

УДК 631.362

А.И. Завгородний, проф., д-р техн. наук, Хессро Монтасер, асп.

Харьковский национальный технический университет сельского хозяйства имени Петра Василенка, г. Харьков, Украина

Периодический виброударный режим движения сферической частицы по дуге кубической параболы

Приведены теоретические исследования периодического виброударного движения сферической частицы по поверхности малогабаритной деки сепаратора, выполненной в виде желоба с параболическим профилем и снабженной отражателем в нижней ее части.

малогабаритная дека, отражательная поверхность, периодичность движения, размах колебаний частицы по профилю деки

О.І. Завгородній, Хессро Монтажер

Харківський національний технічний університет сільського господарства імені Петра Василенка, м. Харків, Україна

Періодичний віброударний режим руху сферичної частинки по дузі кубічної параболі

Приведені теоретичні дослідження періодичного віброударного руху сферичної частинки по поверхні малогабаритної деки сепаратора, яка виконана у вигляді жолоба з параболическим профілем і оснащена відбивачем в нижній його частині.

малогабаритна дека, відбивна поверхня, періодичність руху, розмах коливань частинки по профілю деки

Постановка проблемы. Одним из направлений повышения производительности безрешетных вибрационных сепараторов [1] является использование малогабаритных дек. Технологические особенности движения частиц обрабатываемого материала, когда в качестве рабочих поверхностей дек использовалась плоскость, изучены в работах [2-4]. Выполнение поверхностей дек в виде желоба с криволинейным профилем даст дополнительное преимущество – возможность влияния на процесс центробежной силой, которая управляется формой профиля. Это вызывает необходимость изучения технологического процесса сепарирования на базе математической модели движения семян по криволинейным поверхностям.

Анализ последних исследований. Снабжение малогабаритной деки отражателем и ее периодические колебания дают возможность использовать для сортирования семенных смесей периодический виброударный режим движения, обладающий высокой устойчивостью [4]. Движение семян в этом режиме в случае прямолинейного профиля деки изучено в работах [2-4]. Изучалось также движение семян по малогабаритной деке с поперечным сечением в форме окружности [5].

Цель работы. Задача выбора рационального профиля малогабаритной деки связана с изучением и сравнением между собой характеристик движения семян по поверхностям дек с различной формой поперечного сечения: окружности, параболы, гиперболы, синусоиды и др. В предлагаемой работе исследуется случай, когда указанное сечение имеет форму кубической параболы.

Основное содержание работы. Расчетная схема вибрационного перемещения сферической частицы представлена на рис.1. Движение деки отсчитывается от

неподвижной системы координат XOY . Относительная система координат $xO'y$ жестко связана с декой и движется вместе с ней по гармоническому закону $X(t) = A \sin \omega t$ (A, ω – амплитуда и частота колебаний деки). Указанное движение осуществляется в горизонтальной плоскости вдоль оси OX . В поперечном сечении дека имеет форму, заданную уравнением $y = f(x)$ (в дальнейшем – кубическая парабола).

