

УДК 629.3.015.5

**Б.М. Шифрин, доц., канд. техн. наук**

*Государственная летная академия Украины, Кировоград*

## Линейная модель колебаний подвески шасси пневмоколесной машины

Рассматриваются вынужденные колебания подвески шасси пневмоколесной машины (автомобиля, самолета и т.п.). Внешнее возбуждение обусловлено зависимостью нормальной реакции опорной поверхности от времени. Теоретически изучены вертикальные колебания и колебания в направлении оси пневмоколеса. Введено понятие критической скорости движения машины. Изготовлен стенд, с помощью которого наблюдались изучаемые колебания.  
**колебания, шасси, дисбаланс**

В настоящей работе рассматриваются вертикальные колебания и колебания в направлении оси пневмоколеса подвески шасси пневмоколесной машины. Изучение актуально, поскольку способствует повышению безопасности движения и усталостной прочности машины.

Предположено, что пневмоколесо резко повернуто на немалый угол и в изучаемом диапазоне скоростей поперечная сила трения не зависит от углов увода. Такие участки зависимости силы трения от угла увода можно наблюдать на многих экспериментальных кривых при углах увода больших примерно десяти градусов [1, 2]. В нашем случае возбуждение колебаний (как вертикальных, так и поперечных) обусловлено неровностями дорожного профиля и/или статическим дисбалансом пневмоколеса. В работах [3, 4] рассматриваются колебания подвески шасси в направлении оси пневмоколеса при углах увода до десяти градусов, когда зависимость поперечной силы от углов увода нелинейная и монотонно возрастает.

**Постановка задачи и математическая модель колебаний.** На рис. 1 показан вид сверху на подвеску шасси пневмоколесной машины. Машина движется прямолинейно и равномерно со скоростью  $\vec{V} = const$ . Пневмоколесо повернуто на угол  $\Delta_0$  и удерживается от дальнейших поворотов,  $\Delta_0 = const$ . Ось координат  $OZ$  направлена по оси пневмоколеса. При смещениях пневмоколеса вдоль упомянутой оси возникают упругая сила  $-c_z z$  и сила вязкого трения  $-k_z (dz/dt)$ , где  $t$  – время в секундах. Полагаем, что центр масс пневмоколеса  $C$  (черная точка на рисунке) не совпадает с точкой  $O$ , а движение происходит по дороге, имеющей неровности, рис. 2. Введем обозначения:

$n$  – число масс, образующих статический дисбаланс;

$m_{ei}$  – несбалансированная масса с номером  $i$ ;

$m$  – масса пневмоколеса, исключая несбалансированные массы.

Запишем уравнение движения пневмоколеса в направлении оси  $OZ$ :

$$(m + m_\varepsilon) \frac{d^2 z}{dt^2} + c_z z + k_z \frac{dz}{dt} = -\mu_* N, \quad (1)$$

где  $m_\varepsilon = \sum_{i=1}^n m_{\varepsilon i}, m_\varepsilon \ll m$ ;

$\mu_* = const$  – коэффициент трения;

$N$  – нормальная нагрузка.

В правой части уравнения записана поперечная сила трения. Статический дисбаланс и неровности дороги обуславливают зависимость силы  $N$  от времени:

$$N = N(t) = G + \Delta N(t), \quad (2)$$

где  $G = const$  – нормальная нагрузка при отсутствии дисбаланса и неровностей профиля дороги,

$\Delta N(t)$  – нормальная нагрузка, обусловленная дисбалансом и неровностями,

$$G = (m + m_\varepsilon + M)g,$$

где  $M$  – масса корпуса, приходящаяся на данную опору;

$g$  – ускорение свободного падения.

