

УДК 631.362

В.П. Ольшанський, проф., д-р фіз.-мат. наук, С.В. Ольшанський, інж.*Харківський національний технічний університет сільського господарства ім. Петра Василенка*

Спрощений розрахунок коливань зернової суміші, які спричинені нерівномірним обертанням циліндричного решета

Розглянуто усталені коливання швидкості обертального руху кільцевих шарів вібророзрідженої зернової суміші, які виникають за періодичної зміни кутової швидкості обертання циліндричного віброрешета навколо вертикальної вісі. Завдяки спрощенню диференціального рівняння руху, зміна колової швидкості за часом і за радіальною координатою описана за допомогою елементарних функцій.

коливання, зернова суміш, вібророзрідження, циліндричне решето, нерівномірне обертання

Постановка проблеми. Використовуючи вібрації, інтенсифікують сегрегацію зернових сумішей при їх решітному сепаруванні. Для вибору раціональних значень амплітуд і частот коливань віброрешіт потрібно знати закономірності розповсюдження вібраційних полів в рухомих сипких матеріалах. Тому моделювання коливань в шарі рухомої зернової суміші, представляє науково-прикладний інтерес. Враховуючи аналогію в русі в'язкої рідини та сипкого середовища в умовах вібрацій, для описання поля швидкостей у вібророзрідженій зерновій суміші, часто використовують рівняння течії в'язкої рідини. Але розв'язок граничних задач гідродинаміки приводить до складних математичних моделей, у зв'язку з чим набуває актуальності побудова високоточних наближених розв'язків, адаптованих для інженерних розрахунків.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. Математичне моделювання гармонічних коливань зернової суміші на плоскому віброрешеті, як шару в'язкої рідини, проводилось в [1]. Значно менше публікацій пов'язано з дослідженням коливань зернової суміші в циліндричному решеті. Серед них відзначимо [2,3], де визначалася залежність поздовжньої проекції швидкості потоку від часу при вібраціях, спрямованих по вісі вертикального решета. Розв'язок граничної задачі представлено в функціях Кельвіна. Вібраційне поле в кільцевому шарі зернової суміші, яке виникає при нерівномірному обертанні решета з гармонічними пульсаціями кутової швидкості, досліджено в [4]. Коливання колової швидкості в суміші описано за допомогою циліндричних функцій комплексного аргументу. Для проведення розрахунків рекомендовано використовувати асимптотику функцій Бесселя великого аргументу. До більш ранніх робіт, в яких розглянуто вплив нерівномірності обертання решета на сегрегацію та просіювання прохідної фракції через решето, відносяться [5,6]. На відміну від названих публікацій, тут ставиться задача розробки спрощеної моделі коливань колової швидкості в суміші, яка базується на тому, що товщина кільцевого шару мала у порівнянні з радіусом решета.

Метою роботи є уведення та апробація розрахунками формул, які описують коливання колової швидкості в суміші, спричинені гармонічними пульсаціями швидкості обертання циліндричного решета навколо вертикальної вісі.

Основна частина роботи. При розробці математичних моделей дотримуємося розрахункової схеми, яка представлена на рис.1.

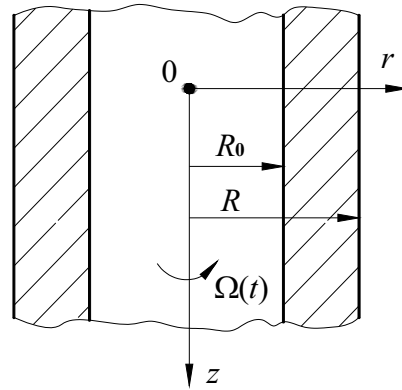


Рисунок 1 – Розрахункова схема

Через r позначено радіальну координату, зміна якої відбувається на інтервалі $r \in [R_0; R]$, де R_0 – внутрішній радіус кільцевого шару суміші; R – радіус решета. Використовуючи ці радіуси, легко обчислити товщину кільцевого шару: $h = R - R_0$.

