

УДК 624.015.5

Расчет стержневых элементов с учетом изменения жесткости по длине и условий закрепления

¹Голоднов А.И. д.т.н., ²Балашова О.С., ³Скребцов С.И.

¹ООО «Укринсталькон им. В.Н. Шимановского», Украина

²Донбасский государственный технический университет, Украина

³Луганский национальный аграрный университет, Украина

Аннотация. Разработана методика расчета стержневых элементов, у которых при нагружении изменяются жесткостные характеристики сечений и условия закрепления. Предложены критерии исчерпания несущей способности. Показана целесообразность регулирования остаточного напряженного состояния на части длины сжатых стальных элементов.

Анотація. Розроблено методику розрахунку стрижньових елементів, у яких при навантаженні змінюються характеристики жорсткості перетинів і умови закріплення. Запропоновано критерії вичерпання несучої здатності. Доведено доцільність регулювання залишкового напруженого стану на частини довжини стиснутих сталевих елементів.

Abstract. The method of calculation of the cored elements, which inflexibility sections' descriptions and fixing condition change at loading is developed. The criteria of exhausting of bearing strength are offered. Expediency of the remaining tense state adjusting on a part of length of the compressed steel elements is shown.

Ключевые слова. Стержневой элемент, жесткость, несущая способность, остаточное напряженное состояние.

Введение. Постановка проблемы. Деформирование элементов с изменяющимися в процессе нагружения жесткостными характеристиками (например, слабоармированных железобетонных) издавна привлекало внимание исследователей, поскольку они имеют широкое распространение. Методики расчета, рекомендованные действующими нормативными документами, не всегда дают возможность правильно оценить напряженно-деформированное состояние (НДС) и реальный запас несущей способности конструкции или сооружения (в дальнейшем – системы), поскольку в их основу положены предпосылки об упругой работе материала. Положение усугубляется еще и тем, что расчеты ведутся в большинстве случаев с применением недеформированных схем [1, 2 и др.]. Это в полной мере относится и к стальным конструкциям, особенно тем, что находятся в эксплуатации и подверглись коррозионному и абразивному износу [3, 4 и др.].

Изменение условий закрепления рассматривается как воздействия со стороны основания: вертикальные или горизонтальные перемещения и

углы поворота опор. Учет нелинейной работы и изменения условий закрепления позволит более обоснованно подойти к оценке НДС сооружения.

Анализ последних достижений и публикаций. Анализ последних достижений и публикаций (решению таких проблем посвящены регулярно проводимые конференции как в нашей стране, так и за рубежом) свидетельствует о необходимости продолжения исследований, направленных на решение важной народно-хозяйственной задачи – оценки НДС и возможности продления срока службы конструкций зданий и сооружений [5, 6 и др.]. Решение этой задачи возможно различными методами. При этом учет упругопластических свойств материалов конструкций и изменения условий закрепления производится не всегда адекватно, что не дает возможности сделать правильные выводы о несущей способности и остаточном ресурсе сооружения. Один из способов решения этой задачи приведен в настоящей статье.

Цель работы. разработка методики расчета систем, состоящих из стержневых элементов с резко изменяющимися жесткостными характеристиками, с учетом упругопластических свойств материалов и изменения условий закрепления для решения практических задач, в т. ч. для определения возможности регулирования остаточного напряженного состояния на части длины стального элемента.

Основная часть. Деформирование любого стержневого элемента можно описывать с помощью уравнений метода начальных параметров, полученных на основе аппроксимации уравнения изогнутой оси кубическим сплайном [3, 4 и др.]. Прогобы и углы поворота определяются по следующим формулам:

$$y_i = y_1 + \varphi_1 \cdot L \cdot \frac{i-1}{n} + \frac{L^2}{6 \cdot n^2} \cdot [(3 \cdot i - 4) \cdot \kappa_1 + 6 \cdot \sum_{j=2}^{i-1} (i-j) \cdot \kappa_j + \kappa_i] + (\delta_1 - \delta_i); \quad (1)$$

$$\varphi_i = \varphi_1 + \frac{L}{2 \cdot n} \cdot (\kappa_1 + 2 \cdot \sum_{j=2}^{i-1} \kappa_j + \kappa_i), \quad (2)$$

где y_i – совместное перемещение i -й точки оси балки и i -й опоры (рис. 1), которое определяется как разность полного перемещения указанной точки балки и вынужденного перемещения опоры δ_i (для точек балки в пролете $\delta_i = 0$); φ_i – угол поворота i -го сечения балки; κ_i – кривизна i -го сечения балки; n – количество участков, на которые разбита длина балки L (при выборе числа участков следует учитывать, что точность

повышается при $n \rightarrow \infty$. Для практических целей $n \geq \frac{L}{h}$, где h – высота балки).

