

УДК 531:631.362

М. В. Бакум, доц., канд. техн. наук, В. П. Ольшанський, проф., д-р фіз-мат. наук,
М. М. Крекот, асп.

Харківський національний технічний університет сільського господарства імені Петра Василенка

Дослідження руху часток в квазігоризонтальному плоскому каналі пневматичних сепараторів

В наслідок аналітичного розв'язку спрощених нелінійних рівнянь руху частинки в однорідному повітряному потоці отримані формули для розрахунків швидкості та траєкторії їх польоту в плоскому каналі з малим кутом нахилу до горизонту. Визначення дальності польоту частинок в каналі заданої висоти, а також його поділяючої спроможності за граничним значенням коефіцієнта вітрильності насіння, зведено до використання таблиці спеціальної функції Ламберта.

частинка, повітряний плоский канал, поділяюча спроможність, швидкість і дальність польоту, функція Ламберта

Постановка проблеми. Знання балістичних властивостей частинок в полі повітряного потоку дозволяє обґрунтовано вибирати раціональні параметри пневматичних сепараторів насінневих сумішей. При квадратичній залежності аеродинамічної сили від відносної швидкості потоку повітря рівняння польоту частинки є нелінійними і для їх інтегрування використовують числові методи. Отримання аналітичних розв'язків пов'язані із значними математичними складнощами. Але їх отримання можливе після належного спрощення задачі Коші. Тому одержання наближених аналітичних розв'язків, які приводять до компактних розрахункових формул, залишається актуальною задачею.

Аналіз останніх досліджень та публікацій з повітряної сепарації зерна викладений в [1]. Із останніх робіт за проблемою відмітимо [2], [3]. В роботі [2] обґрунтовано вплив живильника на ефективність сепарації у горизонтальному повітряному потоці. В дисертації [3] досліджено вплив нерівномірності потоку повітря по висоті каналу прямокутного перетину на якість розділення зернових сумішей. В статті [4] описані будова і принцип роботи зигзагоподібного кільцевого пневмосепаратора. Результати роботи модернізованого сепаратора з нахиленим повітряним каналом при очищенні насіння редиски опубліковані в [5]. Загальні напрямки інтенсифікації попереднього очищення зерна повітряними потоками і особисті результати досліджень наведені авторами в роботі [6].

Метою досліджень є отримання наближених компактних формул для розрахунку кінематичних параметрів частинок під час їх руху в однорідному повітряному потоці в плоскому каналі з малим кутом нахилу до горизонту.

Результати досліджень. Розглянемо повітряний прямокутний канал шириною h верхня і нижня стінки якого нахилені до горизонту під кутом α . Вектор швидкості висхідного однорідного повітряного потоку \vec{V} приймаємо сталим і спрямованим вздовж стінок каналу. Траєкторію польоту частинок розглянемо в повернутій на кут α прямокутній системі координат $хоу$, наведеній на рис 1. В цій системі координат проекції траєкторії руху частинок є розв'язками диференціальних рівнянь:

$$\begin{aligned}\ddot{x} - k(V - \dot{x})\sqrt{(V - \dot{x})^2 + \dot{y}^2} &= -g \sin \alpha; \\ \ddot{y} - k\dot{y}\sqrt{(V - \dot{x})^2 + \dot{y}^2} &= g \cos \alpha,\end{aligned}\quad (1)$$

де k – коефіцієнт вітрильності частинок;
 g – прискорення вільного падіння; крапка над символом визначає похідну за часом t .

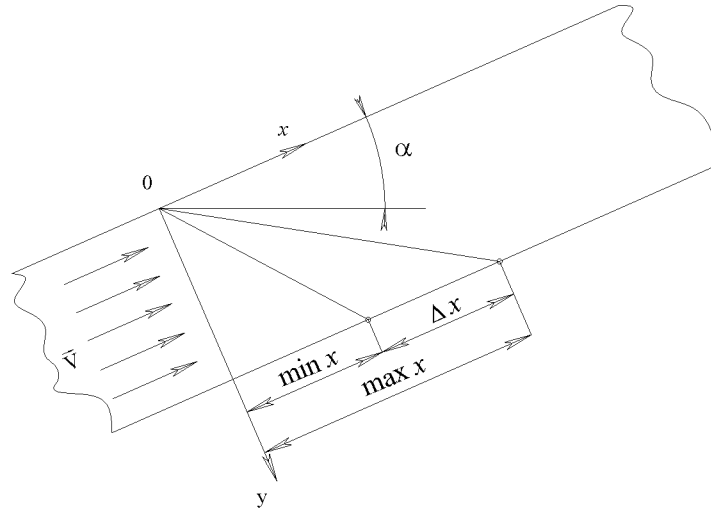


Рисунок 1 - Розрахункова схема

Початкові умови до системи (1) приймаємо:

$$\dot{x}(0) = \mathcal{G}_1; \quad \dot{y}(0) = \mathcal{G}_2; \quad x(0) = 0; \quad y(0) = 0, \quad (2)$$

де \mathcal{G}_1 і \mathcal{G}_2 – проєкції початкової складової швидкості частинки на осі ox та oy , відповідно.