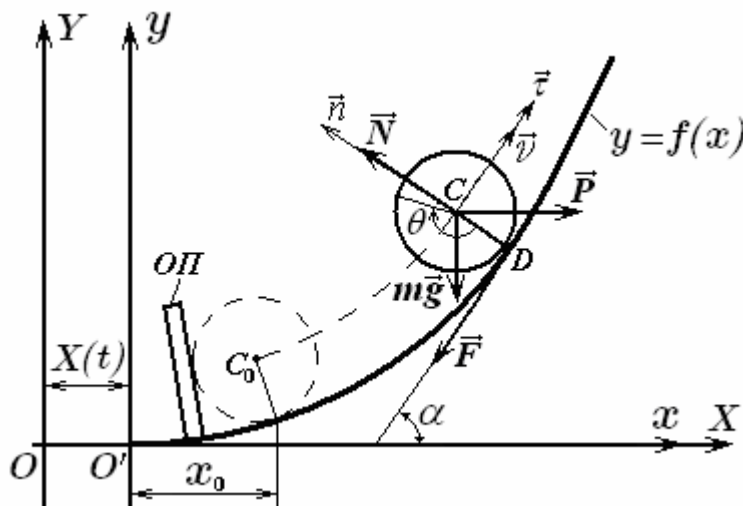


Рисунок 1 – Расчетная схема движения частицы

В нижней части деки на некотором расстоянии от начала координат закреплена отражательная пластина – ОП. При контакте частицы с пластиной происходит их соударение, отскок частицы и ее качение по деке до тех пор, пока снова не произойдет следующее соударение и т. д. Причем, при периодическом движении промежуток времени между двумя последовательными соударениями равняется периоду колебаний деки: $T = 2\pi/\omega$.

На частицу, движущуюся в контакте с декой, в относительной системе координат действуют следующие силы (рис.1): сила тяжести $m\vec{g}$ (направлена противоположно оси $O'y$), нормальная реакция \vec{N} (направлена по нормали к профилю), сила инерции \vec{P} (направлена вдоль оси Ox) и сила трения \vec{F} (направлена по касательной к профилю деки). С учетом этого дифференциальные уравнения движения частицы в естественных координатах $\vec{n}, \vec{\tau}$ запишутся так:

$$\frac{mV^2}{\rho - r} = N - mg \cos \alpha - P \sin \alpha; \quad m\ddot{S} = P \cos \alpha - mg \sin \alpha - F; \quad I\ddot{\theta} = Fr. \quad (1)$$

где ρ, α – радиус кривизны кривой и угол наклона касательной в точке контакта частицы с профилем;

r – радиус частицы.

Воспользуемся известным соотношением $\ddot{S} = r\ddot{\theta}$ и обозначим $\mu = (r_i/r)^2$. Тогда последнее из уравнений (1) дает $F = m\mu\ddot{S}$. Совместим начало отсчета времени с моментом соударения частицы с пластиной. Тогда сила инерции запишется в виде: $P = mA\omega^2 \sin \omega(t + t_y)$ (r_i – радиус инерции частицы, ωt_y – фаза удара). Далее, исключая из второго уравнения системы (1) силу трения F , получим:

$$(1 + \mu)\ddot{S} = A\omega^2 \sin \omega(t + t_y) \cos \alpha - g \sin \alpha. \quad (2)$$

Здесь угол α наклона касательной (см. рис.1) может быть выражен через абсциссу точки контакта D частицы с профилем с помощью производных:

$$\cos \alpha = 1/\sqrt{1 + y'^2}; \quad \sin \alpha = y'/\sqrt{1 + y'^2}. \quad (3)$$

Чтобы полностью перейти в уравнении (2) от естественной координаты S к координате x , выразим величину S через длину l кривой $y = f(x)$ между начальной ($x = x_0$) и поточной точками контакта частицы с профилем. Движение частицы в каждый момент времени можно рассматривать как мгновенное вдоль окружности кривизны, имеющей с кривой $y = f(x)$ общую кривизну, общую касательную и общее направление выпуклости в точке контакта D . В этом случае имеет место соотношение:

$$dS/(\rho - r) = dl/\rho. \quad (4)$$

Радиус кривизны и дифференциал дуги кривой определяются стандартно:

$$\rho = (1 + y'^2)^{3/2}/|y''|; \quad dl = \sqrt{1 + y'^2} dx. \quad (5)$$

На основании соотношений (4), (5) последовательно получаем:

$$S = \int_{x_0}^x \left(\sqrt{1 + y'^2} - \frac{y''r}{1 + y'^2} \right) dx; \quad \dot{S} = \left(\sqrt{1 + y'^2} - \frac{y''r}{1 + y'^2} \right) \dot{x}; \quad (6)$$

$$\ddot{S} = \left(\frac{y'y''}{\sqrt{1 + y'^2}} - \frac{y'''(1 + y'^2) - 2y'y''^2}{(1 + y'^2)^2} r \right) \dot{x}^2 + \left(\sqrt{1 + y'^2} - \frac{y''r}{1 + y'^2} \right) \ddot{x}. \quad (7)$$

