

УДК 593

Нелинейные задачи прочности несущих элементов висячих систем

Ленда А.В., аспирант

ОАО «УкрНИИпроектстальконструкция им. В.Н. Шимановского», Украина

Анотація. Розглянута геометрично і фізично нелінійна задача визначення напружено-деформованого стану несучих елементів висячих систем, розрахунковою моделлю яких є криволінійний стрижень. Показаний приклад рішення задачі при граничних навантаженнях і різних початкових прогинах. Представлені результати чисельних розрахунків.

Аннотация. Рассмотрена геометрически и физически нелинейная задача определения напряженно-деформированного состояния несущих элементов висячих систем, расчетной моделью которых является криволинейный стержень. Показан пример решения задачи при предельных нагрузках и различных начальных прогибах. Представлены результаты численных расчетов.

Abstract. The geometrically and physically nonlinear task of stressed-deformed state determination of the guy systems bearings elements is considered. The design model of such elements is a curvilinear bar. The example of task decision under the maximum loadings and different initial bandings is shown. The results of numeral calculations are presented.

Ключевые слова. Висячие системы, несущий элемент, криволинейный стержень, метод конечных разностей, физическая и геометрическая нелинейность.

Введение. В настоящее время при строительстве зданий общественного назначения и инженерных сооружений широко используются висячие и оболочечные системы [1 – 4]. Висячие системы позволяют перекрывать большие пролеты благодаря своему малому весу и использованию растянутых несущих элементов [5 – 6]. Основным несущим элементом висячих конструкций является нить, работающая либо только на растяжение (гибкая нить), либо на растяжение с изгибом (нить конечной жесткости).

Висячим системам свойственна повышенная деформативность особенно при воздействии сосредоточенных и несимметричных нагрузок. В связи с этим повышенное внимание уделяется вопросам стабилизации их формы, а также учету геометрической и физической нелинейности. В работе [7] рассмотрены задачи нелинейного деформирования вантовых систем повышенной жесткости. В настоящей работе на основе полученных уравнений рассмотрена нелинейная задача определения напряженно-деформированного состояния криволинейного стержня, проанализировано влияние изгибающего момента и осевой силы на напряжения и перемещения.

Постановка задачі. В качестве расчетной модели несущего элемента висячих систем принят шарнирноопертый криволинейный стержень постоянного сечения пролетом l , который под действием вертикальной равномерно распределенной нагрузки q_z прогибается по квадратной параболе $y = f(x)$ со стрелой провисания k (рис. 1). Стержень имеет прямоугольное поперечное сечение шириной b и высотой h , а модуль упругости материала равен $E = 2,059 \cdot 10^8$ кН/м². Требуется с применением метода конечных разностей исследовать напряженно-деформированное состояние стержня.

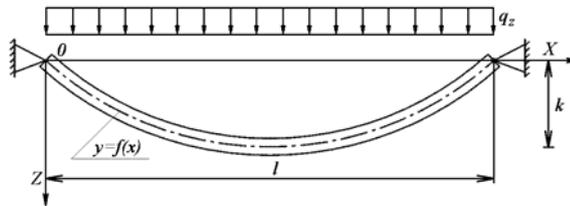


Рис. 1. Расчетная схема стержня

Дифференциальное уравнение изгиба криволинейного стержня в случае действия вертикальной равномерно распределенной нагрузки q_z имеет вид [7]:

$$\begin{aligned} D \frac{d^4 W}{dx^4} + 2 \frac{dD}{dx} \frac{d^3 W}{dx^3} + \left(\frac{d^2 D}{dx^2} - H \right) \frac{d^2 W}{dx^2} - \frac{dH}{dx} \frac{dW}{dx} = \\ = H \frac{d^2 f(x)}{dx^2} + \frac{dH}{dx} \frac{df(x)}{dx} + q_z, \end{aligned} \quad (1)$$

где $D = EI$ – изгибная жесткость; I – момент инерции поперечного сечения; W – перемещение вдоль оси OZ ; H – распор.