Для отримання аналітичного розв'язку задачі Коші спростим вихідні рівняння (1).

Для пневматичного каналу в якого $\dot{y} \ll V - \dot{x}$, систему рівнянь (1) запишемо у вигляді:

$$\begin{aligned}\ddot{x} - k(V - \dot{x})^2 &= -g \sin \alpha; \\ \ddot{y} + k\dot{y}(V - \dot{x}) &= g \cos \alpha.\end{aligned}\quad (3)$$

Перше рівняння системи (3) не містить y і \dot{y} . Його інтегрування при початкових умовах (2), дає:

$$\dot{x}(t) = V - \mathcal{G}^* \frac{\exp(2k\mathcal{G}^*t) + c}{\exp(2k\mathcal{G}^*t) - c}; \quad (4)$$

$$x(t) = (V + \mathcal{G}^*) \cdot t - \frac{1}{k} \ln \frac{\exp(2k\mathcal{G}^*t) - c}{1 - c}, \quad (5)$$

де $\mathcal{G}^* = \sqrt{g \sin \alpha / k}$; $c = (V - \mathcal{G}_1 - \mathcal{G}^*)(V - \mathcal{G}_1 + \mathcal{G}^*)^{-1}$.

Враховуючи невеликі значення α (за постановкою задачі), спростимо друге рівняння системи (3), підставляючи в нього замість (4) більш простіший апроксимуючий вираз

$$\dot{x}(t) = V - \frac{V - g_1}{1 + k(V - g_1) \cdot t}.$$

В результаті такого перетворення, інтеграли з врахуванням (2), запишемо у вигляді:

$$\begin{aligned} \dot{y}(t) &= \frac{1}{1 + k(V - g_1) \cdot t} \left\{ g_2 + g \cos \alpha \left[t + \frac{k}{2}(V - g_1) \cdot t^2 \right] \right\}; \\ y(t) &= \frac{1}{k(V - g_1)} \left[g_2 - \frac{g \cos \alpha}{2k(V - g_1)} \right] \ln [1 + k(V - g_1) \cdot t] + \\ &+ \frac{1}{2} g \cos \alpha \cdot t \left[\frac{1}{k(V - g_1)} + \frac{t}{2} \right]. \end{aligned} \quad (6)$$

Щоб знайти час перельоту частинки від верхньої стінки каналу до нижньої, де розташовані приймачі продуктів розділення, необхідно розв'язати рівняння:

$$y(t) = h, \quad (7)$$

в якому ліва частина визначається виразом (6).

Для цього запишемо (7) у вигляді:

$$A \ln z^2 + Bz^2 = h + B, \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \text{де } A &= \frac{1}{2k(V - g_1)} \left[V_2 - \frac{g \cos \alpha}{2k(V - g_1)} \right]; \\ B &= \frac{g \cos \alpha}{4k^2(V - g_1)^2}; \\ z &= 1 + k(V - g_1) \cdot t. \end{aligned}$$

Із останнього виразу виходить, що

$$t = \frac{z - 1}{k(V - g_1)},$$

тому, знаючи z , можна визначити t .

При визначенні z , будемо розглядати три випадки.

1. В рівнянні (8) $A = 0$. Тоді

$$z = \sqrt{1 + \frac{h}{B}}.$$

2. Якщо в рівнянні (8) $A > 0$, то його можна перетворити до виду

$$\ln \frac{Bz^2}{A} + \frac{Bz^2}{A} = C, \quad (9)$$

$$\text{де } C = \frac{h+B}{A} + \ln \frac{B}{A},$$

Розв'язок рівняння (9) виражається через функцію Ламберта $W(\xi)$ [7, 8] і має вигляд:

$$\frac{Bz^2}{A} = W(e^C) \Rightarrow z = \sqrt{\frac{A}{B} W(e^C)}.$$

3. Якщо в рівнянні (8) $A < 0$, то воно зводиться до виразу:

$$\ln \frac{Bz^2}{|A|} - \frac{Bz^2}{|A|} = -d, \quad (10)$$

в якому

$$d = \frac{h+B}{|A|} - \ln \frac{B}{|A|}.$$

Розв'язок рівняння (10) також записується через функцію Ламберта у вигляді:

$$z = \sqrt{\frac{A}{B} W(-e^{-d})}. \quad (11)$$

Таким чином, для розрахунку дальності польоту частинки вздовж каналу потрібно визначити z , потім t та підставити його у формулу (5).