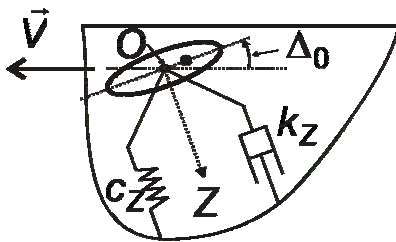


Рисунок 1 – Модель поперечных колебаний

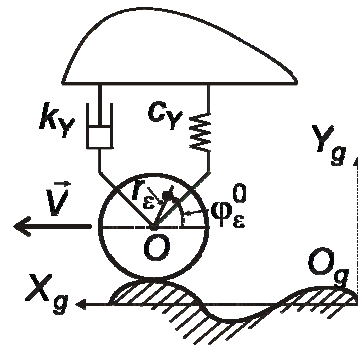


Рисунок 2 - Модель вертикальных колебаний

Конечной своей задачей считаем изучение обстоятельств, могущих привести к опасным колебаниям  $z(t)$ . Для теоретического решения этого вопроса нужно найти выражение  $N(t)$ . С этой целью рассмотрим вертикальные колебания подвески шасси (рис. 2), для чего запишем следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} M \frac{d^2 Y}{dt^2} + k_y \left( \frac{dY}{dt} - \frac{dy_o}{dt} \right) + c_y (Y - y_o) = -Mg, \\ (m + m_\varepsilon) \frac{d^2 y_c}{dt^2} + k_y \left( \frac{dy_o}{dt} - \frac{dY}{dt} \right) + c (y_o - Y) = -(m + m_\varepsilon)g + N(t), \\ m y_o + \sum_{i=1}^n m_{\varepsilon i} r_{\varepsilon i} \sin(\omega_y t + \varphi_{\varepsilon i}^0) = (m + m_\varepsilon) y_c, \end{cases} \quad (3)$$

где  $O_g X_g Y_g$  – неподвижные оси координат;

$Y(t)$  – вертикальные координаты корпуса;

$y_o(t), y_c(t)$  – вертикальные координаты точек  $O$  и  $C$ ;

$k_y$  – коэффициент вязкого трения;

$c_y$  – жесткость упругой связи;

$r_{ei}$  – удаление от центра  $O$  несбалансированной массы с номером  $i$ ;

$\omega_y = V / R_n$ , где  $R_n$  – радиус пневмоколеса;

$\varphi_{ei}^0$  – начальный фазовый угол  $i$  – той массы.

Уравнения (3) описывают вертикальные колебания (подпрыгивания) подвески шасси, если пневмоколесо несжимаемо и катится без продольного скольжения; уравнения нужно дополнить функцией  $y_o(t)$ . Первые два уравнения системы (3) являются уравнениями движения тел цепной структуры, третье – следует из теоремы Вариньона о центре параллельных сил. Расчетная схема рис. 2 часто применяется при изучении вертикальных колебаний автомобиля [5, 6].

При безотрывном движении несжимаемого пневмоколеса по «синусоидальным» неровностям имеем:

$$y_o(t) = h_o \sin(2\pi x / H_*) + R_n, x = Vt, \quad (4)$$

где  $h_o$  – высота горба неровности;

$H_*$  – длина волны неровности.

Уравнения (3), (4) позволяют найти функции  $Y(t), N(t), y_c(t)$ .

Введем в рассмотрение эффективное удаление  $r_\varepsilon$  несбалансированной массы  $m_\varepsilon$ , ее начальный фазовый угол  $\varphi_\varepsilon^0$  и опишем принимаемые далее ограничения постановки задачи.

Величины  $r_\varepsilon$  и  $\varphi_\varepsilon^0$  удовлетворяют системе уравнений:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n m_{ei} r_{ei} \cos \varphi_{ei}^0 = m_\varepsilon r_\varepsilon \cos \varphi_\varepsilon^0 \\ \sum_{i=1}^n m_{ei} r_{ei} \sin \varphi_{ei}^0 = m_\varepsilon r_\varepsilon \sin \varphi_\varepsilon^0 \end{cases}.$$

Отсюда

$$r_\varepsilon = \frac{\sqrt{(\sum m_{ei} r_{ei} \cos \varphi_{ei}^0)^2 + (\sum m_{ei} r_{ei} \sin \varphi_{ei}^0)^2}}{m_\varepsilon} \quad \text{и} \quad \text{tg} \varphi_\varepsilon^0 = \frac{\sum m_{ei} r_{ei} \sin \varphi_{ei}^0}{\sum m_{ei} r_{ei} \cos \varphi_{ei}^0}.$$

Теперь сумму в третьем уравнении системы (3) можно записать как  $m_\varepsilon r_\varepsilon \sin \omega_y t$ .