Зміну кутової швидкості обертання решета описуємо виразом

$$\Omega(t) = \omega_1 + A \cos(\omega t),$$

в якому ω_1 – стала складова; A, ω – відповідно амплітуда та частота коливань $\Omega(t)$; t – час.

Згідно [4], колову швидкість $u_\varphi(r, t)$ в усталеному режимі руху визначаємо по формулі

$$u_\varphi(r, t) = \omega_1 r + \operatorname{Re}(w(r)e^{i\omega t}), \quad (1)$$

де $i = \sqrt{-1}$; $w(r)$ – комплексна функція дійсного аргументу, яка є розв'язком крайової задачі:

$$\frac{d^2 w}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{dw}{dr} - \left(\frac{i\omega}{v} + \frac{1}{r^2} \right) w = 0, \quad (2)$$

$$\operatorname{Re} w(R) = R \cdot A;$$

$$\operatorname{Im} w(R) = \frac{d}{dz} \operatorname{Im} \left(\frac{w}{r} \right) \Big|_{r=R_0} = \frac{d}{dr} \operatorname{Re} \left(\frac{w}{r} \right) \Big|_{r=R_0} = 0. \quad (3)$$

У рівнянні (2) v – ефективна кінематична вібров'язкість зернової суміші. Вона залежить від механіко-технологічних характеристик суміші та параметрів вібрацій решета [7].

У реальних умовах роботи сепараторів $h \ll R$, тому r^{-1} змінюється на короткому проміжку. Наприклад, коли $h = 0,01$ м, $R = 0,3075$ м, то $1/r \in [3,252; 3,361]$.

З невеликою похибкою можна прийняти $1/r \approx \frac{2}{R_0 + R} = 3,306$. Доданок $1/r^2$ в (2) має

дещо більшу зміну, але вона мала порівняно з ω/v . Тому з метою спрощення розрахунків далі замість (2) будемо розв'язувати рівняння зі сталими коефіцієнтами

$$\frac{d^2 w}{dr^2} + \frac{1}{r_*} \frac{dw}{dr} - \left(\frac{i\omega}{v} + \frac{1}{r_*^2} \right) w = 0, \quad (4)$$

в якому $r_* = 0,5(R_0 + R)$.

Характеристичне рівняння

$$K^2 + \frac{1}{r_*} K - \frac{i\omega}{v} - \frac{1}{r_*^2} = 0,$$

що відповідає (4), має комплексні корені:

$$K_1 = \alpha_1 + i\beta_1, \quad K_2 = \alpha_2 - i\beta,$$

$$\text{де } \alpha_{1,2} = -\frac{1}{2r_*} \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\sqrt{\frac{25}{16r_*^4} + \frac{\omega^2}{v^2}} + \frac{5}{4r_*^2}}; \quad \beta = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\sqrt{\frac{25}{16r_*^4} + \frac{\omega^2}{v^2}} - \frac{5}{4r_*^2}}.$$

Загальний розв'язок (4)

$$w(r) = (c_1 + ic_2) \exp[(\alpha_1 + i\beta)\xi] + (c_3 + ic_4) \exp[(\alpha_2 - i\beta)\xi], \quad (5)$$

записаний відносно допоміжної змінної $\xi = r - R_0$, містить чотири дійсні сталі:

c_1, c_2, c_3, c_4 . Їх визначаємо за допомогою граничних умов (3). Підстановка (5) в (3)

приводить до системи рівнянь:

$$\begin{aligned} \exp[(\alpha_1 - \alpha_2)h] \cdot [c_1 \cos(\beta h) - c_2 \sin(\beta h)] + c_3 \cos(\beta h) + c_4 \sin(\beta h) &= RA \exp(-\alpha_2 h); \\ \exp[(\alpha_1 - \alpha_2)h] \cdot [c_1 \sin(\beta h) + c_2 \cos(\beta h)] - c_3 \sin(\beta h) + c_4 \cos(\beta h) &= 0; \\ c_1(R_0\alpha_1 - 1) - c_2R_0\beta + c_3(R_0\alpha_2 - 1) + c_4R_0\beta &= 0; \\ c_1R_0\beta + c_2(R_0\alpha_1 - 1) - c_3R_0\beta + c_4(R_0\alpha_2 - 1) &= 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Розв'язавши систему (6), знаходимо константи:

$$\begin{aligned} c_1 &= \frac{RAa_1}{a_1^2 + a_2^2} \cdot \exp(-\alpha_2 h); & c_2 &= \frac{RAa_1}{a_1^2 + a_2^2} \cdot \exp(-\alpha_2 h); \\ c_3 &= \delta_1 c_1 + \delta_2 c_2; & c_4 &= -\delta_2 c_1 + \delta_1 c_2. \\ a_1 &= \{\exp[(\alpha_1 - \alpha_2)h] + \delta_1\} \cos(\beta h) - \delta_2 \sin(\beta h); \\ a_2 &= \{\delta_1 - \exp[(\alpha_1 - \alpha_2)h]\} \sin(\beta h) + \delta_2 \cos(\beta h); \\ \delta_1 &= \frac{(\sigma - \alpha_1) \cdot (\alpha_2 - \sigma) + \beta^2}{(\alpha_2 - \sigma)^2 + \beta^2}; & \delta_2 &= \frac{\beta \cdot (\alpha_1 + \alpha_2 - 2\sigma)}{(\alpha_2 - \sigma)^2 + \beta^2}; & \sigma &= \frac{1}{R_0}. \end{aligned}$$

Використовуючи значення c_j , $j = \overline{1;4}$, а також (1) і (5), отримуємо формулу колової швидкості руху шару:

$$u_\varphi(r, t) = \omega_1 r + B_1(\xi) \cos(\omega t) - B_2(\xi) \sin(\omega t). \quad (7)$$

В ній

$$\begin{aligned} B_1(\xi) &= \exp(\alpha_1 \xi) [c_1 \cos(\beta \xi) - c_2 \sin(\beta \xi)] + \exp(\alpha_2 \xi) [c_3 \cos(\beta \xi) + c_4 \sin(\beta \xi)]; \\ B_2(\xi) &= \exp(\alpha_1 \xi) [c_1 \sin(\beta \xi) + c_2 \cos(\beta \xi)] + \exp(\alpha_2 \xi) [c_4 \cos(\beta \xi) - c_3 \sin(\beta \xi)]. \end{aligned}$$

Якщо в роботі [4] множники $B_1(\xi)$ і $B_2(\xi)$ виражали за допомогою функцій Кельвіна, то тут, в результаті «заморожування» змінних коефіцієнтів рівняння руху, ці множники вдалося виразити в елементарних функціях. Щоб переконатися в прийнятній точності отриманого спрощеного розв'язку проведемо порівняння числових результатів, до яких приводять точний та наближений розв'язки.

Для проведення розрахунків беремо наступні вихідні дані [4]: $\rho = 750 \text{ кг/м}^3$; $h = 0,01 \text{ м}$; $A = 1,2 \text{ с}^{-1}$; $\omega_1 = 11,77 \text{ с}^{-1}$; $\rho v = 0,66 \text{ Па}\cdot\text{с}$; $R = 0,3075 \text{ м}$. Розраховані по (7) значення $u_\varphi(r, t)$ записано в таблиці 1 і 2.

