

УДК 624.014:624.04:721.011.1

Применение ПК ЛИРА для решения сложных геометрически нелинейных динамических задач

¹Евзеров И.Д., д.т.н., ²Лазнюк М.В., к.т.н.

¹«ЛИРА Софт», Украина

²ООО «ПЕМ Украина», Zeman Group, Украина

Анотація. Розглядається загальний підхід до вирішення в ПК ЛИРА нелінійних динамічних задач із застосуванням методу скінченних елементів. Основна складність при розв'язанні таких задач полягає в необхідності знаходження власних значень і одночасному врахуванні геометричної нелінійності. Ця проблема стоїть перед розробниками сучасних програмних комплексів для розрахунку конструкцій досить давно. Раніше для вирішення таких задач пропонувались, як правило, інженерні методи. В роботі запропоновано більш точний метод вирішення таких задач. В якості прикладу розглянуто розрахунок сталевих решітчастих щогл на відтяжках. Поряд із теоретичними даними наведено скінченно-елементну модель реальної конструкції. Порівняно результати, що отримані методом прямого інтегрування для геометрично нелінійної динамічної задачі, який реалізований в ПК ЛИРА, і за спрощеним методом (лінеаризації моделі).

Аннотация. Рассматривается общий подход к решению в ПК ЛИРА нелинейных динамических задач с применением метода конечных элементов. Основная трудность при решении таких задач состоит в необходимости нахождения собственных значений и одновременном учете геометрической нелинейности. Эта проблема стоит перед разработчиками современных программных средств расчета конструкций достаточно давно. Ранее для решения таких задач предлагались, как правило, инженерные методы. В работе предложен более точный метод решения таких задач. В качестве примера рассмотрен расчет стальных решетчатых мачт на оттяжках. Наряду с теоретическими данными приведена конечно-элементная модель реальной конструкции. Сравнены результаты, полученные методом прямого интегрирования для геометрически нелинейной динамической задачи, реализованным в ПК ЛИРА, и по упрощенному методу (линеаризации модели).

Abstract. The main principles of finite element solution of nonlinear dynamic problems with LIRA program is considered. The main difficulty is: the eigen value problem can not be correctly solved in geometrically nonlinear case. Simplification of problem (linearization and other approximate methods) where used earlier. More effective method for such problems is proposed. Solution of dynamic problem for steel guyed masts is given as example. Theoretical data and the finite element model of real construction are presented. Solution by finite differences method, realized in program LIRA, was compared with the simplified method (linearization of model).

Ключевые слова: геометрическая нелинейность, динамический расчет, метод прямого интегрирования, мачты на оттяжках.

Как известно, действующие на территории Украины нормы проектирования ДБН В.1.2-2:2006 [1] не приводят процедуры определения пульсационной составляющей ветровой нагрузки для стальных решетчатых мачт, башен и других сложных конструкций, а лишь указывают на необходи-

мость проведения специальных динамических расчетов для ее нахождения. Поэтому в практике проектирования, как правило, для определения динамической составляющей используется методика, изложенная в отмененных нормах [2], а статическую составляющую определяют по нормам [1], отбрасывая коэффициент динамичности C_d . Попытка исправить эту некорректность была сделана в работе [3], где предложена методика определения пульсационной составляющей, которая примиряет традиционную методику СНиП с положениями в Eurocod (ДБН).

Отметим, что увеличение в действующих нормах статической составляющей ветровой нагрузки, а также тенденции и стремления к увеличению ее динамической составляющей (в частности, коэффициента динамичности) могут пагубно отразиться при проектировании конструкций мачт на оттяжках и башен не только с экономической точки зрения, но и с конструктивной. Коэффициент динамичности, как величина достаточно условная, не может в полной мере отобразить действительную реакцию сооружения на динамическое ветровое воздействие [16]. Поэтому увеличение коэффициента динамичности будет, как правило, приводить лишь к утяжелению конструкции, но одновременно не сможет служить гарантией ее прочности и устойчивости [4].