Традиційно на практиці вихідні значення параметрів такі, що $A < 0$ і z приходиться визначати за формулою (11), тобто маємо справу з функцією Ламберта від'ємного аргументу. В цьому випадку її значення можна визначити методом лінійної інтерполяції за таблицею 1, наведеній в монографії [9, с. 181], яку приводимо нижче.

За викладеною теорією провели розрахунок мінімальної і максимальної дальності польоту зерна пшениці по каналу з параметрами:

$$\alpha = 20^\circ; h = 0,3 \text{ м при різних } V.$$

Граничні значення коефіцієнта вітрильності визначили за формулою

$$k = \frac{g}{g_*^2},$$

де g_* - швидкість витання частинки.

Враховуючи що [10] $\min g_* = 8,5 \text{ м/с}$, $\max g_* = 11,5 \text{ м/с}$ знаходимо $k_1 = \min k = 0,074 \text{ м}^{-1}$; $k_2 = \max k = 0,136 \text{ м}^{-1}$.

Розглянемо спочатку випадок, коли часточка надходить до каналу з нульовою початковою швидкістю, тобто $g_1 = g_2 = 0$. Розраховані для нього значення параметрів при $k = k_1$ зведені в табл. 2, а при $k = k_2$ – в табл. 3 в яких додатково наведені значення $\Delta x = \max x - \min x$.

Таблиця 1 – Значення функції Ламберта від'ємного аргументу:

$$F(\xi) = -10^4 W(\xi)$$

| $-10^3 \xi$ | $F(\xi)$ | $-10^3 \xi$ | $F(\xi)$ | $-10^3 \xi$ | $F(\xi)$ | $-10^3 \xi$ | $F(\xi)$ |
|--------------------|----------|-------------|----------|-------------|----------|-------------|----------|
| 10 ³ /e | 10000 | 345 | 14024 | 225 | 23432 | 105 | 35092 |
| 367,5 | 10461 | 340 | 14512 | 220 | 23821 | 100 | 35772 |
| 367 | 10708 | 335 | 14973 | 215 | 24215 | 95 | 36481 |
| 366 | 11047 | 330 | 15413 | 210 | 24614 | 90 | 37223 |
| 365 | 11307 | 325 | 15837 | 205 | 25017 | 85 | 38001 |
| 364 | 11528 | 320 | 16248 | 200 | 25426 | 80 | 38821 |
| 363 | 11724 | 315 | 16650 | 195 | 25842 | 75 | 39687 |
| 362 | 11904 | 310 | 17044 | 190 | 26263 | 70 | 40606 |
| 361 | 12071 | 305 | 17431 | 185 | 26692 | 65 | 41585 |
| 360 | 12228 | 300 | 17813 | 180 | 27128 | 60 | 42635 |
| 359 | 12376 | 295 | 18191 | 175 | 27572 | 55 | 43767 |
| 358 | 12518 | 290 | 18566 | 170 | 28025 | 50 | 44998 |
| 357 | 12654 | 285 | 18939 | 165 | 28487 | 45 | 46347 |
| 356 | 12785 | 280 | 19310 | 160 | 28959 | 40 | 47842 |
| 355 | 12912 | 275 | 19680 | 155 | 29442 | 35 | 49522 |
| 354 | 13035 | 270 | 20050 | 150 | 29936 | 30 | 51445 |
| 353 | 13155 | 265 | 20419 | 145 | 30443 | 25 | 53696 |
| 352 | 13272 | 260 | 20789 | 140 | 30963 | 20 | 56423 |
| 351 | 13386 | 255 | 21160 | 135 | 31498 | 15 | 59898 |
| 350 | 13497 | 250 | 21533 | 130 | 32049 | 10 | 64728 |
| 349 | 13606 | 245 | 21907 | 125 | 32617 | 5 | 72840 |
| 348 | 13713 | 240 | 22284 | 120 | 33203 | 0 | 0 |
| 347 | 13819 | 235 | 22663 | 115 | 33810 | | |
| 346 | 13922 | 230 | 23046 | 110 | 34439 | | |

Розрахунки підтвердили, що із збільшенням швидкості повітряного потоку збільшується $\max x$ та Δx , хоч їх співвідношення залишається майже сталим. Залежність дальності польоту частинок від швидкості повітряного потоку V нелінійна.