Действующая нагрузка кроме вертикальных перемещений сечений стержня вызывает также их горизонтальные перемещения, значения которых можно определить при помощи предложенного в [8] выражения для определения относительного удлинения оси стержня:

$$\varepsilon_x = 0,5(dU/dx)^2 + (dU/dx) + 0,5(dW/dx)^2, \quad (2)$$

где U – перемещение вдоль оси OX .

Разработана методика численного исследования напряженно-деформированного состояния рассматриваемых систем, реализующая метод конечных разностей [7]. Записав соотношения (1) и (2) для каждого узла расчетной схемы, получим систему алгебраических уравнений, решение которой будем искать пошаговым методом, позволяющим определить параметры

напряженно-деформированного состояния стержня с учетом физической и геометрической нелинейности. Данная методика известна также как метод последовательных нагрузок, идея принадлежит В.З. Власову [9].

Результаты численных исследований. С помощью разработанного подхода выполнено исследование влияния жесткости D и стрелы провисания k на величины максимальной нагрузки q_{\max} , распора H , предельных осевых σ_N и изгибных напряжений σ_M . В случае симметричного воздействия нагрузки удобно применять выражения, полученные на основании формул приближенного интегрирования Симпсона:

$$q_{\max} = \frac{\sigma_{\max}}{\frac{6l}{h^2} \left(\frac{l}{8} - \gamma C \right) + \frac{\gamma}{bh}}; \quad H = q\gamma;$$

$$\gamma = Cl \frac{4(1+10C^2) + 2,4\beta^2(1+16C^2)(1+4C^2)}{(3+92C^2 + 512C^4) + 19,2\beta^2 C^2(1+16C^2)(1+4C^2)};$$

$$f(x) = 4Cx - 4Cx^2/l; \quad W_{cp} = \frac{1}{D} \left(\frac{5q_{\max}l^4}{384} - \frac{5HCl^3}{48} \right) = \frac{5l^3}{48D} \left(\frac{q_{\max}l}{8} - HC \right),$$

где $C = k/l$ и $\beta = l/h$ – безразмерные параметры; σ_{\max} – предел текучести материала; W_{cp} – прогиб стержня в середине пролета.

На рис. 2 показаны зависимости распора H от параметра β при различных значениях параметра C . Анализ зависимостей показывает, что при предельной нагрузке значение распора снижается с уменьшением жесткости сечения.

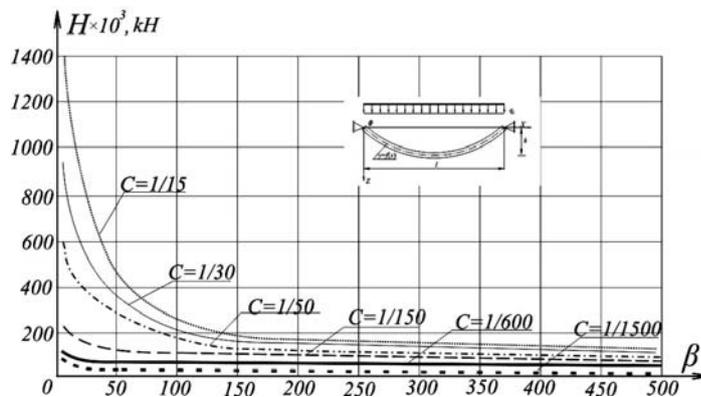


Рис. 2. Зависимость распора H от параметра β при различных значениях параметра C

На рис. 3 показана зависимость отношения напряжений σ_N/σ_M от парамет-

ра C при різних значеннях параметра β , із якої следует, що вплив осевої сили на величину максимальної нагрздки зменшується з збільшенням поперечного сечення стержня. Следует также отметить, что с збільшенням первонаочної стрели провисання змєнення цього фактора происходит с меншою інтенсивністю.

