УДК 621.3.015

Б.Т. Кононов, А.О. Мушаров

Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків

ПЕРЕХІДНІ ПРОЦЕСИ В ТРИФАЗНІЙ ЕЛЕКТРИЧНІЙ МЕРЕЖІ ПРИ НЕСАНКЦІОНОВАНОМУ ВТРУЧАННІ В ЇЇ РОБОТУ

Описується метод дослідження перехідних процесів в трифазній електричній мережі хвильовими процесами в трьох каналах, кожен з яких представляється диференціальними рівняннями однорідної лінії, комбінація яких визначається крайовими умовами. Метод заснований на діагоналізації матриці добутків комплексних опорів на матрицю комплексних провідностей шляхом побудови матриці перетворення із її власних векторів. Розглядається вплив на роботу несанкціонованих вмикань індуктивностей і ємностей, які представляються короткими L- або C-лініями.

Ключові слова: *трифазна електрична мережа, діагоналізація матриці, коротка L- або C-лінія, диференціальні рівняння однопровідної лінії.*

Вступ

Постановка науково-технічної задачі. В останні часи при вирішенні завдань захисту від дій терористичних угруповань все частіше розглядаються питання боротьби з інформаційним тероризмом, який здійснюється в електричних мережах об’єктів спеціального призначення і отримав назву електромагнітного тероризму [1]. Одним з можливих проявів електромагнітного тероризму є силові деструктивні впливи, які призводять до появи в електричних мережах значних вплесків напруг і струмів з амплітудою, тривалістю та енергією, що здатні призвести до відмов обладнання систем електропостачання. Для здійснення силових деструктивних впливів використовуються спеціальні технічні засоби, які вмикають в електричну мережу спеціального об'єкту за допомогою конденсатора (гальванічний зв'язок) або трансформатора (індуктивний зв'язок). Серед використовуємих для електромагнітного тероризму спеціальних технічних засобів найбільш поширені низьковольтні та високовольтні накопичувачі енергії, індуктивні генератори високовольтних імпульсів, вольтододаткові трансформатори і резонансні автотрансформатори. Для з’ясування можливих наслідків силових деструктивних впливів розглянемо процеси, які відбуваються в електричних мережах.

Аналіз літератури. Електричну мережу прийнято [2] розглядати, як лінію, в якої магнітне і електричне поля розподілені по всій довжині лінії і де перетворення електромагнітної енергії в тепло здійснюється також по всій довжині лінії. Таким чином, лінія електропередавання розглядається, як електричне коло з розподіленими параметрами. При розгляді лінії електропередавання також вважається, що індуктивність, ємність, активний опір і провідність лінії рівномірно розподілені по всій її довжині, а якщо лінія має ділянки, параметри яких відрізняються, то вважається, що лінія однорідна на цих ділянках. Вмикання в лінію з розподіленими параметрами зосереджених ємностей і індуктивностей, як це має місце при використанні технічних засобів силових деструктивних впливів, в відомій літературі не розглядається.

Мета статті – з'ясування електромагнітних процесів, які відбуваються в лініях електропередавання при силових деструктивних впливах.

Основний матеріал

Лінія електропередавання, що має n фаз, може бути представлена власним активним опором і індуктивністю, взаємними індуктивностями і ємностями між фазами, ємністю і активною провідністю між фазою і землею.

Позначивши R_i, L_{ii}, C_{ii}, G_i – власні опір, індуктивність, ємність і активну провідність фази i на землю на одиницю довжини лінії, отримаємо наступні рівняння для напруги та струму

$$-\frac{du_i}{dx} = \sum_{m=1}^{n} L_{im}\frac{di_m}{dt} + R_i i_1 \;;$$
$$-\frac{di_i}{dx} = \sum_{m=1}^{n} C_{im}\frac{d}{dt}(u_i - u_m) + C_{ii}\frac{du_i}{dt} + G_i u_i \,, \qquad (1)$$

де x – координата повздовж лінії; t – час.

Систему рівнянь (1) зручно представляти в матричному вигляді у такий спосіб

$$-\frac{dU}{dx} = ZI; \; -\frac{dI}{dx} = YU, \qquad (2)$$

де Z, Y – матриці повздовжніх та поперечних параметрів лінії, являють собою квадратні матриці порядку n, в яких z, s -елемент матриці Z визначається, як

$$L_{rs}\frac{d}{dt} + \delta_{rs}R_r;$$

© Б.Т. Кононов, А.О. Мушаров

$$\delta_{rs} = 0, \text{ якщо } r \neq s;$$

$\delta_{rr} = 1$, а r,s -елемент матриці Y дорівнює

$$-C_{rs}\frac{d}{dt},\ z \neq s;$$

$$\sum_{q=1}^{n} C_{rq}\frac{d}{dt} + G_r,\ r = s.$$

У випадку, коли Z та Y симетричні матриці, рівняння (2) приводяться до наступного виду

$$\frac{d^2 I}{dx^2} = P^T I;\ \frac{d^2 U}{dx^2} = PU, \qquad (3)$$

де $P = Z \cdot \psi$, T – символ транспонування.