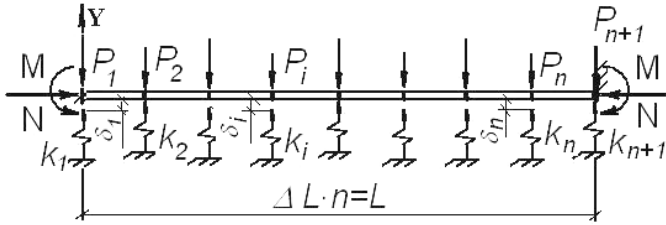


Рис. 1. Расчетная схема системы

Значения кривизны сечений определяются по формулам:

$$\kappa_{s,i} = \kappa_{H,i} + \kappa_{p,i}; \quad (3)$$

$$\kappa_{p,i} = \frac{M_i}{B_i}; \quad (4)$$

$$M_i = M_1 + \frac{L^2}{n^2} \cdot \sum_{j=1}^{i-1} (i-j) \cdot R_j - M_{p,i}; \quad (5)$$

$$R_j = k_j \cdot y_j, \quad (6)$$

где $\kappa_{p,i}$ – кривизна сечения от внешней нагрузки; M_i , B_i – соответственно, изгибающий момент и жесткость в i -м сечении балки; $\kappa_{H,i}$ – начальная кривизна i -го сечения, обусловленная наличием предварительного напряжения или усадкой бетона; R_j – реакция j -й опоры балки (при отсутствии опор в сечениях балки $R_j = 0$); y_j , k_j – соответственно, совместное перемещение j -й точки балки с опорой и коэффициент жесткости j -й опоры; M_1 – изгибающий момент в первом сечении балки (при шарнирном опирании $M_1 = 0$); $M_{p,i}$ – изгибающий момент от внешней нагрузки.

Величину изгибающего момента от внешней нагрузки находят для всех сечений от сил, расположенных слева от сечения, на основании общих правил строительной механики. В процессе расчетов они не изменяются, за исключением тех случаев, когда по условию задачи изменяется характер нагружения.

Как видно, для расчетов по предложенным формулам необходимо обладать информацией об изменении кривизны в сечениях по длине элемента. Зависимости «момент-кривизна» определяются заранее. Для железобетона такие зависимости могут быть определены по известным методикам [1, 2 и др.], для стальных элементов – по методикам [3 и др.]. Жесткостные характеристики опор определяются по известным методикам НИИСК и рекомендациям нормативных документов [7, 8 и др.].

Несущая способность системы считается исчерпанной, если:

- разрушено хотя бы одно сечение элемента (в качестве критериев разрушения сечения рассматриваются достижение на сжатой фибре бетона величин предельных деформаций, разрыв арматуры и т. п.);
- достигнут максимум на кривой состояний [3, 4 и др.];
- разрушена хотя бы одна опора балки;
- прогибы и перемещения превысили предельные величины, оговоренные нормативными документами.

Подстановка уравнений (3)...(6) в уравнения (1) и (2) позволяет получить систему линейных алгебраических уравнений вида:

$$\left. \begin{aligned}
 & y_1 \cdot \left\{ \frac{L^4}{6 \cdot n^4} \cdot k_1 \cdot \left[\sum_{k=2}^{i-1} 6 \cdot \frac{(i-k) \cdot (k-1)}{B_k} + \frac{(i-1)}{B_i} \right] - 1 \right\} + \\
 & \frac{L^4}{6 \cdot n^4} \cdot \left\{ \sum_{j=2}^{i-1} y_j \cdot k_j \cdot \left[\sum_{k=j+1}^{i-1} 6 \cdot \frac{(i-k) \cdot (k-j)}{B_k} + \frac{(i-j)}{B_i} \right] \right\} + y_i - \\
 & - \varphi_1 \cdot L_1 \cdot \frac{i-1}{n} + M_1 \cdot \left(\frac{L^2}{6 \cdot n^2} \right) \cdot \left[\frac{(3 \cdot i - 4)}{B_1} + 6 \cdot \sum_{j=2}^{i-1} \frac{i-j}{B_j} + \frac{1}{B_i} \right] = \\
 & = (\delta_i - \delta_1), \quad (i = 2, \dots, n+1); \\
 & \frac{L}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n+1} y_i \cdot k_i = \bar{Y}; \\
 & \left(\frac{L}{n} \right)^2 \cdot \sum_{i=1}^n (n-i+1) \cdot y_i \cdot k_i + M_1 - M_{n+1} = \bar{M}_{n+1}; \\
 & \Phi(y, k, \delta, M_1, \varphi_1) = 0,
 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