Таблиця 1 – Значення $u_\varphi(\xi, t)$ за $\omega = 2\omega_1$

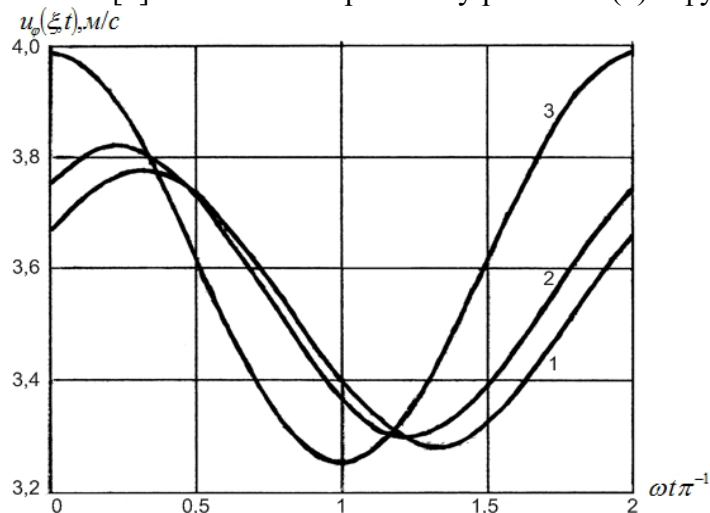
$\frac{\omega t}{\pi}$	$u_\varphi(\xi, t)$, м/с			$\frac{\omega t}{\pi}$	$u_\varphi(\xi, t)$, м/с		
	$\xi = 0,25h$	$\xi = 0,5h$	$\xi = h$		$\xi = 0,25h$	$\xi = 0,5h$	$\xi = h$
0,0	3,67	3,75	3,99	1,0	3,39	3,37	3,25
0,1	3,73	3,80	3,97	1,1	3,34	3,32	3,27
0,2	3,76	3,82	3,92	1,2	3,30	3,30	3,32
0,3	3,78	3,81	3,84	1,3	3,28	3,31	3,40
0,4	3,77	3,78	3,73	1,4	3,29	3,34	3,51
0,5	3,74	3,73	3,62	1,5	3,33	3,39	3,62
0,6	3,68	3,67	3,51	1,6	3,38	3,46	3,73
0,7	3,62	3,59	3,40	1,7	3,45	3,53	3,84
0,8	3,54	3,51	3,32	1,8	3,52	3,61	3,92
0,9	3,46	3,43	3,27	1,9	3,60	3,69	3,97

Швидкості в таблиці 2 відповідають більш високій частоті коливань решета.

 Таблиця 2 – Значення $u_\varphi(\xi, t)$ за $\omega = 4\omega_1$

$\frac{\omega t}{\pi}$	$u_\varphi(\xi, t)$, м/с			$\frac{\omega t}{\pi}$	$u_\varphi(\xi, t)$, м/с		
	$\xi = 0,25h$	$\xi = 0,5h$	$\xi = h$		$\xi = 0,25h$	$\xi = 0,5h$	$\xi = h$
0,0	3,55	3,65	3,99	1,0	3,51	3,47	3,25
0,1	3,59	3,69	3,97	1,1	3,47	3,43	3,27
0,2	3,63	3,72	3,92	1,2	3,43	3,40	3,32
0,3	3,66	3,73	3,84	1,3	3,40	3,39	3,40
0,4	3,68	3,73	3,73	1,4	3,38	3,39	3,51
0,5	3,68	3,71	3,62	1,5	3,38	3,41	3,62
0,6	3,67	3,67	3,51	1,6	3,39	3,45	3,73
0,7	3,64	3,62	3,40	1,7	3,42	3,50	3,84
0,8	3,61	3,57	3,32	1,8	3,46	3,55	3,92
0,9	3,56	3,52	3,27	1,9	3,50	3,60	3,97

Для порівняння на рис. 2 і 3 нанесено графіки зміни $u_\varphi(r, t)$ в часі, розраховані за допомогою отриманого в [4] аналітичного розв'язку рівняння (2) в функціях Кельвіна.