Другой проблемой при решении таких задач является сложность применения метода разложения по формам собственных колебаний при учете геометрической нелинейности. Эта проблема касается не только расчета на действие нагрузок от ветра, но и сейсмических, особых – импульсных (от обрыва оттяжек), взрывных, а также инерционных нагрузок, возникающих при быстрых вращениях или перемещениях сооружений [4, 7, 8]. Эта проблема особенно актуальна для решетчатых мачт на оттяжках и других конструкций, содержащих вантовые и висячие элементы, оболочки, мембраны, антенные полотна и т.п. В ряде работ [5, 6] предлагаются инженерные пути решения этих задач. Поскольку для решения таких задач в подавляющем большинстве случаев применяются промышленные программные комплексы, использующие метод конечных элементов (МКЭ), основное внимание в данной работе уделяется использованию именно этого метода для решения нелинейных динамических задач.

Наиболее часто для решения динамической задачи методом форм предлагается так называемая линеаризация модели [5, 6]. Это инженерный метод, который может выполняться различными способами. Самый простой – замена включающихся на заданное направление ветра оттяжек рамными стержнями с такой же жесткостью EI и, если это необходимо, малой изгибной жесткостью EI , и удаление из расчетной схемы остальных оттяжек. Полученные таким образом инерционные силы переносятся в конечно-элементную модель, которая затем уже рассчитывается с учетом

геометрической нелинейности работы элементов конструкции.

В работе [5] приводятся два других способа, заключающиеся в замене оттяжек ферменными стержнями (работающими только на сжатие-растяжение) или связями конечной жесткости – пружинами с вычислением их приведенных жесткостей.

Однако упрощение расчетной схемы (линеаризация модели) может привести к ошибкам в вычисленных частотах и формах колебаний [6]. Использование в спектральном анализе мгновенных матриц жесткости также может привести в ряде случаев к некорректным результатам. Поэтому правильность полученных в результате динамического расчета составляющих инерционных сил в стволах мачт необходимо проверять по приближенным формулам из справочников, например [4, 9], а для более сложных конструкций – инженерной интуицией.

Отмеченные выше трудности при решении динамических задач с учетом геометрической нелинейности приводят к выводу о необходимости использования других методов решения задач нелинейной динамики. В ПК ЛИРА достаточно давно реализован метод прямого интегрирования, который позволяет также решать физически и конструктивно нелинейные задачи [10 – 12].

Для статических нелинейных задач вычисления в ПК ЛИРА предполагается выполнять простым шаговым методом [10 – 12]. Решение u нелинейной статической задачи удовлетворяет принципу возможных перемещений

$$a(u, v) + l(v) = 0, \quad (1)$$

где v – возможное перемещение; $l(v)$, $a(u, v)$ – функционалы возможных работ внешних и внутренних сил, линейные по v . Функционал $a(u, v)$ нелинеен по u .

Обозначим $a'(u, v, w)$ производную функционала $a(u, v)$ по u . Достаточным условием существования и единственности решения уравнения (1) является строгая монотонность функционала $a(u, v)$: при всех возможных перемещениях v справедливо неравенство

$$a'(u, v, v) \geq K \|v\|^2, \quad (2)$$

где $\|v\|$ – энергетическая норма.

Неравенство (2) справедливо для физически нелинейных задач и для геометрически нелинейных задач в докритической стадии.

Если функционал $a'(u, v, w)$ непрерывен по u (это справедливо для геометрически и физически нелинейных задач при непрерывно дифференцируемой зависимости напряжений от деформаций), для решения задачи (1) применяется шаговый метод:

$$a'(u_m, u_{m+1} - u_m, v) = (\theta_{m+1} - \theta_m) l(v), \quad (3)$$

$u_0 = 0$; $0 = \theta_0 < \theta_1 < \dots < \theta_{M-1} < \theta_M = 1$, M – количество шагов.

Для шагового метода справедлива оценка погрешности

$$\|u - u_M\| \leq K \cdot \theta, \quad \theta = 1/M. \quad (4)$$

Представленный ниже метод прямого интегрирования для геометрически нелинейных задач может быть использован для расчета мачт на оттяжках, висячих мостов, покрытий стадионов и других висячих конструкций различного назначения.