У випадку трифазної симетричної лінії електропередавання при використанні операторної форми запису r,s -елемент матриць $Z(P)$ та $Y(P)$ може бути представлений у вигляді

$$pL_{rs},\ r \neq s;\ pR_{rs} + R, r = s$$

та $-pC_{rs},\ r \neq s;\ pC_{rs} + G, r = s; r = 1,2,3; s = 1,2,3.$

Матриця $P(p) = Z(p) \cdot Y(p)$ має при цьому симетричну форму

$$P(p) = \begin{Vmatrix} a(p) & b(p) & b(p) \\ b(p) & a(p) & b(p) \\ b(p) & b(p) & a(p) \end{Vmatrix} = P^T(p), \qquad (4)$$

де $L_{11} = L_{22} = L_{33} = L;\ L_{rs} = M(r \neq s);$

$C_{11} = C_{22} = C_{33} = C_1;\ C_{rs} = C_2(r \neq s);$

$a(p) = (pR + R)(pC_1 + G) - 2p^2 MC_Z;$

$b(p) = -p^2(LC_2 + MC_2 - MC_1) +$

$+p(-C_2 R + MG).$

Для спрощення рішення рівнянь (3) матрицю $P(p)$ потрібно привести до діагонального виду й записати таким чином

$$\frac{d^2 U_m(x,p)}{dx^2} = S^{-1}P(p)SU_m(x,p), \qquad (5)$$

де $U_m(x,p)$ – матриця-стовпчик порядку 3×1;

S – неособлива матриця порядку 3×3;

S^{-1} – зворотня неособлива матриця порядку 3×3.

В (5) матриця S обрана такою, що $S^{-1}P(p)S$ стає діагональною матрицею. Для вибору матриці S необхідно знайти власні числа λ та матриці-стовпчики X (власні вектори), які задовольняють рівнянню

$$[P(p) - \lambda E]X = 0, \qquad (6)$$

де E – одинична матриця порядку 3×3.

Враховуючи (4), 3 (6) отримаємо, що

$$\lambda_{1,2} = c(p) - b(p);\ \lambda_3 = a(p) + 2b(p). \qquad (7)$$

Відповідні власні вектори X отримаємо, підставляючи власні числа λ в рівняння (6). Якщо X взятий у вигляді $X = \begin{Vmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Vmatrix}$, то для кратного кореня $x_1 = x_2 = a(p) - b(p)$ маємо, що $x_1 + x_2 + x_3 = 0$; це дозволяє вибрати два незалежних рішення, наприклад $X_\alpha = (1; -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$, $X_\beta = (0; \frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2})$.

Таким чином, власний вектор $X_\alpha = (1, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$ відповідає власному числу $\lambda_1 = a(p) - b(p)$, а власний вектор $X_\beta = (0, \frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2})$ відповідає власному числу $\lambda_2 = a(p) - b(p)$. Власний вектор $X_0 = (1,1,1)$, що відповідає власному числу $\lambda_3 = a(p) + 2b(p)$ разом з власними векторами X_α та X_β утворює діагональну матрицю $D(p)$

$$D(p) = \begin{Vmatrix} \lambda_1(p) & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2(p) & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3(p) \end{Vmatrix}, \qquad (7)$$

що дозволяє, враховуючи вектор $U_m(x,p) = [U_\alpha(x,p);\ U_\beta(x,p);\ U_0(x,p)]$, перейти від (5) до наступних скалярних рівнянь

$$\frac{d^2 U_\alpha(x,p)}{dx^2} = [a(p) - b(p)]U_\alpha(x,p);$$
$$\frac{d^2 U_\beta(x,p)}{dx^2} = [a(p) - b(p)]U_\beta(x,p); \qquad (8)$$
$$\frac{d^2 U_0(x,p)}{dx^2} = [a(p) + 2b(p)]U_\alpha(x,p);$$

Таким чином перехідний процес в симетричній трифазній мережі може розглядатися, як суперпозиція перехідних процесів в трьох каналах, кожен з яких описується диференціальним рівнянням однопровідної лінії, а їх комбінація задовольняє крайовим умовам трифазної лінії. Загальне рішення системи (8) має вигляд

$$U_i(x,p) = A_{i1}e^{-\gamma_i x} + A_{i2}e^{\gamma_i x};$$
$$I_i(x,p) = \frac{1}{Z_i(p)}(A_{i1}e^{-\gamma_i x} - A_{i2}e^{\gamma_i x}), \qquad (9)$$

де $i = \alpha, \beta, 0;\ \gamma_\alpha = \gamma_\beta = \sqrt{a(p) - b(p)};$

$\gamma_0 = \sqrt{a(p) \pm 2b(p)};\ z_i(p)$ – хвильовий опір i -ї однопровідної лінії.