Почти все величины в этом уравнении (кроме y') – размерные. Это вызывает известные неудобства при использовании численных методов для его решения. Поэтому в дальнейшем будем использовать безразмерное время τ , которое выражается в долях периода колебаний деки и безразмерные координаты χ, η – в долях амплитуды колебаний. Для обозначения производных от безразмерных координат по безразмерному времени вместо “точек” будем использовать “звездочки”. Таким образом, для перехода к безразмерным величинам используем следующие обозначения

$$t = T\tau, \quad x = A\chi, \quad y = A\eta \quad (8)$$

и следствия из них:

$$\dot{x} = \frac{dx}{dt} = \frac{Ad\chi}{Td\tau} = \frac{A}{T} \dot{\chi}^*; \quad \ddot{x} = \frac{d\dot{x}}{dt} = \frac{A}{T} \cdot \frac{d\dot{\chi}^*}{Td\tau} = \frac{A}{T^2} \ddot{\chi}^{**}; \quad (9)$$

$$y' = \frac{dy}{dx} = \frac{Ad\eta}{Ad\chi} = \frac{d\eta}{d\chi} = \eta'; \quad y'' = \frac{dy'}{dx} = \frac{d\eta'}{Ad\chi} = \frac{1}{A}\eta''; \quad y''' = \frac{dy''}{dx} = \frac{1}{A} \frac{d\eta''}{Ad\chi} = \frac{1}{A^2}\eta''' \quad (10)$$

Теперь дифференциальное уравнение (2) можно переписать в удобном для использования виде:

$$\chi'' = \frac{1}{1+\eta'^2 - \frac{\eta''r_A}{\sqrt{1+\eta'^2}}} \left[\left(\frac{\eta'''(1+\eta'^2) - 2\eta'\eta''^2}{\sqrt{(1+\eta'^2)^3}} r_A - \eta'\eta'' \right) \chi'^2 + \frac{4\pi^2}{1+\mu} \left(\sin 2\pi(\tau + \tau_y) - \frac{\eta'}{K} \right) \right], \quad (11)$$

где r_A – радиус частицы в долях амплитуды колебаний ($r_A = r/A$);

$K = A\omega^2/g$ – коэффициент кинематического режима движения деки.

Уравнения (1) совместно с обозначениями (8)-(10) позволяют также записать выражения для сил трения и нормальной реакции в безразмерном виде, как долей силы тяжести: $F^* = F/(mg)$, $N^* = N/(mg)$. Значения сил F^* и N^* следует использовать для контроля режима движения частицы. В нашем случае используется технологически оправданный безотрывный режим движения при отсутствии проскальзывания. Это достигается, если $N^* > 0$ – движение без отрыва и $|F^*| < F_{\max}^* = fN^*$ – движение без проскальзывания (f – коэффициент трения).

Уравнение (11) может быть решено только тогда, когда известна форма профиля деки, заданная в безразмерных координатах: $\eta = \Phi(\chi)$. Мы рассматриваем профиль в виде кубической параболы, для которой можно записать: $\eta = k\chi^3$, $\eta' = 3k\chi^2$, $\eta'' = 6k\chi$, $\eta''' = 6k$ (k – коэффициент формы). Понятно, что подстановка этих уравнений в выражение (11) приведет его к привычному виду и упрощению числовой обработки. Однако при этом теряется основное преимущество – применимость для профилей любой формы. К тому же, наличие символьных процессоров (сейчас уже у многих программных средств – «Mathcad», «Mathematica», «Maple» и др) позволяет, кроме встроенных, вводить функции пользователя и записывать их общее обозначение в текст программ. Исходя из этого, на основе соотношения (11), нами разработана Mathcad-программа для исследования периодического движения частицы по колеблющейся малогабаритной деке с произвольным профилем поперечного сечения. При запуске этой программы требуется лишь ввести уравнение исследуемого профиля.