Решение u нелинейной динамической задачи удовлетворяет принципу возможных перемещений

$$b(u'', v) + a(u, v) + l(v) = 0, \quad (5)$$

где функции u, l зависят от времени t ; $b(u, v)$ – функционал возможной работы инерционных сил, линейный по u, v ; штрихами обозначены производные по времени. Существование и единственность решения уравнения (5) доказаны в [10, 13, 14].

Обозначим θ – шаг по времени, $t_m = m\theta$, $u_m = u(t_m)$;

$$\Delta_m(u) = (u_{m+1} - u_m), \quad \delta_m(u) = (u_{m+1} - u_m) / \theta;$$

$$\gamma_m(u) = (u_{m+1} - 2u_m + u_{m-1}) / \theta^2.$$

Разностная схема для геометрически нелинейной задачи имеет вид:

$$b(\gamma_m(u) - \gamma_{m-1}(u), v) + a'(u_m, \Delta_m(u), v) + \Delta_m(l(v)) = 0. \quad (6)$$

Безусловная устойчивость схемы (6) и оценка погрешности доказаны в [10, 15]:

$$\|u - u_m\| \leq K \cdot \theta. \quad (7)$$

Ниже рассмотрен пример расчета 70-метровой стальной решетчатой четырехгранной мачты с тремя ярусами оттяжек в плане (рис.1).

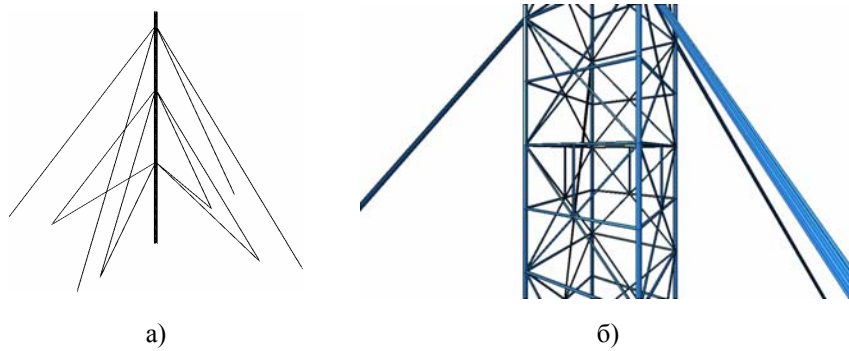


Рис. 1. Конечно-элементная модель мачты на оттяжках:
а – расчетная схема; б – фрагмент модели с отображением поперечных сечений элементов

Сечения поясов и решетки элементов ствола выполнены из круглой горячекатаной стали (пояса – Ø28; решетка – Ø16 и Ø12). Сечения оттяжек – канаты (верхний ярус – Ø25,5; средний ярус – Ø17,5; нижний ярус – Ø12,5).

Сбор нагрузок выполнялся в соответствии с нормами [2] для территории Полтавской области. Выполнялись два расчета. Первый – с помощью линеаризации модели (т.е. была создана дополнительная вспомогательная задача, с помощью которой определялись инерционные силы от пульсационной составляющей ветровой нагрузки и затем эти инерционные силы переносились в основную схему). Второй – методом прямого интегрирования, в которой динамическая составляющая ветровой нагрузки задавалась в виде трапецидального импульса [4] (рис. 2).

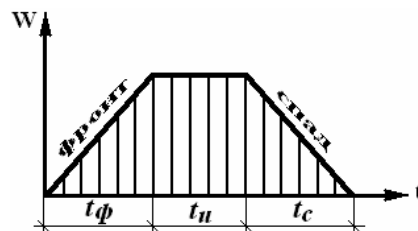


Рис. 2. Трапецидальная форма импульса
(к заданию пульсационной составляющей ветровой нагрузки)

Для времени фронта и спада импульса было принято рекомендованное в работе [4] значение для мачт на оттяжках $t_{\phi(c)} = 1,5 \text{ с}$. Длительность воздействия была принята 4с, как среднее значение по результатам натурных измерений, приведенным в работе [16]. Следует отметить, что изменение

длительности t_u ветра мало сказывается на НДС мачты, что также отмечается в работе [4]. Там же указывается, что на НДС существенно влияет величина t_ϕ . В нашей задаче (см. рис. 1) более значительное влияние оказывало изменение величины спада порыва ветра t_c .

