УДК 51-7 DOI: HTTPS://DOI.ORG/10.33099/2304-2745/2020-0/110-115

Бочарніков В. П., д-р техн. наук, професор (0000-0003-4398-5551);
Свєшніков С. В., канд. техн. наук, ст. наук. співроб. (0000-0001-8924-4535);
Ковальчук П. А. (0000-0002-9434-444X)

Центр воєнно-стратегічних досліджень Національного університету оборони України імені Івана Черняховського, Київ.

Аналіз методу ідентифікації нечітких мір з послідовним уточненням на основі функції Шеплі

Резюме. У статті проведено аналіз методу безпосереднього визначення щільностей нечіткої міри з подальшим послідовним уточненням із застосуванням функції Шеплі.

Ключові слова: нечітка міра, ідентифікація, функція Шеплі, параметр нечіткої міри, функція належності.

Постановка проблеми. Значна кількість прикладних задач оцінювання (порівняння), зокрема і у військовій сфері, є слабко структурованими задачами, у яких показники оцінки мають певні залежності між собою. Це виникає внаслідок особливості фізичної природи показників або складності для людини сформувати їх чіткий і однозначний опис. У таких задачах для опису важливостей показників оцінки і їх узагальнення неприпустимо використовувати математичні конструкції, що передбачають незалежність показників оцінки, насамперед, широко розповсюджені адитивні оцінки важливостей і арифметичну згортку. Наочним прикладом залежностей показників є тісно пов'язані один з одним потенціали (воєнний, економічний, духовний тощо) в задачі оцінювання воєнної могутності воєнно-політичних сил. Однім зі способів розв'язання цієї проблеми є використання нечітких λ-мір для опису важливостей показників оцінки і нечіткого інтегралу Сугено для перетворення часткових оцінок оцінюваних об'єктів до їх узагальнених оцінок [1].

Відомо, що для розв'язання прикладних слабко структурованих задач потрібно розв'язати задачі структурної і параметричної ідентифікації. Дослідницькі рішення для задач структурної ідентифікації, тобто визначення складу і зв'язків між показниками оцінки, у значному ступені залежать від концептуальної структури предметної області, тобто від особливостей конкретної прикладної задачі. Утім для задачі параметричної ідентифікації можуть бути визначені певні рекомендації, придатні для широкого кола прикладних задач.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Оскільки λ-міра є функцією множини (що тягне потребу визначення міри для кожної підмножини цієї множини), виникає проблема забезпечення трудомісткості та точності під час побудови λ-мір. Ця проблема досить ретельно описана в [2]. Трудомісткість і точність є двома головними суперечливими вимогами, які ставляться до методів побудови λ-мір. На сьогодні відомо кілька методів параметричної ідентифікації нечітких λ-мір [3], кожний з яких має власні обмеження, переваги і недоліки, які визначають ефективність їх застосування для різних задач різної прикладної специфіки. Усі методи ідентифікації нечітких λ-мір умовно поділяються таким чином:

метод безпосереднього визначення щільностей нечіткої міри;

метод множинних порівнянь [4];

оптимізаційні методи ідентифікації, наприклад, з використанням $(L-R)$-апроксимації нечітких мір [1];

метод парних порівнянь [5];

методи прямого визначення щільностей λ-міри з подальшим послідовним уточненням [6].

Метод безпосереднього визначення щільностей нечіткої λ-міри передбачає безпосереднє задавання експертом щільностей λ-міри із множини значень $[0,1]$. Він дає змогу швидко побудувати λ-міру, але точність побудови повністю залежить від рівня підготовки експерта. Метод множинних порівнянь є ефективною (з погляду точності побудови λ-міри), але досить складною і тривалою процедурою поступового наближення до результату. Він більш приданий для побудови λ-мір на множинах великої потужності. Головним недоліком оптимізаційних методів ідентифікації є потреба проведення трудомісткої початкової експертизи. Метод парних порівнянь забезпечує лише формування ймовірнісних λ-мір, які не придатні для використання в задачах із нестатистичною невизначеністю. Методам прямого визначення з подальшим уточненням притаманна перевага методу безпосереднього визначення щільностей λ-міри – невелика трудомісткість, але вони також певним чином вільні від цього недоліку через використання процедури послідовного уточнення.