На рис.2 представлены характеристики движения частицы по профилю, имеющему вид кубической параболы. Скорость частицы до (U) и после соударения с ОП (V) связывали известным соотношением $V = -RU$ (R – коэффициент восстановления скорости). Для расчетов было принято: $\chi_0 = 1$; $r_A = 0,2$; $k = 0,04$; $f = 0,8$; $R = 0,5$; $K = 1$; $\mu = 0,4$. Как видим, для взятых значений параметров условия $|F^*| < F_{\max}^*$ и $N^* > 0$ выполняются и, следовательно, частица перемещается по деке в периодическом безотрывном режиме без проскальзывания.

Наиболее “опасной” областью движения, в которой может произойти проскальзывание и даже отрыв частицы от поверхности деки, является область максимального удаления частицы от отражательной пластины (вблизи полупериода), где частица изменяет направление движения, а реакция N^* принимает наименьшее значение. Это объясняется тем, что в указанной области скорость частицы близка к нулю и центробежная сила инерции, прижимающая частицу к поверхности деки, практически не действует. Отклонение χ частицы от нейтрального положения достигает максимального значения примерно к середине периода движения. В конце

каждого периода график указанного отклонения имеет излом, а скорость $\dot{\chi}^*$ – скачок, что есть следствием эффекта соударения.

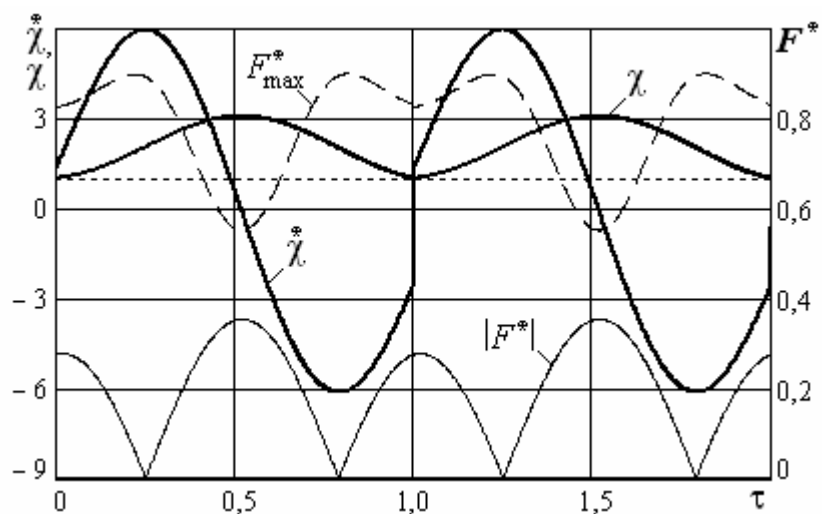


Рисунок 2 - Характеристики движения частицы

На рис.3 на основании расчета построены графики изменения времени удара $-\tau_y$, скорости отскока частицы после удара $-\dot{\chi}^*$ и размаха качаний частицы по деке $-L_A = L/A$ (L – длина профиля, контактирующего с частицей) в зависимости от: показателя инертности вращения частицы $-\mu$; коэффициента восстановления скорости при ударе $-R$; начального отклонения частицы $\chi_0 = x_0/A$ (рис.1) и коэффициента кинематического режима $-K$.

Инертность вращения (μ) частицы тормозит движение, уменьшая размах L_A (рис.3 д). При этом скорость отскока уменьшается (рис.3 в), а время соударения увеличивается (рис.3 а).

Упругость частицы (R) увеличивает размах $-L_A$ (рис.3 д) и скорость отскока (рис.3 в), чего и следовало ожидать. С увеличением упругости частице передается больше энергии при ударе, что компенсируется увеличением момента соударения $-\tau_y$ (рис.3 а) и, тем самым, снижением скорости самой ОП в момент удара, которая пропорциональна $\cos 2\pi\tau_y$. При $R=1$, вне зависимости от параметра μ , безразмерное время соударения τ_y равно 0,25. Это значит, что в условиях абсолютной упругости периодический режим движения возможен и при неподвижной деке.

Увеличение начального отклонения χ_0 повышает скорость отскока $-\dot{\chi}^*$ с одновременным уменьшением момента соударения $-\tau_y$ (рис.3 б, з). Это связано с необходимостью преодоления большей составляющей силы тяжести с увеличением χ_0 . С увеличением интенсивности колебаний (K) преодоление указанной составляющей происходит в основном за счет увеличения энергии, передаваемой частице в момент удара, а роль параметра χ_0 при этом снижается.