Таблиця 2 – Значення параметрів при $k = k_1$, $B = -A$

| V , м/с | A , м | d | $W(-e^{-d})$ | t , с | $\min x$, м |
|-----------|---------|-------|--------------|---------|--------------|
| 11 | -3,478 | 1,086 | -1,474 | 0,263 | 0,169 |
| 14 | -2,147 | 1,140 | -1,625 | 0,265 | 0,331 |
| 17 | -1,456 | 1,206 | -1,781 | 0,267 | 0,526 |
| 20 | -1,052 | 1,285 | -1,956 | 0,269 | 0,753 |

Таблиця 3 – Значення параметрів при $k = k_2$, $B = -A$

| V , м/с | A , м | d | $W(-e^{-d})$ | t , с | $\max x$, м | Δx , м |
|-----------|---------|-------|--------------|---------|--------------|----------------|
| 11 | -1,030 | 1,291 | -1,968 | 0,269 | 0,205 | 0,205 |
| 14 | -0,636 | 1,472 | -2,309 | 0,273 | 0,317 | 0,317 |
| 17 | -0,431 | 1,696 | -2,683 | 0,276 | 0,443 | 0,443 |
| 20 | -0,311 | 1,965 | -3,096 | 0,279 | 0,582 | 0,582 |

Для з'ясування впливу початкової швидкості надходження частинок в канал на параметри їх руху виконані розрахунки при $\mathcal{G}_1 = -0,182 \text{ м/с}$; $\mathcal{G}_2 = 0,5 \text{ м/с}$ (вертикальний рух донизу) та попередніх вихідних даних.

Результати розрахунків наведені в таблицях 4 і 5.

Таблиця 4 складена при розрахунках $\min x$, а таблиця 5 при розрахунках $\max x$. Тут, на відміну від попереднього випадку, $B \neq -A$.

Таблиця 4 – Значення $\min x$ при $k = k_1$, $B \neq -A$

| V , м/с | A, м | B, м | d | $W(-e^{-d})$ | t, с | $\min x$, м |
|-----------|--------|-------|-------|--------------|-------|--------------|
| 11 | -3,064 | 3,366 | 1,102 | -1,522 | 0,214 | 0,082 |
| 14 | -1,840 | 2,078 | 1,178 | -1,704 | 0,218 | 0,198 |
| 17 | -1,213 | 1,410 | 1,259 | -1,902 | 0,220 | 0,338 |
| 20 | -0,851 | 1,018 | 1,370 | -2,123 | 0,222 | 0,502 |

Таблиця 5 – Значення $\max x$ при $k = k_2$, $B \neq -A$

| V , м/с | A, м | B, м | d | $W(-e^{-d})$ | t, с | $\max x$, м | Δx , м |
|-----------|--------|-------|-------|--------------|-------|--------------|----------------|
| 11 | -0,832 | 0,997 | 1,378 | -2,138 | 0,221 | 0,233 | 0,151 |
| 14 | -0,485 | 0,615 | 1,649 | -2,607 | 0,225 | 0,432 | 0,234 |
| 17 | -0,310 | 0,417 | 2,016 | -3,470 | 0,229 | 0,674 | 0,336 |
| 20 | -0,210 | 0,301 | 2,502 | -3,851 | 0,233 | 0,957 | 0,455 |

При вертикальній початковій швидкості частинки, рівній 0,532 м/с, зменшився час руху вздовж каналу, а також зменшились $\min x$, $\max x$ та Δx . Наявність поперечної складової початкової швидкості \mathcal{G}_2 погіршило поділяючу здатність каналу.

Для визначення похибки отриманих наближених формул виконане числове інтегрування системи (1) при початкових умовах (2). Результати інтегрування для наведених раніше значень t та інших параметрів наведені в табл. 6.

Порівняння результатів розрахунків показує високу ступінь відповідності результатів отриманих за допомогою розрахункових формул та числового інтегрування вихідних рівнянь що підтверджує можливість введення запропонованих спрощень.

