершён за одну итерацию.

## Список литературы

1. Маслов А.Ф. Квазиоптимальный алгоритм измерения амплитуд и фаз сигналов на выходах элементов приемной антенной решетки, работающей в неоднородной среде / А.Ф. Маслов, К.П. Нестеров // Радиотехника и электроника. – 1983. – Т. 28, № 3. – С. 491-500.
2. Скворцов Т.А. Использование марковских моделей в задачах управления излучающими радиотехническими системами / Т.А. Скворцов // Радиотехника. – 1991. – № 1. – С. 3-5.
3. Куприй В.Н. Адаптация антенных решеток, используемых при пеленгации источников радиоизлучения методами спектрального анализа, к условиям распространения радиоволн: дисс. ... канд. техн. наук. / Куприй Владимир Николаевич. – Х.: ХВУ, 2003. – 155 с.
4. Трахтман А.М. Основы теории дискретных сигналов на конечных интервалах / А.М. Трахтман, В.А. Трахтман. – М.: Сов. радио, 1975. – 207 с.

Поступила в редколлегию 22.10.2008

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. В.Д. Карлов, Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков.

## ОЦІНКА СПОТВОРЕНЬ ФАЗОВОГО ФРОНТУ РАДІОХВИЛІ, ЩО ПРИЙМАЄТЬСЯ ЛІНІЙНОЮ ФАР, МЕТОДОМ НЬЮТОНА

В.М. Купрій, О.О.Окунев, І.А. Нос

У статті розглянута процедура вимірювання і компенсації спотворень фазового фронту радіохвилі, яка розповсюджується в неоднорідному середовищі. Запропонований ітераційний метод і алгоритм, який заснований на вимірюванні лінійною антенною решіткою просторового спектру цих спотворень методом Ньютона. Вимірювання здійснюються в стежачому режимі. Критерієм якості вибрано досягнення потужності сигналу в суматорі антенної решітки максимального значення. Показано, що точність вимірювання флуктуацій фази в радіохвилі залежить від відношення сигнал/шум у всій решітці, а процес адаптації при малих помилках може бути завершений за одну ітерацію.

**Ключові слова:** спотворення фазового фронту середовищем, адаптація.

## ESTIMATION OF DISTORTIONS OF PHASE FRONT OF RADIO WAVE, ACCEPTED BY LINEAR PHASED ANTENNA ARRAYS, BY THE METHOD OF NEWTON

V.N. Kupriy, O.A. Okunev, I.A. Nos

Procedure of measuring and indemnification of distortions of phase front of radio wave which spreads in non-homogeneous environment is considered in the article. A method and algorithm which is based on measuring the linear array of spatial spectrum of these distortions the method of Newton is offered. Measuring is carried out in the tracker mode. The criterion of quality is choose achievement of signal power in the summator of linear phased antenna arrays of maximal value. It is noted that exactness of measuring of fluctuations of phase in a radio wave depends on a relation signal / noise is in all of linear phased antenna arrays, and the process of adaptation at small errors can be completed for one iteration.

**Keywords:** distortion of phase front an environment, adaptation.