В этих формулах: \bar{Y} – сумма проекций всех сил на ось Y; M_1 – изгибающий момент в сечении $i=1$ (при шарнирном опирании $M_1 = 0$); M_{n+1} – изгибающий момент в сечении $i=n+1$ (при шарнирном опирании $M_{n+1} = 0$); \bar{M}_{n+1} – изгибающий момент в сечении $i=n+1$ от внешней нагрузки; $\Phi(y, k, \delta, M_1, \varphi_1) = 0$ – при отсутствии заделки в сечении $i=n+1$; φ_1 – угол поворота сечения $i=1$ (при жестком защемлении $\varphi_1 = 0$, при наличии заданного или прогнозируемого угла поворота $\varphi_1 = \theta_1$). Если в сечении $i=n+1$ расположена заделка, функция $\Phi(y, k, \delta, M_1, \varphi_1)$ имеет вид:

$$\Phi(y, k, \delta, M_1, \varphi_1) = \left(\frac{L^3}{2 \cdot n^3} \right) \cdot \left\{ \sum_{j=1}^{n-1} y_j \cdot k_j \cdot \left[2 \cdot \sum_{k=j+1}^n \frac{(k-j)}{B_k} + \frac{n-j+1}{B_{n+1}} \right] + \frac{y_n \cdot k_n}{B_{n+1}} \right\} +$$

$$+ M_1 \cdot \left(\frac{L}{2 \cdot n} \right) \cdot \left(\frac{1}{B_1} + 2 \cdot \sum_{j=2}^n \frac{1}{B_j} + \frac{1}{B_{n+1}} \right) - \left(\frac{L}{2 \cdot n} \right) \cdot \left(\frac{M_{p,1}}{B_1} + 2 \cdot \sum_{j=2}^n \frac{M_{p,j}}{B_j} + \frac{M_{p,n+1}}{B_{n+1}} \right) = \theta_{n+1}, \quad (8)$$

где θ_{n+1} – заданный (прогнозируемый) угол поворота $i=n+1$ сечения.

Расчеты по определению несущей способности и прогнозу ресурса сооружения выполняются как для эксплуатируемых, так и для проектируемых конструкций.

Для конструкций, находящихся в эксплуатации, устанавливаются параметры технического состояния (геометрические размеры, армирование, прочностные и деформативные характеристики материалов, схемы действующих нагрузок, реальные прогибы и перемещения и т. п.). На основании собранных материалов определяются зависимости «момент-кривизна». При наличии данных (в том числе и прогнозных) о характере деградации материала (разрушении бетона, изменении физико-механических характеристик, коррозии арматуры и т. п.) определяют зависимости «момент-кривизна» для определенных моментов времени с учетом деградации. Используя систему уравнений (7) и формулу (8), формируется система линейных алгебраических уравнений с количеством неизвестных, равным количеству уравнений. Кроме этого, неизвестными являются также жесткости (кривизны) сечений и жесткостные характеристики.

Задача решается итерационным путем по следующему алгоритму.

1. Задаются исходные данные: параметры сечения, прочностные и деформативные характеристики материалов, схема приложения нагрузки и т. п.
2. Определяют зависимости «момент-кривизна» для сечений и жесткостные характеристики опор в первом приближении.
3. Формируют систему уравнений. На первом этапе задают упругие жесткостные характеристики сечений и опор.
4. По результатам выполненных расчетов уточняют величины действующих усилий и жесткостные характеристики сечений и опор.
5. Расчет по пунктам 3...4 продолжают до тех пор, пока для двух смежных итераций расчета распределение жесткостей и кривизн определится с достаточной для практических целей точностью.
6. При наличии информации о деформировании эксплуатируемой конструкции, последовательно уточняя жесткостные характеристики опор, добиваются соответствия реальной конструкции и модели. Оценивают состояние конструкции, полученное по результатам расчета. При наличии данных о прогнозе деградации материала и/или развития осадок основания выполняют расчет на прогнозные воздействия.
7. Расчеты по пп. 3...6 производят до тех пор, пока не выполнится любой из критериев исчерпания несущей способности. На основании выполненных расчетов делают выводы о возможности дальнейшей эксплуатации, необходимости усиления или замены как отдельных элементов, так и сооружения в целом.