Увеличение интенсивности колебаний (K) снижает размах L_A качаний частицы по деке (рис.3 ж, з), вне зависимости от значений параметров R и μ , что согласуется с результатами исследования движения частицы по прямолинейному профилю [2-4]. Но, в случае параболического профиля увеличение интенсивности колебаний ведет к нарушению безотрывного режима движения. Изменение начального отклонения χ_0

оказывает влияние на размах L_A (рис.3 е), которое зависит от значения других параметров. При этом возможно образование максимума величины L_A .

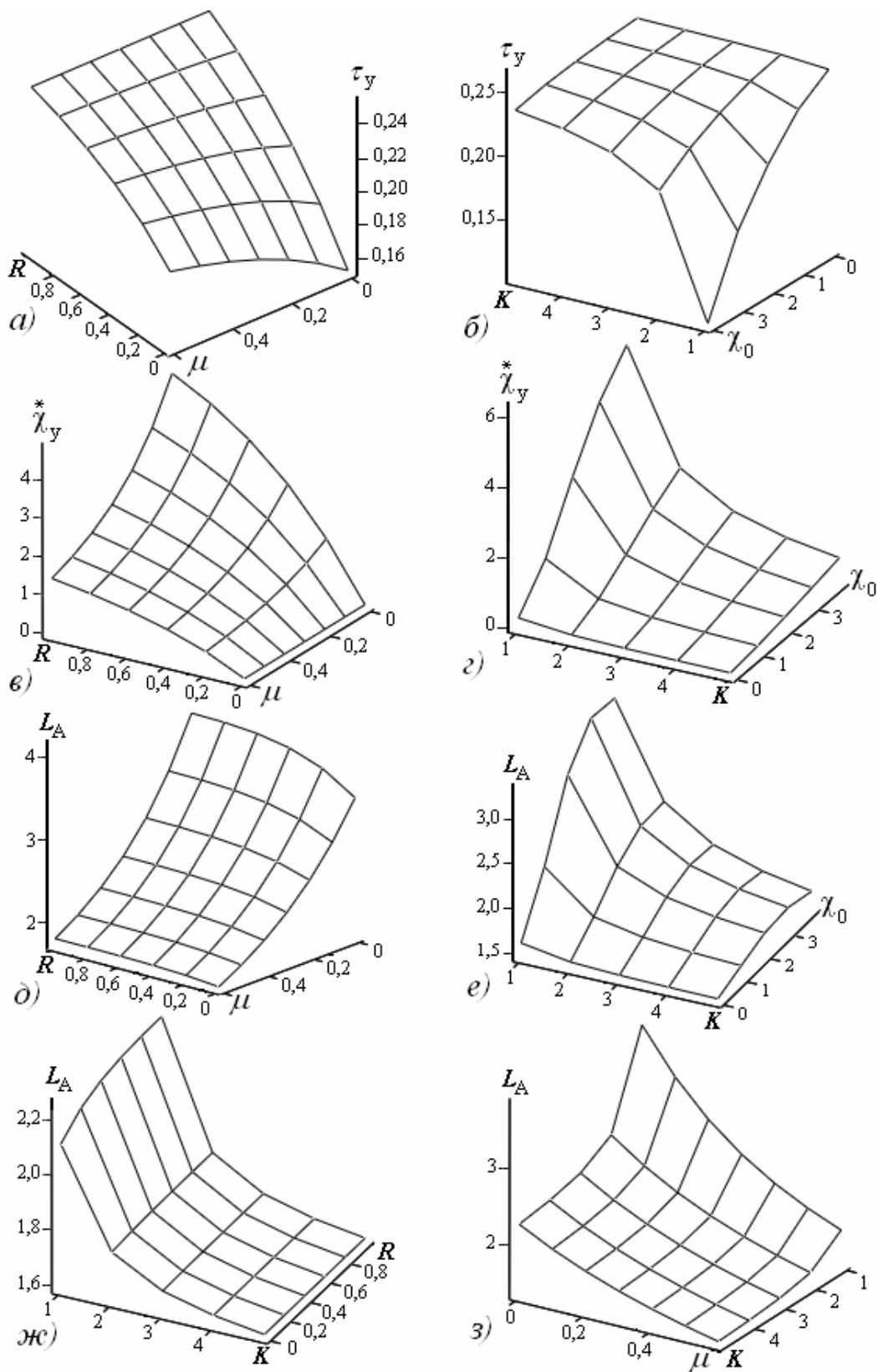


Рисунок 3 – Зависимость времени удара (τ_y), скорости отскока ($\dot{\chi}_y^*$) и размаха качаний (L_A) частицы от параметров: μ , R , λ_0 , K

Выводы. На основе полученного дифференциального уравнения в среде «Mathcad» разработана программа, описывающая безотрывный периодический виброударный режим движения округлой частицы по колеблющейся деке сепаратора для общего случая, когда профиль деки имеет произвольную форму. Показано, что в случае параболического профиля деки нарушение указанного режима наиболее возможно в области максимального удаления частиц от отражательной пластины, где нормальная реакция принимает минимальное значение.

Критерием разделения смесей малогабаритными деками является размах колебательного движения частиц по деке. Упругие частицы имеют больший размах, чем неупругие, что говорит о возможности разделения частиц по их физико-механическим свойствам на малогабаритных деках с параболическим профилем.

Наилучший эффект разделения смеси для рассмотренного режима движения частиц по параболическому профилю может достигаться при значении коэффициента кинематического режима, близком минимально допустимому. При высоких значениях этого коэффициента различие траекторий движения частиц, имеющих различные свойства, стирается, что делает разделение смеси практически невозможным.

Список литературы

1. Заика П.М., Мазнев Г.Е. Сепарация семян по комплексу физико-механических свойств.– М.: Колос, 1978.– 240с.