Так само, відомо багато таких методів, які відрізняються побудовою процедури уточнення. Однім з таких методів є уточнення на основі функції Шеплі – нобелевського лауреата, який досліджував природу корпоративних ігор [7]. Оскільки категорію "корпорація" можна ототожнити з категорією "підмножина", то застосування функції Шеплі для послідовного уточнення λ-міри (як функції множини, що завдана на множині всіх підмножин) виглядає обґрунтованим і найбільш природним. Утім, використання цього методу на практиці зіштовхується зі складністю визначення функції Шеплі та складністю її практичного розуміння. Унаслідок цього у сучасній літературі метод послідовного уточнення λ-мір на основі цієї функції [7] досліджено, на наш погляд, недостатньо.

Мета статті – проаналізувати метод прямого визначення щільностей λ-міри з подальшим уточненням на основі функції Шеплі з погляду критеріїв трудомісткості та точності побудови λ-мір.

Виклад основного матеріалу. Припустимо, що необхідно визначити розподіл впевненості під час ідентифікації значення умовної характеристики "Придатність для використання". Нехай у результаті структурної ідентифікації моделі було визначено таку множину значень цієї характеристики:

$$X = \left\langle x_1 \,|\, \textit{не придатний};\ x_2 \,|\, \textit{частково придат.};\ x_3 \,|\, \textit{в основному придат.};\ x_4 \,|\, \textit{придатний} \right\rangle .$$

Задача полягає в ідентифікації λ-міри, яка описуватиме характеристику "Придатність для використання". Унаслідок ідентифікації необхідно одержати оцінку λ-міри Сугено з фіксованою модальністю, наприклад, міри довіри з $\lambda = 2$ (категорія модальності λ-мір докладно розглянута в [8]). Задачу розв'язують, виконуючи такі кроки:

Крок 1. Одержання консенсус-оцінок експертів.

Припустимо, що експертам у предметній області було запропоновано надати консенсус-оцінку характеристики "Придатність для використання" на множині $X = \left\{ x_i \,\middle|\, i = \overline{1,4} \right\}$ за п'ятибальною шкалою:

висока – 4 бали;
вище середньої – 3 бали;
середня – 2 бали;
нижче середньої – 1 бали;
низька – 0 балів.

Припустимо, що внаслідок застосування одного з методів оброблення експертних оцінок [9], було одержано консенсус-оцінки трьох експертів, які наведено у табл. 1.

Таблиця 1

Консенсус-оцінки характеристики "Придатність для використання"

Оцінка характеристики психологічного портрету лідера	**Лінгвістична оцінка**	**Бал (b_i)**	w_i
Не придатний	Вище середньої	3	0,3
Частково придатний	Середня	2	0,2
В основному придатний	Висока	4	0,4
Приданий	Нижче середньої	1	0,1

Зазначимо, що одержані оцінки не є значеннями щільності λ-міри, а тим більше λ-міри довіри із заданою модальністю $\lambda = 2$.

Крок 2. Визначення критерію оптимізації розподілу міри на основі використання функції Шеплі.

Для одержання щільностей λ-міри довіри із заданою модальністю $\lambda = 2$ застосуємо алгоритм ідентифікації на основі функції Шеплі. Сутність цього алгоритму полягає в ітераційному уточненні щільностей λ-міри для забезпечення виконання такої умови:

$$J = \frac{1}{N} \sum_{i=1,n} \left| Sh_i(\mu(\cdot)) - w_i \right| \to \min_{\mu_X(\cdot)}, \qquad (1)$$

де J – цільова функція;

$w_i, i = \overline{1,4}$ – нормоване значення оцінки характеристики "Придатність для використання";

$\mu(\cdot)$ - шукана λ-міра на множині X;

$Sh_i(\mu_X(\cdot))$ – функція Шеплі для i-го елемента множини X із заданою λ-мірою $\mu_X(\cdot)$.

Значення w_i розраховують за формулою

$$w_i = \frac{b_i}{\sum_{j=\overline{1,4}} b_j}.$$

Значення функції Шеплі визначають за такими співвідношеннями [7]:

$$Sh(\mu) = \sum_{S \subseteq X} \gamma_n(S) \cdot [\mu(S) - \mu(S \setminus \{i\})],$$
$$\gamma_n(S) = \frac{(n - |S|)! \cdot (|S| - 1)!}{n!}, \quad (2)$$

де $\mathrm{Card}(X) = n = 4$ – потужність множини X;

$S \subseteq X, |S| = \mathrm{Card}(S)$ – підмножина множини X;

$\{i\} \subseteq X$ – підмножина, яка складається з елемента $x_i \in X$;

$S \setminus \{i\} \subseteq X$ – підмножина S без врахування елемента $x_i \in X$.