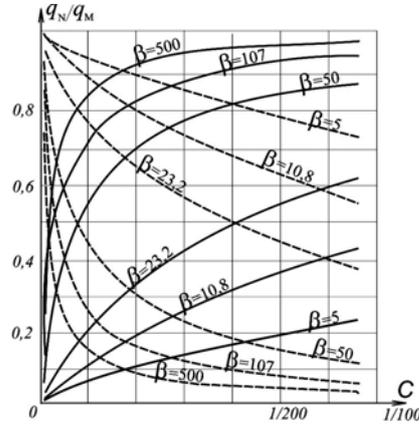


Рис. 3. Зависимость отношения напряжений σ_N/σ_M от параметра C при различных значениях параметра β :
 ————— — влияние распора;
 - - - - - — влияние изгибающего момента

В таблиці для пролетів 75 м, 150 м і 300 м представлена виділена область, в якій вплив осевих напружень знаходиться в межах $-\infty \leq \sigma_N/\sigma_M \leq 5\%$, причеи для однакових значень параметрів C і β все відношення напружень і прогибів зберігаються.

Таблиця 1

Відношення осевих і згибних напружень σ_N/σ_M						
$C \backslash \beta$	1/1500	1/600	1/150	1/50	1/30	1/15
500	35,56	88,89	356	1067	1778	3556
230,8	16,41	41,03	164	492	821	1641
107	7,62	19,05	76	229	381	762
50	3,56	8,89	36	107	178	356
23,2	1,66	4,14	17	50	83	166
10,8	0,78	1,94	7,77	23,32	38,86	77,70
5	0,38	0,95	3,79	11,38	18,96	37,85

На рис. 4 представлені залежності змєнення відношення W/h від величини σ_N/σ_M . Из анализа представлєнних кривих следует, что с зменшенням первонаочної стрели провисання графік залежності приймає бєльє

пологий вид. Это свидетельствует о том, что значения осевых напряжений при уменьшении стрелы провисания стремятся к нулю.

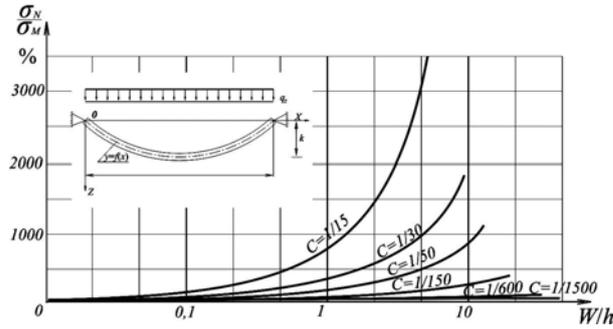


Рис. 4. Зависимость отношения прогибов к высоте сечения W/h от отношения осевых и изгибающих напряжений σ_N/σ_M

Выводы

Разработанная методика позволяет проводить исследование напряженно-деформированного состояния висячих элементов конструкций в широком диапазоне изменения начальной геометрии, жесткостных характеристик и действующих нагрузок.

Литература

- [1] Дмитриев Л.Г., Касилов А.Г. Вантовые покрытия (Расчет и проектирование). – К.: Будівельник, 1968. – 170 с.
- [2] Качурин В.К. Теория висячих систем. – Л.-М.: Госстройиздат, 1962. – 224 с.
- [3] Кузнецов Э.Н. Введение в теорию вантовых систем. – М.: Стройиздат, 1969. – 143 с.
- [4] Шимановский А.В., Лисицин Б.М. Моделирование строительных конструкций. – К.: Сталь, 2006. – 724 с.
- [5] Мельников Н.П. Металлические конструкции. Современное состояние и перспективы. – М.: Стройиздат, 1983. – 541 с.
- [6] Шимановский А.В., Оглобля А.И. Теория и расчет несущих элементов большепролетных пространственных конструкций. – К.: Сталь, 2002. – 368 с.
- [7] Ленда Г.В., Лисицин Б.М. Новий підхід до побудови теорії розрахунку висячих систем скінченної жорсткості // Промислове будівництво та інженерні споруди. – 2008. – № 2. – С. 18-23.
- [8] Новожилов В.В. Основы нелинейной теории упругости. – М.: Гостехиздат, 1948. – 211 с.
- [9] Власов В.З. Избранные труды. – М.: АН СССР, 1962. – Т. 1. – 528 с.

Надійшла до редколегії 14.07.2009 р.