В таблице приведен сравнительный анализ экстремальных значений НДС. Значения выбраны для следующей комбинации нагрузений: Собственный вес + Предварительное натяжение оттяжек + Ветровая нагрузка (полная по всему стволу мачты).

Таблица

Метод расчета	Продольное усилие в поясе ствола мачты, кН	Продольное усилие в оттяжке верхнего яруса, кН	Горизонтальное отклонение верхушки мачты, мм
Линеаризация модели	-91,7	36,4	44,6
Метод прямого интегрирования	-128,5	40,7	71,4

Большой интерес вызывает поведение выключающихся элементов (оттяжек) в процессе нагружения мачты. На рис.3 показано изменение усилий в КЭ оттяжки верхнего яруса, находящейся по фронту задания нагрузки от ветра.

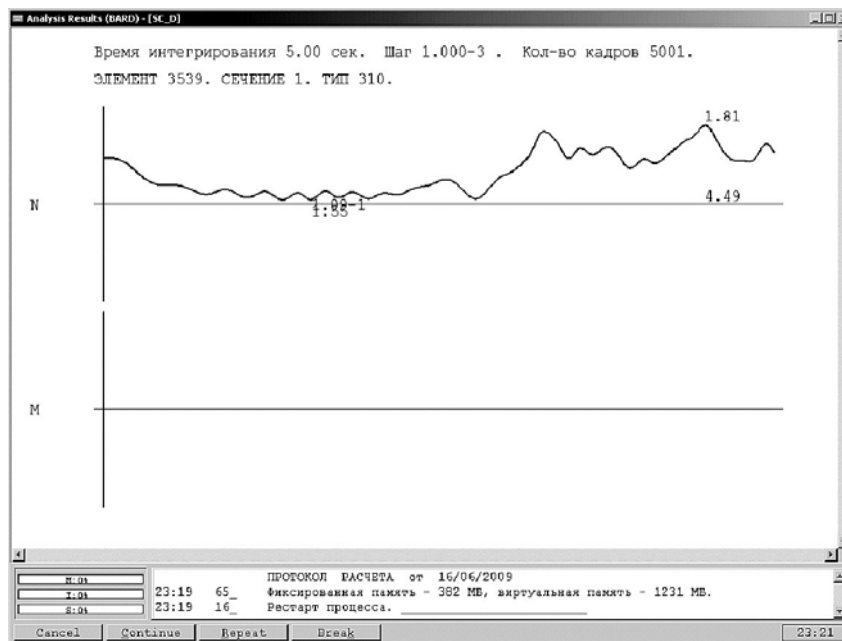


Рис. 3. Поведение оттяжки среднего яруса

Как видно из графика, в данном случае оттяжка не выключается из работы во время воздействия порыва ветра, поскольку сжимающее усилие «не успеваает» превысить величину предварительного натяжения оттяжки. Отметим, что при линеаризации модели в зависимости от выбранного способа можно добиться либо эффекта постоянно включенной связи-оттяжки, либо постоянного ее отсутствия, что и в том, и в другом случае является грубой предпосылкой.

Из всего выше сказанного можно составить следующие рекомендации при проектировании рассматриваемого класса конструкций. На первом этапе предполагается вести расчеты при использовании как упрощенных методов, так и более точного метода прямого интегрирования. В дальнейшем, нам представляется, что о линейных расчетах таких конструкций при наличии последних достижений в компьютерной технике и методах решения задач строительной механики необходимо постепенно забывать.