Значення функції Шеплі мають такий фізичний смисл. Якщо ми обрали підмножину S, то "цінність" i-го елемента, який не входить до її складу, з точки зору цієї підмножини визначають як $\mu(S) - \mu(S \setminus \{i\})$. Тому ця величина виступає "розумною платою" за приєднання i-го елемента до підмножини $S \subseteq X$.

Якщо елементи множини X приєднуються до оцінки підмножини у випадковому порядку з рівними ймовірностями, то математичне сподівання "розумної плати" за приєднання i-го елемента до підмножини $S \subseteq X$ визначають величиною $\gamma_n(S)$.

Крок 3. Розрахунок розподілу λ-міри на k-му кроці уточнення.

Для побудови алгоритму використовують допоміжну цілочислову змінну q_i, початкове значення якої задовольняє таку умову: $\forall i \in \overline{1,4} \ q_i^k = 1$.

Припустимо, що λ-міру на k-му кроці визначають як $\mu_k(i) = q_i^k \cdot p_k(4)$, де $p_k \in [0,1]$ – параметр оптимізації на k-му кроці. Тоді з умови нормування λ-міри $\mu(X) = 1$ для дискретної множини маємо [1]:

$$\frac{1}{\lambda}\left[\prod_{i=\overline{1,n}} \left((1 + \lambda \cdot \mu(i)) - 1\right)\right] = 1.$$

Оптимізацію здійснюють з огляду на потребу мінімізувати значення критерію:

$$P = \left| \frac{1}{\lambda}\left[\prod_{i=\overline{1,n}} \left((1 + \lambda \cdot p_k \cdot q_i^k) - 1\right)\right] - 1 \right| \to \min_{p_k}.$$

Із наведених залежностей $p_{k=1} \approx 0{,}158$, значення щільностей λ-міри – $\forall i, \ \mu_{k=1}(i) = 0{,}158$.

Крок 4. Визначення значень функції Шеплі.

На рис. 1 наведено функцію $\gamma_n(S)$, а на рис. 2 – значення "цінності" *i*-го елемента для множини S на ітерації $k = 1$. Відповідно за залежністю (2), функція Шеплі $\forall i \ \mathrm{Sh}_i(\mu) \approx 0{,}25$.

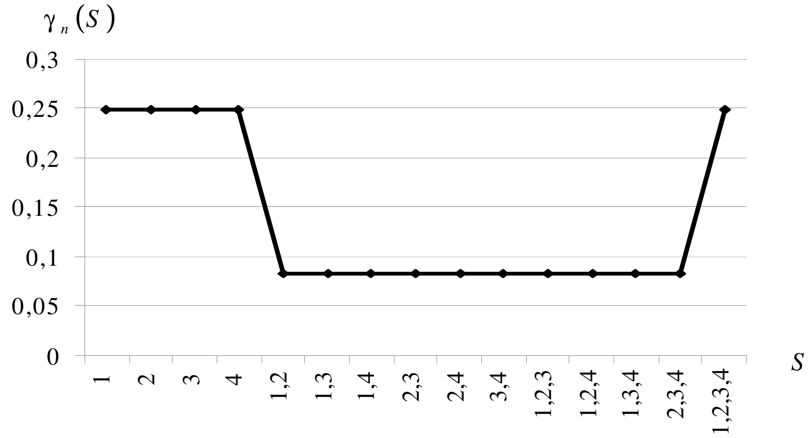

Рис. 1. Функція $\gamma_n(S)$

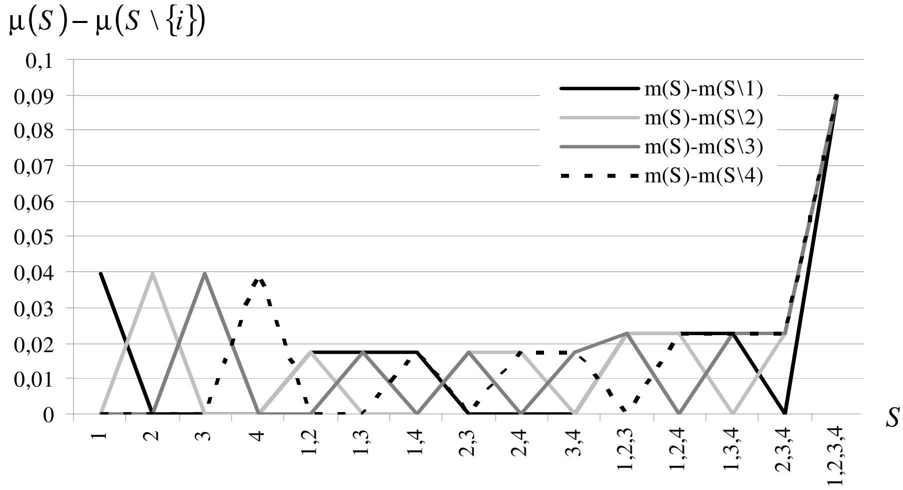

Рис. 2. Значення "цінності" елементів для множини S на першій ітерації

Крок 5. Визначення параметра q для уточнення λ-міри.