2. Завгородний А.И. Периодический режим движения частиц по деке вибросепаратора / А.И.Завгородний, А.В.Обыхов // Вібрації в техніці та технологіях: Всеукраїнський науково-технічний журнал.– Харків. ХНТУСГ, 2003.– Вип.6.– С.43-46.
3. Завгородній О.І. Періодичний рух частинок в процесі вібросепарації з упрощенням зміни напрямку коливань деки / О.І.Завгородній, О.В.Обихвіст // Науковий вісник НАУ, №92, Ч.1, 2005.– С.228-238.
4. Завгородний А.И. Устойчивость периодического режима движения частиц по деке вибросепаратора / А.И.Завгородний, А.В.Обыхов // Вібрації в техніці та технологіях: Всеукраїнський науково-технічний журнал.– Полтава: ПНТУ ім. Юрія Кондратюка, 2006. – Вип.1.– С.37.
5. Завгородний А.И. Периодический виброударный режим движения шара по дуге окружности / А.И.Завгородний, Хессро Монтасер // Вібрації в техніці та технологіях: Всеукраїнський науково-технічний журнал, №2(66).– Вінниця: ВНАУ, 2012.– С.35-41.

Aleksey Zavgorodniy, Khessro Montaser

Kharkov national technical university of agriculture to the name of Peter Vasylenko, Kharkov, Ukraine

Periodic vibroshock mode of motion of spherical particle on cube parabola arc

Work is directed at choice optimum form of type of working organ of separator of seed on the base of application of mathematical model of their motion.

Worked out differential equations of motion of spherical particles on a hesitating working organ. A general case is considered, when the type of working organ of separator has an arbitrary form. The program of decision of equalizations of motion is developed in the computer system of «Mathcad». Work of this program requires the task of equalization of type. Calculations are conducted on the example of form of type as a cube parabola.

Possibility of division of corn mixtures a working organ is confirmed with a parabolic type. It is shown that a division is possible only at low intensity of vibrations.

keywords: small sounding board, reflecting surface, periodicity of motion, scope of vibrations of particle on the type of sounding board

Одержано 29.10.13