Ограничимся специальным случаем:

$$2\pi V / H_* = \omega_y; \varphi_\varepsilon^0 = 0. \quad (5)$$

Из первого требования следует, что

$$H_* = 2\pi R_n \quad (6)$$

и поэтому требование (5.1) является требованием *специальной* длины волны неровностей дороги. При движении пневмоколесной машины с несбалансированным

пневмоколесом по неровностям «синусоидального» вида, имеющим специальную длину волны (6), возникают вынужденные подпрыгивания на частоте  $\omega_Y$ .

Полученное решение для несжимаемого пневмоколеса будет использовано для учета влияния податливости шины при нагружении силой  $N$ .

**Нормальная нагрузка на пневмоколесо.** Из (3), (4) для случая (5), (6) получим:

$$\frac{\Delta N(t)}{h_0 M \omega_1^2} = S_s \left( \frac{\omega_Y}{\omega_1}, \frac{m_\varepsilon}{m}, \frac{r_\varepsilon}{h_0}, \frac{\omega_2}{\omega_1} \right) \sin(\omega_Y t) + C_c \left( \frac{\omega_Y}{\omega_1}, \frac{m_\varepsilon}{m}, \frac{r_\varepsilon}{h_0}, \frac{\omega_2}{\omega_1} \right) \cos(\omega_Y t), \quad (7)$$

где  $\omega_1 = \sqrt{c_Y / M}$ ,  $\omega_2 = k_Y / M$ ;

$$S_s = -\frac{m}{M} \cdot \left( \frac{\omega_Y}{\omega_1} \right)^2 \left( 1 + \frac{m_\varepsilon}{m} \cdot \frac{r_\varepsilon}{h_0} \right) + 1 - A_0 + \left( \frac{\omega_2}{\omega_1} \right) \left( \frac{\omega_Y}{\omega_1} \right), \quad C_c = \left( \frac{\omega_2}{\omega_1} \right) \left( \frac{\omega_Y}{\omega_1} \right) (1 - A_0) - B_0;$$

$$A_0 = A_0 \left( \frac{\omega_Y}{\omega_1}, \frac{\omega_2}{\omega_1} \right), \quad B_0 = B_0 \left( \frac{\omega_Y}{\omega_1}, \frac{\omega_2}{\omega_1} \right);$$

$$A_0 \Delta = 1 - \left( \frac{\omega_Y}{\omega_1} \right)^2 + \left( \frac{\omega_2}{\omega_1} \cdot \frac{\omega_Y}{\omega_1} \right)^2; \quad B_0 \Delta = - \left( \frac{\omega_Y}{\omega_1} \right)^3 \left( \frac{\omega_2}{\omega_1} \right);$$

$$\Delta = \Delta \left( \frac{\omega_Y}{\omega_1}, \frac{\omega_2}{\omega_1} \right) = \left[ 1 - \left( \frac{\omega_Y}{\omega_1} \right)^2 \right]^2 + \left( \frac{\omega_2}{\omega_1} \cdot \frac{\omega_Y}{\omega_1} \right)^2.$$

Амплитудное значение силы  $\Delta N(t)$  обозначим  $A_{\Delta N}$ :

$$A_{\Delta N} = \sqrt{S_s^2 + C_c^2}.$$

Удовлетворимся выборочно назначенными базовыми значениями параметров задачи:

$$m / M = 0,05; r_\varepsilon / h_0 = 0,5; m_\varepsilon / m = 0,005.$$

На рис. 3 сплошной линией представлен график функции  $A_{\Delta N}(\omega_Y / \omega_1)$ ; на этом же рисунке пунктиром показана парабола  $A'_{\Delta N}(\omega_Y / \omega_1)$ :

$$A'_{\Delta N} = (m / M) (\omega_Y / \omega_1)^2.$$

Как видим, при  $\omega_Y > \omega_1$  выполняется условие  $A_{\Delta N} \approx A'_{\Delta N}$ . Всплеск сплошной линии отображает резонанс системы рис. 2. График рис. 3 будем рассматривать как базовый для оценки амплитуды периодической компоненты нормальной силы при качении несбалансированного пневмоколеса по специального вида неровностям дороги.