Проектируемые конструкции рассчитываются по предложенной выше расчетной схеме с той, однако, разницей, что в процессе расчета имеется возможность моделировать деградацию элемента и уже на стадии проектирования внести коррективы (подобрать сечения элементов с запасом, предусмотреть защитные мероприятия и т. п.).

Как показывают результаты расчета, в наиболее нагруженной части элементов происходит падение жесткости вследствие развития пластических деформаций в бетоне, стали и трещинообразования. Ужесточение железобетонных конструкций выполняется за счет дополнительного армирования, предварительного напряжения и т. п. Для сжатых стальных элементов такое ужесточение может быть достигнуто за счет применения регулирования остаточного напряженного состояния (ОНС) на части длины [3]. Регулирование позволяет увеличить предел упругой работы стальных элементов за счет появления на кромках поясов двутавровых сечений зон остаточных растягивающих напряжений (ОРН).

Устойчивость сжатых элементов с наплавкой валиков на части длины можно оценить по приведенному ниже алгоритму в такой последовательности.

1. Задаются исходные данные: параметры сечения, технологические параметры (катет шва, глубина проплавления основного металла), прочностные и деформативные характеристики материалов поясов и стенки или уголков, длина элемента L и начальный эксцентриситет приложения сжимающей силы e , условия на концах.
2. Определяют ОНС сечений на участках с наплавкой валиков (прогревом) по кромкам поясов и на участках, где швы по кромкам не наплавлялись, по алгоритмам, приведенным в монографии [3].
3. Длину сжатого элемента L разбивают на $n = 2 \cdot k$ участков (где k – любое целое число больше 3) в соответствии с рис. 2.

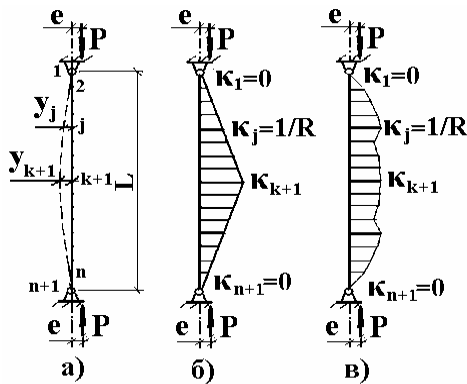


Рис. 2. Схемы деформирования и изменения кривизны по длине сжатого элемента:

- а) схема приложения усилий и деформирования;
- б) условная схема распределения величин кривизны;
- в) фактическая схема распределения величин кривизны

4. Для наиболее загруженного j –го сечения на m –ом этапе расчета принимают величину радиуса кривизны $R^m = R_0$ и шага по радиусу кривизны ΔR .

5. Определяют значения кривизны в сечениях элемента. Для сечений $i = 1$ и $i = n + 1$ на первой итерации принимают $\kappa_1 = \kappa_{n+1} = 0$. Для j –го

сечения принимают $\kappa_j = 1/R^m$, а для остальных – изменяющимися по линейному закону в соответствии с рис. 2.

6. По формулам (1) и (2) находят прогибы элемента во всех точках y_i ($i = 1, 2, \dots, j-1, j+1, \dots, n+1$) с учетом условий на концах. Условия на концах учитываются с помощью формулы (2).

7. На каждом этапе расчета определяют величину нагрузки P_k (k – номер итерации расчета) в наиболее загруженном сечении при заданной кривизне K_j .

8. По известной величине продольной силы P_k с использованием специально разработанных алгоритмов СЕЧЕНИЕ-1 (при изгибе двутавровых элементов в плоскости меньшей жесткости) или СЕЧЕНИЕ-2 (при изгибе двутавровых элементов в плоскости большей жесткости) определяют НДС и величины кривизны во всех сечениях по длине элемента (на участках с наплавкой валиков или прогревом и без наплавки). Алгоритмы СЕЧЕНИЕ-1 и СЕЧЕНИЕ-2 приведены в монографии [3]. Распределение величин кривизны по длине колонны (с учетом имеющихся участков с наплавкой валиков и без наплавки) показано на рис. 2.

9. Выполняют расчеты по пунктам 6...8 алгоритма, постепенно уточняя кривизны сечений на каждой итерации. Расчет считается оконченным, если для определенного этапа расчета значения продольных сил на смежных итерациях:

$$\left| \frac{P_{k+1}^m - P_k^m}{P_{k+1}^m} \right| < \eta, \quad (9)$$

где η – малая величина (примерно 0,001), обусловленная точностью расчета.