Визначаємо *i*-й елемент, який має більшу важливість, на основі експертних оцінок w_i за умовою $w_{i*} - Sh_{i*}(\mu(\cdot)) = \max\limits_{i=1,4}[w_i - Sh_i(\mu(\cdot))]$.

Значення функції $f_1(i) = w_i - Sh_i(\mu(\cdot))$ для $k=1$ наведено на рис. 3.

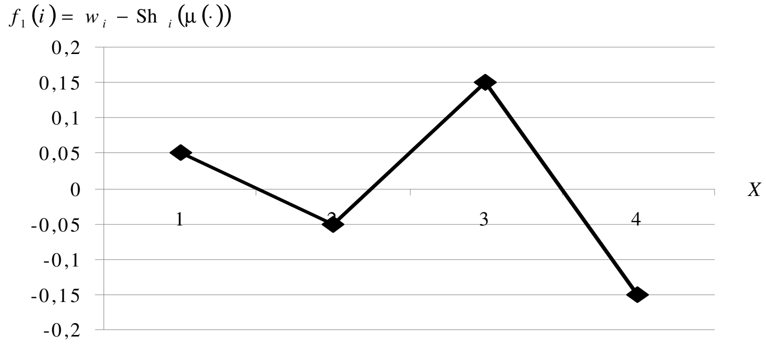

Рис. 3. Значення функції $f_1(i) = w_i - \mathrm{Sh}_i[\mu(\cdot)]$

Для цього елемента припускаємо $q_{i*}^{k+1} = q_{i*}^{k} + 1$.

Далі переходимо на крок 3 для перевірки умови (1).

Процедуру зупиняють, коли $J < \varepsilon$, де ε – задана точність апроксимації (як правило, $\varepsilon \le 0{,}05$ або 5 %).

Для другої ітерації $k=2$ розподіл функції $\mu_2(S) - \mu_2(S \setminus \{i\})$ наведено на рис. 4.

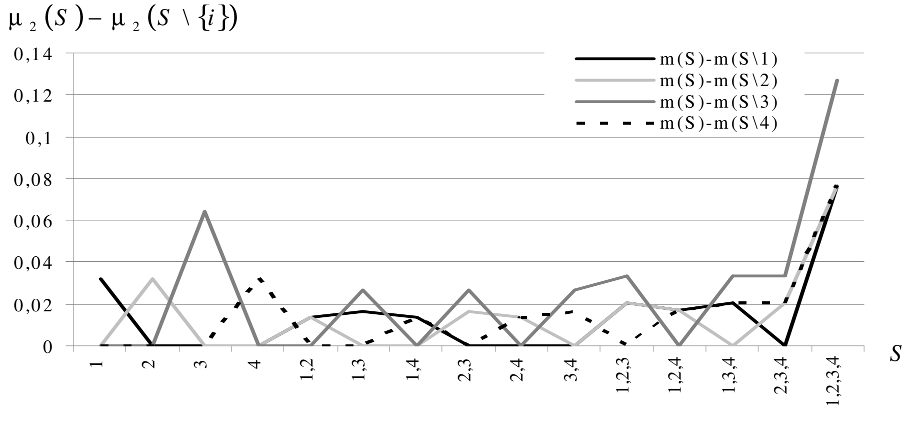

Рис. 4. Розподіл функції $\mu_2(S)-\mu_2(S\setminus\{i\})$ для $k=2$

На рис. 5 наведено значення щільності λ-міри $\mu_k(i)$, яке обчислюють проведенням кількох описаних вище ітерацій. У результаті визначають шукану λ-міру довіри з модальністю $\lambda=2$.