Применим полученный результат (7) для оценки влияния податливости шины, нагруженной силой  $N$ . По-прежнему будем полагать, что точка  $O$  движется по закону (4), но откажемся от рассмотрения величины  $h_o$  как высоты горба неровностей и сформулируем следующий вопрос: «При каком профиле дороги

$$y_*(t) = h_* \sin(2\pi x / H_* + \varphi_*), x = Vt \tag{8}$$

точка  $O$  будет двигаться по закону (4), если жесткость шины при нагрузке  $N$  не бесконечная, а равна  $c_Y^u$ ?»

Понятно, что (а) для ответа на вопрос определить следует лишь величины  $h_*$ ,  $\varphi_*$ ; (б) нагрузка  $\Delta N$  известна, она определяется зависимостью (7).

Обратимся к рис. 4 и запишем:

$$-c_Y^u [y_*(t) - (y_o(t) - R_n)] = \Delta N(t). \tag{9}$$

При  $c_Y^u \rightarrow \infty$  получим  $y_*(t) = y_o(t) - R_n$ .

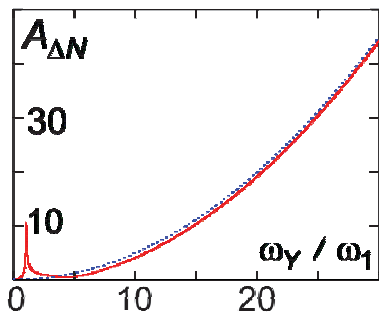


Рисунок 3 - Амплитуда зависящей от времени компоненты нормальной нагрузки

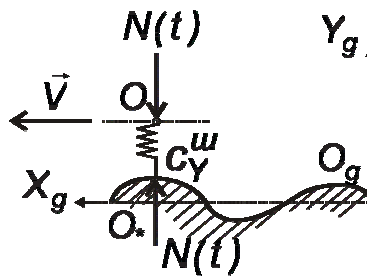


Рисунок 4 - Оценка влияния податливости шины. Расчетная схема

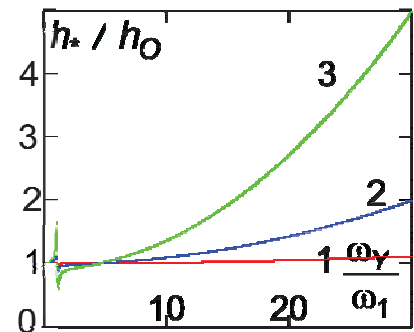


Рисунок 5 - Оценка влияния податливости шины. Результаты моделирования

Выражение (9) с учетом (7) быстро приводит к системе (10) относительно  $h_*$ ,  $\varphi_*$ :

$$\begin{cases} (h_* / h_o) \cos \varphi_* = 1 - (c_Y / c_Y^u)^2 S_s, \\ (h_* / h_o) \sin \varphi_* = -(c_Y / c_Y^u)^2 C_c. \end{cases} \tag{10}$$

Отсюда

$$\frac{h_*}{h_o} = \sqrt{[1 - (\frac{c_Y}{c_Y^u})^2 S_s]^2 + [(\frac{c_Y}{c_Y^u})^2 C_c]^2} \quad \text{и} \quad \text{tg} \varphi_* = \frac{-(c_Y / c_Y^u)^2 C_c}{1 - (c_Y / c_Y^u)^2 S_s}.$$