Таблиця 6 – Результати числового розв'язку задачі Коші

| V , м/с | $\mathcal{G}_1 = 0, \mathcal{G}_2 = 0$ | | | $\mathcal{G}_1 = -0,182 \text{ м/с}, \mathcal{G}_2 = 0,5 \text{ м/с}$ | | |
|-----------|--|--------------|----------------|---|--------------|----------------|
| | $\min x$, м | $\max x$, м | Δx , м | $\min x$, м | $\max x$, м | Δx , м |
| 11 | 0,170 | 0,376 | 0,206 | 0,083 | 0,234 | 0,151 |
| 14 | 0,332 | 0,650 | 0,318 | 0,199 | 0,434 | 0,235 |
| 17 | 0,527 | 0,970 | 0,443 | 0,339 | 0,676 | 0,337 |
| 20 | 0,754 | 1,337 | 0,583 | 0,503 | 0,959 | 0,456 |

Висновки. При невеликих кутах нахилу повітряного каналу розрахунок балістичних параметрів частинок, в тому числі і поділяючу здатність каналу, можна проводити за допомогою отриманих компактних формул, використовуючи таблицю функцій Ламберта.

Список літератури

1. Васильковський М.І. Аналіз сучасного стану повітряної сепарації зерна / М.І. Васильковський, С.Я. Гончарова, С.М. Лещенко, О.В. Нестеренко // Конструювання, виробництво та експлуатація

2. Єрмак В.П. Обґрунтування способу сепарування соняшника у повітряних потоках: Автореф. дис. канд. техн. наук. – Луганськ, 2003. – 21 с.
3. Абдуєв М.М. Обґрунтування параметрів сепаратора з нахиленим повітряним каналом для розділення зернових сумішей: Автореф. дис. канд. техн. наук. – Харків, 2007. – 21 с.
4. Степаненко С.П. Дослідження процесу пневматичної сепарації насіння в кільцевому зигзагоподібному сепараторі // Механізація сільськогосподарського виробництва: Вісник ХНТУСГ. – Харків: ХНТУСГ, 2008. – С. 59-65.
5. Бакум М.В., Крекот М.М. Дослідження впливу основних параметрів пневматичного сепаратора на якість очищення насіння редиски // Сільськогосподарські машини: Зб. наук. ст. – Вип. 18. Луцьк: ЛНТУ, 2009. – С. 14-19.
6. Лещенко С.М. Підвищення ефективності попереднього очищення зернових сумішей / С.М. Лещенко, О.М. Васильковський, М.І. Васильковський, В.В. Гончаров // Сільськогосподарські машини: Зб. наук. ст. – Вип. 18. Луцьк: ЛНТУ, 2009. – С. 230-235.
7. Corless R.M., Gonnet G.H., Hare D.E.G., Jeffrey D.J. and Knuth D.E. On The Lambert W Function // Advances in Computational Math., V. 5, 1996, p. 329-359.
8. Fariel Shafee. Lambert function and new non-extensive form of entropy // IMA Journal of Applied Mathematics, V. 72, 2007, p. 785-800.
9. Кучеренко С.І. Балістика крапель, які випаровуються при польоті / С.І. Кучеренко, В.П. Ольшанський, С.В. Ольшанський, Л.М. Тищенко // Харків: ХНТУСГ, 2007. – 304 с.
10. Гортинский В.В., Демский А.Б., Борискин М.А. Процессы сепарирования на зернообработывающих предприятиях. М.: Колос, Изд. второе, 1980. – 304 с.

М. Бакум, В. Ольшанський, М. Крекот

Исследование движения частиц в квазигоризонтальном плоском канале пневматических сепараторов

Вследствие аналитического решения упрощенных нелинейных уравнений движения частицы в однородном воздушном потоке получены формулы для расчетов скорости и траектории их полета в плоском канале с малым углом наклона к горизонту. Определение дальности полета частиц в канале заданной высоты, а также его разделяющей возможности за предельным значением коэффициента парусности семян, сведен к использованию таблицы специальной функции Ламберта.

М. Bakum, V. Ol'shanskiy, M. Krekot

The research of particle motion in quasi-horizontal flat channel of pneumatic separators

In the investigation of analytical decision of the simplified nonlinear evening of particle motion in the homogeneous current of air the got formulas for computations of speed and trajectory of their flight in a flat channel with the small angle of slope to horizon. The determination of particle flight distance in the channel of decision height, and also his dividing possibility after the maximum value of coefficient of the air current seed, Lambert is taken to the use of table of the special function.

Одержано 18.09.09