A_{i1} – визначає амплітуду прямої хвилі;

A_{i2} – визначає амплітуду зворотної хвилі.

Вважаючи, що відомі крайові умови на кінці лінії, й враховуючи відстань від кінця лінії, прийнявши для цього координату $x' = 1 - x$, отримаємо рівняння (9) в хвильовій формі

$$U_i = U_{2i}\frac{e^{\gamma_i x'} + e^{-\gamma_i x'}}{2} + Z_i(p)I_{2i}\frac{e^{\gamma_i x'} - e^{-\gamma_i x'}}{2};$$
$$I_i = \frac{U_{2i}}{Z_i(p)}\frac{e^{\gamma_i x'} - e^{-\gamma_i x'}}{2} + I_{2i}\frac{e^{\gamma_i x'} + e^{-\gamma_i x'}}{2}. \quad (10)$$

Переходячи до гіперболічної форми запису, отримаємо рівняння, за допомогою яких визначимо напругу та струм на початку лінії через напругу та струм на кінці лінії

$$U_{1i} = U_{2i}ch\gamma_i l + Z_i(p)I_{2i}sh\gamma_i l;$$
$$I_{1i} = \frac{1}{Z_i(p)}U_{2i}sh\gamma_i l + I_{2i}ch\gamma_i l. \quad (11)$$

При визначенні напруг і струмів за допомогою рівнянь (11) слід мати на увазі, що складові I_0, I_β, I_α рівнянь (11) визначаються з таких умов:

$$I_0 = \frac{1}{3}(I_A + I_B + I_C); \quad I_\beta = \frac{\sqrt{3}}{3}(I_B - I_C);$$
$$I_\alpha = \frac{2}{3}I_A - \frac{1}{3}I_B - \frac{1}{3}I_C,$$

а фазні струми дорівнюють

$$I_A = I_\alpha + I_0; \quad I_B = -\frac{1}{2}I_\alpha + \frac{\sqrt{3}}{2}I_\beta + I_0;$$
$$I_C = -\frac{1}{2}I_\alpha - \frac{\sqrt{3}}{2}I_\beta + I_0.$$

Аналогічний зв'язок існує між фазними напругами та симетричними складовими.

З (11) слідує, що кожний з каналів розглядаємої лінії може бути представлений, як чотириполюсник, рівняння якого написані в формі A, а відповідні коефіцієнти дорівнюють $A_{11_i} = A_{22_i} = ch\gamma_i l$; $A_{12_i} = Z_i(p)sh\gamma_i l$; $A_{21_i} = \frac{1}{Z_i(p)}sh\gamma_i l$. Кожний з каналів лінії електропередавання можна представити у вигляді каскадного з'єднання N чотириполюсників, результуюча матриця $\|A\|$ яких дорівнює добутку матриць окремих чотириполюсників. При такому представленні лінії електропередавання зосереджені індуктивності та ємності, що приєднуються до лінії з метою здійснення деструктивних впливів, можна вважати короткими лініями, отримавшими назву L, C-ліній [3].

Слідуючи [3], короткі лінії будемо визначати хвильовим опором Z і часом τ

$$Z = \sqrt{L/C}; \quad \tau = \sqrt{LC}, \quad (12)$$

де L та C – індуктивність та ємність L- або C-лінії на одиницю довжини.

При моделюванні перехідних процесів трифазної мережі з зосередженою індуктивністю індуктивність на одиницю довжини L-лінії береться такою, що їй дорівнює. В цьому випадку $Z_0 = L/\tau$, а ємність L-лінії дорівнює $C = \tau/Z_0$. При моделюванні перехідних процесів в трифазній мережі з зосередженою ємністю ємність C-лінії на одиницю довжини береться такою, що їй дорівнює. В цьому випадку $Z_0 = \tau/C$, а індуктивність на одиницю довжини C-лінії дорівнює $L = \tau/Z_0$. Таким чином, можна вважати, що поперечно ввімкнена індуктивність як би закорочує лінію, а поперечно ввімкнена ємність як би приводить її до розімкнення. В першому випадку, коли лінія нібито замкнена накоротко, пряма хвиля зустрічає опір, що дорівнює нулю, енергія електричного поля переходить в енергію магнітного поля. Струм зростає практично вдвічі, виникає віддзеркалена хвиля, знак якої протилежний знаку падаючої хвилі. При цьому напруга на лінії зменшується, а струм зростає.