Графики зависимостей  $\frac{h_*}{h_o}(\frac{\omega_Y}{\omega_1})$  для базовых значений параметров задачи и разных отношений жесткостей  $c_Y / c_Y^u$  показаны на рис. 5. Линии 1, 2 и 3 построены для отношений жесткостей 0,05; 0,15 и 0,30, соответственно. Поскольку при построении рис. 5 исходили из того, что при заданном значении аргумента  $\omega_Y / \omega_1$  и разных отношениях жесткостей нормальная нагрузка одна и та же, то, в итоге, результаты моделирования показывают, насколько большими должны быть горбы неровностей в случае более податливой шины. Обращает на себя внимание существенность влияния

податливості шини в зоні резонанса системи рис. 2. Заметим, в примере о колебаниях передней части легкового автомобиля [7] принято, что  $c_Y / c_Y'' = 0,152$ .

Угол  $\varphi_*$  равен нулю при отсутствии затухания, т. е. при  $k_Y = 0$ .

**Поперечные колебания пневмоколеса.** Вернемся к уравнению (1) и запишем его для рассмотренного в предыдущем параграфе случая:

$$(m + m_\epsilon) \frac{d^2 z}{dt^2} + c_z z + k_z \frac{dz}{dt} = -\mu_* [G + A_{\Delta N} \sin(\omega_Y t)] . \quad (11)$$

Для наблюдений колебаний подвески шасси самолета в направлении оси  $OZ$  (рис. 1) после поворота пневмоколеса выполнен специальный стенд, рис. 6. При его изготовлении не производилась балансировка колеса и диска, моделирующего взлетно-посадочную полосу. Верхний узел подвески выполнен по типу сферического шарнира; периферийная часть колеса представляет собой резиновый тор. Колебания  $z(t)$  после поворота пневмоколеса оказались существенными.



Рисунок 6 - Стенд для наблюдений поперечных колебаний подвески шасси

При выполнении условия

$$\sqrt{c_z / m} = \omega_z = \omega_Y \quad (12)$$

в системе (11) будут наблюдаться резонансные колебания. Частота  $\omega_y$  определяется скоростью движения машины. Скорость  $V = V_{cr} = \omega_z R_n$  назовем критической и произведем ее оценку для реальных пневмоколесных машин.

С учетом результатов работ [8-10] на основе данных для автомобилей ВА3-2115 и самолетов Фоккер-28, Ту-134, Ан-24 приходим к выводу, что при заблокированном после поворота руле для передних опор шасси легковых автомобилей  $V_{cr}$  имеет порядок 80 км/ч, а для основных опор самолетов – 100 км/ч. (В последнем случае реализация больших углов увода происходит не из-за управляемого поворота, а при движении самолета с аэродинамическим скольжением). Укажем, что величины собственных частот  $\omega_z$  управляемых пневмоколес зависят от жесткости рулевого управления и нагрузке на руле, а также от износа деталей подвески, затяжки резьбовых соединений и потому критическая скорость машины меняется в ходе ее эксплуатации и, более того, носит ситуационный характер.

#### **Выводы и технические рекомендации.**

В целом приходим к таким *выводам*:

1. С помощью математического и физического моделирования изучены вертикальные и поперечные (т. е. происходящие вдоль оси пневмоколеса) колебания подвески шасси, возникающие при больших углах увода при боковом скольжении пневмоколес. Такие колебания наблюдались на специально изготовленной мелкомасштабной модели пневмоколеса самолета. Математические модели построены в рамках линейной теории колебаний дискретных маломерных систем; с их помощью выяснены обстоятельства, при которых поперечная сила трения на пневмоколесе приводит к опасным колебаниям.

2. «Синусоидальные» неровности профиля дороги специальной длины волны и несбалансированность пневмоколеса являются факторами, возбуждающими подпрыгивания машины на частоте, определяемой скоростью ее движения. В работе для случая специальной длины волны выполнены оценки амплитуды периодической компоненты нормальной нагрузки на пневмоколесо с учетом податливости шины.

3. Существует критическая скорость движения пневмоколесной машины, при которой следует ожидать резонансных поперечных колебаний опор шасси; эта скорость имеет порядок 80...100 км/ч.