 Рисунок 2 – Залежності колової швидкості від часу для різних ξ :

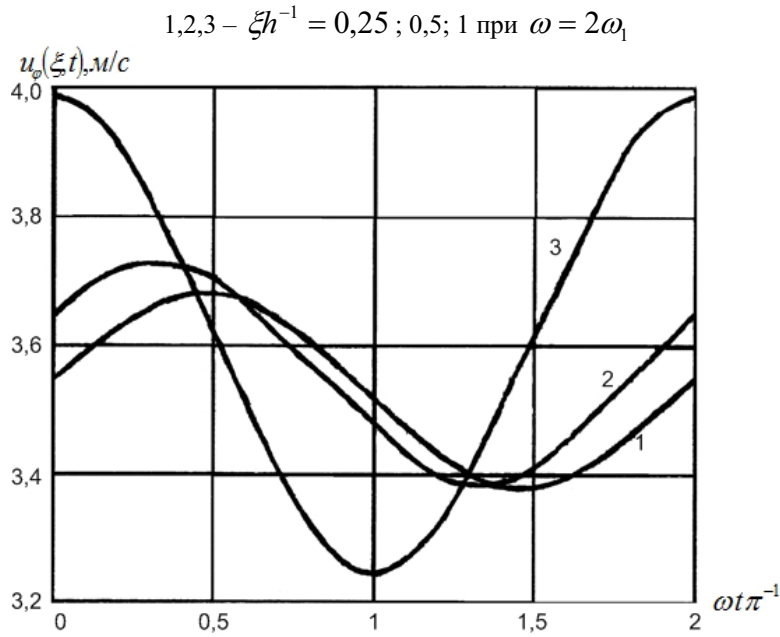


Рисунок 3 – Залежності колової швидкості від часу для різних ξ :

$1,2,3 - \xi h^{-1} = 0,25 ; 0,5 ; 1$ при $\omega = 4\omega_1$

Співставлення результатів, отриманих двома способами, приводять до висновку, що наближені значення швидкості в таблицях досить близькі до точних значень її на відповідних графіках, тобто спрощений метод не дає великих похибок розрахунку.

Висновок про затухання коливань з віддаленням від поверхні віброрешета вглиб шару дозволяють зробити графіки на рис.4, які розраховано по формулі (7) для трьох товщин h за $\omega = 2\omega_1$.

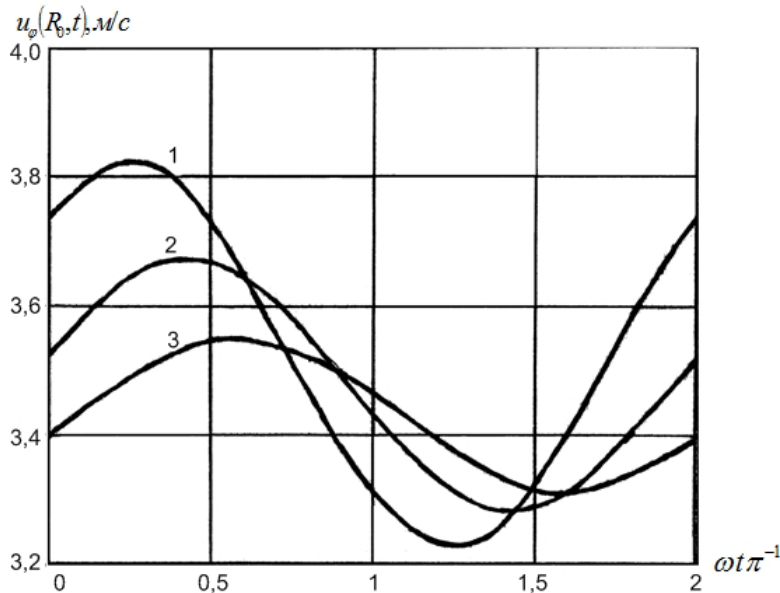


Рисунок 4 – Графіки коливань $u_\varphi(R_0, t)$ за різних h :

$1,2,3 - h = 0,008 ; 0,012 ; 0,016 \text{ м}$

Зі збільшенням h суттєво зменшується амплітуда коливань колової швидкості на вільній поверхні кільцевого шару зернової суміші.

Затухання коливань посилюється зі збільшенням їх частоти. Це підтверджується графіками на рис. 5, розрахованими для попередніх вихідних даних по (7) за $h = 0,009$ м і двох значеннях ω .