Выводы

Традиционный спектральный метод решения динамических задач не допускает выполнение расчетов в нелинейной постановке. Определение частот собственных колебаний для сложных конструкций с учетом геометрической нелинейности работы ее элементов на современной стадии развития программных комплексов МКЭ вызывает большие трудности. Пути упрощения расчетной схемы (линеаризация модели) могут привести к ошибкам в вычисленных частотах и формах колебаний. Попытки упростить решение таких задач с помощью приближенных способов, например, с использованием мгновенных матриц жесткостей в спектральном анализе, также могут привести в ряде случаев к некорректным результатам. Возникает необходимость в использовании других методов решения задач нелинейной динамики. Для этого в ПК ЛИРА реализован метод прямого интегрирования, который позволяет кроме физически и конструктивно нелинейных задач решать и другие классы нелинейных динамических задач, в т.ч. и геометрически нелинейные.

Литература

- [1] ДБН В.1.2-2:2006. Система надійності та безпечності у будівництві. Навантаження і впливи. – К., 2006.
- [2] СНиП 2.01.07-85. Нагрузки и воздействия / Госстрой СССР. – М.: ЦИТП Госстроя СССР, 1986. – 36 с.
- [3] Семко О.В., Махінко Н.О. Порівняльний аналіз вітрового навантаження на металеві башти за СНиП 2.01.07-85 Нагрузки и воздействия та ДБН В.1.2-2:2006 Навантаження і впливи // Зб. наук. пр. Укрнідпроект-стальконструкції імені В.М. Шимановського / Відп. ред. О.В. Шимановський. – К.: Вид-во «Сталь», 2008, вип. 1. – С. 23 – 35.

- [4] Савицкий Г.А. Основы расчета радиомачт. Статика и динамика. – М.: ГИЛВСП, 1953. – 275 с.
- [5] Перельмутер А.В. SCAD Office. Расчет мачт на оттяжках. К.: Издание ООО SCAD Office Soft, 2004. – 46 с.
- [6] Корнеев М.М. Стальные мосты: Теоретическое и практическое пособие по проектированию. – К., 2003. – 547 с.
- [7] Металлические конструкции. В 3т. Т.3. Стальные сооружения, конструкции из алюминиевых сплавов. Реконструкция, обследование, усиление и испытание конструкций зданий и сооружений. (Справочник проектировщика) / Под общ. ред. В.В. Кузнецова (ЦНИИпроектстальконструкция им. Н.П. Мельникова). – М.: изд-во АСВ, 1999. – 528 с.
- [8] ENV 1993-3-1. December 1997. Eurocode 3: Design of steel structures – Part 3-1: Towers, masts and chimneys – Towers and masts.
- [9] Металлические конструкции. В 3т. Т.3. Специальные конструкции и сооружения: Учеб. для строит. вузов; Под ред. В.В. Горева. – 2-е изд., испр. – М.: Высш. шк., 2002. – 544 с.
- [10] Городецкий А.С., Евзеров И.Д. Компьютерные модели конструкций. – К.: «Факт», 2007. – 394 с.
- [11] Городецкий А.С., Евзеров И.Д., Лазнюк М.В. Использование ПК ЛИРА в нелинейных задачах строительной механики // Математическое моделирование в механике деформируемых тел и конструкций. Методы граничных и конечных элементов: Материалы XXII Международной конференции (24–27 сентября 2007 г.). – СПб.: СПб ГАСУ, 2007. – С. 47 – 48.
- [12] Евзеров И.Д., Лазнюк М.В., Нилова Т.А. Расчет и проектирование мачт на оттяжках в среде ПК ЛИРА // Металлические конструкции. – Макеевка: УАМК, 2009. – Том 15. – № 1. – С. 23 – 29.
- [13] Панагиотопулос П. Неравенства в механике и их приложения. – М.: Мир, 1989. – 492 с.
- [14] Лионс Ж.-Л. Некоторые методы решения нелинейных краевых задач. – М.: Мир, 1972. – 587 с.
- [15] Евзеров И.Д. Приближенная схема для задачи о нелинейных колебаниях тонких пластин // Моделирование в механике. – Новосибирск, 1989. –Т.3 (20). – № 2. – С. 54 – 63.
- [16] Турбин С.В., Некрасов Ю.П. Принципы определения нагрузок и воздействий на антенно-мачтовые сооружения / Донбасская национальная академия строительства и архитектуры (www.energobud.com.ua).

Надійшла до редколегії 24.06.2009 р.