На основе результатов работы можно сформулировать такие *технические рекомендации*:

1. Учесть результаты работы при проектировании и эксплуатации пневмоколесных машин, покрытий автодорог и аэродромов, а также при разработке программ испытаний и расследовании причин автодорожных и летных происшествий.

2. В конструкциях подвесок опор шасси пневмоколесных машин наряду с демпфированием крутильной моды колебаний шимми предусмотреть специальное демпфирование интенсивных поперечно поступательных колебаний.

3. Исключить наличие «синусоидальных» неровностей дороги и взлетно-посадочной полосы с длиной волны специального вида (6); усилить контроль сбалансированности пневмоколес. (Принять к сведению, что причиной разбалансировки может являться температурный режим поверхности шины [9]).

4. Ввести в протоколы расследования автодорожных и летных происшествий пункт замера фактического дисбаланса пневмоколес. Обратить внимание, что поворот несбалансированного пневмоколеса на критической скорости, посадка самолета при упреждении на сильный боковой ветер могут сопровождаться интенсивной вибрацией опор шасси.

5. Уведомлять пилота и водителя о возможности опасных колебаний несбалансированных пневмоколес при больших углах увода.

## Список литературы

1. Раджа, Н.В. Tyre and vehicle dynamics [Текст] /Н.В. Раджа. - Butterworth-Heinemann, 2006.- 642р.
2. Rill, G. Vehicle dynamics. Lecture notes [Текст] / G. Rill. - Hochschule Regensburg University of Applied Sciences, 2008. – 189 p.
3. Плахтиенко, Н.П. О поперечных колебаниях шасси самолета [Текст]/ Н.П. Плахтиенко, Б.М. Шифрин // Проблемы прочности.- 2002.- №6. - С.79-88.
4. Шифрин, Б.М. Совместное влияние нелинейностей трения и параметрических возбуждений на колебания пневмоколесных машин [Текст] /Б.М. Шифрин // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. 1/5 (37) 2009.- С.7-10.
5. Пановко, Я.Г. Введение в теорию механических колебаний [Текст]/ Я.Г. Пановко. – М.: Наука. 1974.- 240 с.
6. Кин Н. Тонг. Теория механических колебаний [Текст]/ Кин Н. Тонг. – М.: Машгиз. 1963. 351 с.
7. Бидерман, В.Л. Теория механических колебаний [Текст]/ В.Л. Бидерман. - М.: Высшая школа, 1980. – 408 с.
8. Алонсо, В. Ф. Совершенствование методики прочностного расчета элементов передней подвески автомобиля с АБС: – Колесные и гусеничные машины. Автореферат дис...кандидата техн. наук: 05.05.03[Текст]/Алонсо Владислав Фиделевич. - Волгоград – 2008. - 16 с.
9. Rudi, H. Problem solved! [Текст]/ H. Rudi// Aircraft Eng. – 1990. – Vol. 62, №12. - P. 2- 4.
10. Van der Valk R. An analysis of a civil main gear shimmy failure [Текст] / R. Van der Valk, Н.В. Раджа// Vehicle System Dynamics. – 1993. - Vol. 22. – P. 97- 121.

*Б. Шифрин*

### **Лінійна модель коливань підвіски шасі пневмоколісної машини**

У статті розглядаються вимушені коливання підвіски шасі пневмоколісної машини (автомобіля, літака і тому подібне). Зовнішнє збудження обумовлене залежністю нормальної реакції опорної поверхні від часу. Теоретично вивчені вертикальні коливання і коливання у напрямі осі пневмоколеса. Введено поняття критичної швидкості руху машини. Виготовлений стенд, за допомогою якого спостерігалися коливання, що вивчалися.

*B. Shifrin*

### **Linear model of vibrations of undercarriage vehicle**

The forced vibrations of pendant of undercarriage of пневмоколесной machine are examined in the article (car, airplane etc.). External excitation is conditioned dependence of normal reaction of underlayment on time. In theory vertical vibrations are studied and oscillation in the direction of ax of pneumatic wheel. The concept of stalling speed of motion of machine is entered. A stand which the studied vibrations were by is made.

Получено 19.09.11