10. Изменяют величину радиуса кривизны для j -го сечения $R^{m+1} = R^m - \Delta R$ и продолжают расчет по пунктам 6...9. Величины кривизны во всех точках задаются по результатам расчета на предыдущей итерации, т. е. $\kappa_i^{m+1} = \kappa_i^m$ ($i = 1, \dots, j-1, j+1, \dots, n+1$), с последующим их уточнением на каждой итерации по пункту 8.

11. Сравнивают величины продольных сил, полученные на смежных ($m+1$, m) этапах расчета:

$$P^{m+1} - P^m > 0. \quad (10)$$

Если условие (10) удовлетворяется, продолжают расчет по пункту 10.

Если условие (10) не удовлетворяется, выполняют расчет по пункту 12.

12. Возвращаются на предыдущее значение радиуса кривизны $R^m = R^{m+1} + \Delta R$, изменяют шаг по радиусу кривизны $\Delta R = 0,5 \cdot \Delta R$ и продолжают расчет по пункту 10.

13. При достижении максимального значения P_{\max}^m при заданной точности расчет считается оконченным. Дальнейшее уменьшение радиуса кривизны и, соответственно, расчеты по пунктам 6...12 позволят получить точки на кривой состояния «P-f» в закритической (после потери устойчивости) области.

По результатам выполненных расчетов строят графики функций «P-f» элемента.

Экспериментальные исследования элементов двутаврового профиля с регулированием на части длины были выполнены с получением положительного результата [9], что позволяет сделать вывод о возможности применения такого способа повышения несущей способности.

Выводы

Предложена методика деформационного расчета любых стержневых элементов с учетом упругопластических свойств материалов и возможности их деградации. Рассматривается возможность учета изменения параметров элементов и физико-механических свойств материалов. Методика расчета распространяется на стержневые железобетонные и стальные элементы. Определены критерии исчерпания несущей способности. Показана возможность увеличения несущей способности сжатых стальных элементов за счет регулирования ОНС на части длины, что подтверждается данными экспериментальных исследований.

Литература

- [1] Бетонные и железобетонные конструкции : СНиП 2.03.01-84* / Минстрой России. – М. : ГП ЦПП, 1996. – 76 с.

- [2] Методические рекомендации по уточненному расчету железобетонных элементов с учетом полной диаграммы сжатия бетона / НИИСК Госстроя СССР. – К., 1987. – 24 с.
- [3] Голоднов А. И. Регулирование остаточных напряжений в сварных двутавровых колоннах и балках / А. И. Голоднов. – К. : Вид-во «Сталь», 2008. – 150 с.
- [4] Голоднов А. И. Расчет конструкций с резко изменяющимися жесткостными характеристиками / А. И. Голоднов, О. С.Балашова // Збірник наукових праць Українського науково-дослідного та проектного інституту сталевих конструкцій імені В.М. Шимановського. – К. : Вид-во «Сталь», 2008. – Вип. 2. – С. 18–24.
- [5] Проблеми ресурсу і безпеки експлуатації конструкцій, споруд та машин : зб. наук. статей за результ., отрим. в 2004–2006 рр. / Наук. кер. академік Б.Є. Патон / Інститут електрозварювання ім. Є.О. Патона НАН України. – К. : ІЕЗ ім. Є.О. Патона НАН України, 2006. – 589 с.
- [6] Проблеми ресурсу і безпеки експлуатації конструкцій, споруд та машин : зб. наук. статей за результ., отрим. в 2007–2009 рр. / Наук. кер. академік Б.Є. Патон / Інститут електрозварювання ім. Є.О. Патона НАН України. – К. : ІЕЗ ім. Є.О. Патона НАН України, 2009. – 709 с.
- [7] Методические рекомендации по определению коэффициентов жесткости оснований зданий и сооружений /НИИСК Госстроя СССР. – К., 1987. – 32 с.
- [8] Здания и сооружения на подрабатываемых территориях и просадочных грунтах : ДБН В.1.1-5-2000 : в 2 ч. / Государственный комитет строительства, архитектуры и жилищной политики Украины. – Часть 2. Здания и сооружения на просадочных грунтах. – Офиц. изд. – К., 2000. – 87 с.
- [9] Скребцов С. И. Экспериментальные исследования сжатых стальных элементов после регулирования остаточного напряженного состояния на части длины / С. И. Скребцов // Збірник наукових праць Українського науково-дослідного та проектного інституту сталевих конструкцій імені В.М. Шимановського. – К. : Вид-во «Сталь», 2008. – Вип. 3. – С. 130–135.

Надійшла до редколегії 15.07.2011 р.