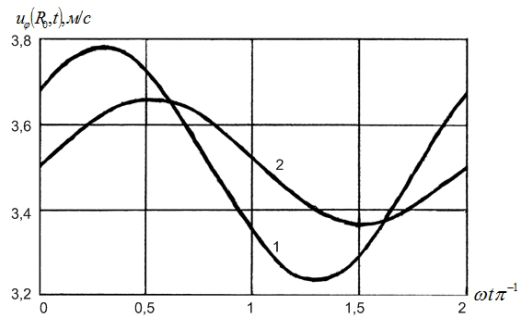


Рисунок 5 – Графіки коливань $u_{\varphi}(R_0, t)$ за різних ω : 1, 2 – $\omega = 2\omega_1$; $5\omega_1$

Амплітуда коливань колової швидкості за $\omega = 5\omega_1$ суттєво менша, ніж при $\omega = 2\omega_1$.

Таким чином, викладена спрощена теорія дозволяє проводити розрахунок коливань колової швидкості в кільцевому шарі псевдорозрідженої зернової суміші без обчислення значень спеціальних функцій.

Список літератури

1. Тищенко Л.Н. Виброрешетная сепарация зерновых смесей / Л.Н. Тищенко, В.П. Ольшанский, С.В. Ольшанский. – Харків: Міськдрук, 2011. – 280 с.
2. Ольшанский В.П. Колебания скорости потока сепарируемой зерновой смеси на цилиндрическом виброрешете / В.П. Ольшанский, С.В. Ольшанский // Динаміка і міцність машин: Вісник НТУ «ХП». – Харків: НТУ, 2010. – Вип. 69. – С. 100-108.
3. Тищенко Л.Н. Кинетика сепарируемых зерновых смесей в вертикальных цилиндрических виброрешетах /Л.Н. Тищенко, В.П. Ольшанский, С.В. Ольшанский // Вібрації в техніці та технологіях. – 2011. – № 1(61). – С. 177-181.
4. Ольшанский В.П. Колебания зерновой смеси во вращающемся цилиндрическом решете, с периодическим изменением угловой скорости / В.П. Ольшанский, С.В. Ольшанский // Технічний сервіс АПК, техніка та технології у сільськогосподарському машинобудуванні: Вісник ХНТУСГ. – Харків: ХНТУСГ, 2010. – Вип. 106. – С. 169-175.
5. Бок Н.Б. Интенсификация сепарирования зерна цилиндрическими решетками / Н.Б. Бок, Г.П. Кузьмин // Земледельческая механика: сб. науч. тр. – М., 1968. – Т. 109. – С. 24-27.
6. Шуляков А.Г. Некоторые вопросы просеивающей способности цилиндрического решета, совершающего круговые колебания в плоскости своего вращения / А.Г. Шуляков // Труды ЧИМЭСХ. – Челябинск, 1972. – Вып. 69. – С. 75-80.
7. Тищенко Л.Н. Сравнение двух способов определения коэффициента вибровязкости псевдооживленной зерновой смеси при виброцентробежном сепарировании / Л.Н. Тищенко, Ф.М. Абдуева, В.П. Ольшанский // Вібрації в техніці та технологіях. – 2008. – № 1(50). – С. 96-100.

В. Ольшанский, С. Ольшанский

Упрощенный расчет колебаний зерновой смеси, вызванных неравномерным вращением цилиндрического решета

Рассмотрены установившиеся колебания скорости вращательного движения кольцевых слоев виброоживленной зерновой смеси, возникающие при периодическом изменении угловой скорости вращения цилиндрического виброрешета вокруг вертикальной оси. Благодаря упрощению дифференциального уравнения движения, изменения окружной скорости по времени и по радиальной координате описано с помощью элементарных функций.

V. Olshanskii, S. Olshanskii

Simplified calculation of fluctuations of grain mix, caused by uneven rotating cylindrical sieve

We consider the usual fluctuations of velocity rotation of circular layers vibroliquefaction grain mixture arising from the periodic change of angular velocity of rotation around of the vertical cylinder vibrosieve axis. By simplifying the differential equations of motion, angular velocity changes in time and radial coordinate described by using elementary functions.

Одержано 04.07.11