В іншому випадку, коли лінія нібито розімкнена, пряма хвиля зустрічає дуже великий опір, струм зменшується і, відповідно, енергія магнітного поля переходить в енергію електричного поля, струм падає, а напруга зростає, виникає віддзеркалена хвиля. Таким чином, навіть вмикання зосереджених індуктивностей і ємностей, реактивний опір яких не узгоджений з хвильовим опором лінії, приводить до появи в трифазній мережі повільно згасаючих коливальних процесів, в яких відбувається зміна напруг та струмів, що може привести до появи ферорезонансних явищ в колах вторинних обмоток силових трансформаторів, тобто в колах навантаження систем електропостачання.

Висновки

1. Перехідний процес в трифазній симетричній мережі може розглядатися, як результат перехідних процесів в трьох каналах, комбінація яких визначається крайовими умовами, кожний з яких описується диференціальними рівняннями однопровідної лінії, отриманими шляхом діагоналізації матриці добутку матриці комплексних опорів на матрицю комплексних провідностей.

2. Кожен з каналів передачі енергії в трифазній електричній мережі може розглядатися, як каскадне з'єднання N чотириполюсників, рівняння яких, що визначають зв'язок вхідної напруги та вхідного струму з вихідною напругою та вихідним струмом, записуються в формі A.

3. Зосереджені індуктивності і зосереджені ємності, які можуть вмикатися в трифазну мережу при несанкціонованому втручанні в її роботу, можуть розглядатися, як короткі L- або C-лінії.

4. Несанкціоноване вмикання в трифазну електричну мережу індуктивностей і ємностей реактивний опір яких не узгоджений з хвильовим опором лінії електропередавання, може привести до появи в лінії повільно згасаючих коливань напруг і струмів, амплітудні значення яких є небезпечними для обладнання електричної мережі.

5. Коливальні процеси, які виникають у трифазній електричній мережі при несанкціонованому

втручанні у її роботу можуть привести до появи небажаних ферорезонансних явищ в колах навантаження систем електропостачання.

Список літератури

1. *Барсуков В.С. Безопасность: технологии, средства, услуги / В.С. Барсуков. – М.: КУДИУ-Образ, 2001. – 496 с.*
2. *Теоретические основы электротехники / Г.И. Атабеков, С.Д. Купелян, А.Б. Тимофеев, С.С. Хухриков; под ред. Г.И. Атабекова. Ч. 2 и 3. Нелинейные цепи. Электромагнитное поле. – М.-Л.: Энергия, 1966 – 280 с.*
3. *Mc Eeroy A.J. Porter R.M. Digital computer calculations of transients in electrical networks. – IEEE. Trans., 1963, PAS 82. – 88 p.*

Надійшла до редколегії 27.06.2013

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.М. Більчук, Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків.

ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ТРЕХФАЗНОЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СЕТИ ПРИ НЕСАНКЦИОНИРОВАННОМ ВМЕШАТЕЛЬСТВЕ В ЕЕ РАБОТУ

Б.Т. Кононов, А.А. Мушаров

Описывается метод исследования переходных процессов в трехфазной электрической сети волновыми процессами в трех каналах, каждый из которых представляется дифференциальными уравнениями однородной линии, комбинация которых определяется краевыми условиями. Метод основан на диагонализации матрицы произведений комплексных сопротивлений на матрицу комплексных проводимостей путем построения матрицы преобразования из ее собственных векторов. Рассматривается влияние на работу несанкционированных включений индуктивностей и емкостей, которые представляются короткими L- или C-линиями.

Ключевые слова: *трехфазная электрическая сеть, диагонализация матрицы, короткая L- или C-линия, дифференциальные уравнения однопроводной линии.*

TRANSITION PROCESS IN THE THREE-PHASE NETWORK EVENT OF UNAUTHORIZED INTERFERENCE IN ITS WORK

B.T. Kononov, A.A. Musharov

Describes a method for the study of transients in three-phase mains wave processes in the three channels, each of which is represented by the differential equations of a homogeneous line, the combination of which is determined by the boundary conditions. The method is based on the diagonalization of the matrix of products of complex resistance to the matrix of complex conductivity by constructing the transformation matrix of its eigenvectors. The influence on the work of unauthorized switching inductors and capacitors that seem short L- or C-lines.

Keywords: *three-phase electrical network, the diagonalization of the matrix, short L- or C-line, differential equations wire line.*