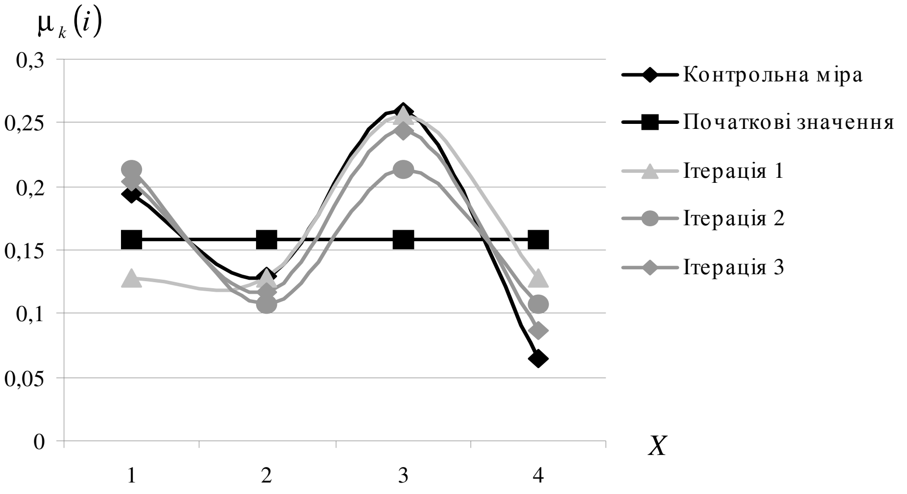

Рис. 5. Значення щільностей λ-міри $\mu_k(i)$ за ітераціями

На рис. 6 наведено зміну похибки Δ оцінки λ-міри, яку обчислено за відстанню Хеммінга.

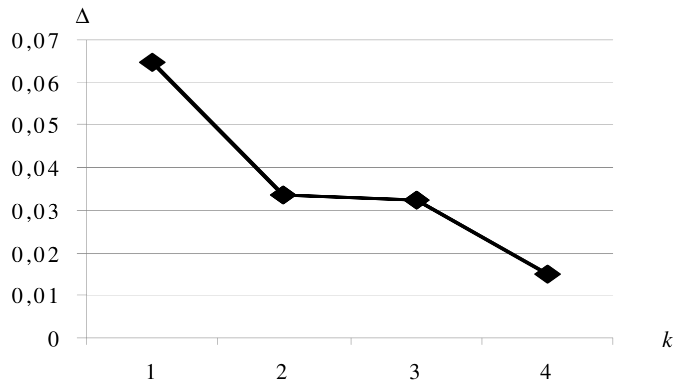

Рис. 6. Зміна похибки оцінки λ-міри для $\lambda=2$

На рис. 7 наведена похибка оцінки λ-міри для іншої фіксованої модальності $\lambda=-0.5$ – міри правдоподібності.

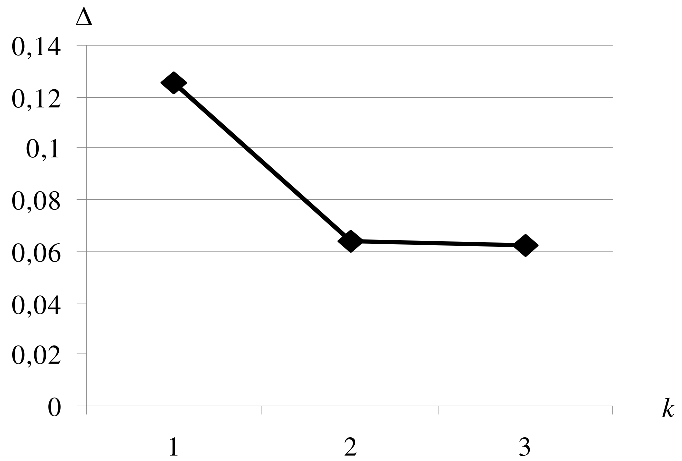

Рис. 7. Зміна похибки оцінки λ-міри для $\lambda=-0.5$

Аналіз результатів обчислень, ілюстрованих рисунками 5–7, показує, що розглянутий метод уже через дві-три інтеграції наближується до похибки, розміром в 1 %, при чому швидкість збігу зберігається для λ-мір різних модальностей. Маючи на увазі, що потужність нечіткої множини в розглянутому прикладі дорівнює чотири (тобто 15 підмножин), отриманий результат є позитивним і дає змогу рекомендувати цей метод до використання на практиці.

Висновки. Отже, зважаючи на результати дослідження, припущення про природність аналогії між категоріями "корпорація" і "множина" є вірним і дає змогу використовувати функцію Шеплі (сформовану з метою дослідження корпоративних ігор) для побудови процедури послідовного уточнення під час ідентифікації λ-мір нечітких множин. До того ж застосування функції Шеплі забезпечує високу точність ідентифікації за незначній трудомісткості обчислень. Метод доцільно використовувати під час параметричної ідентифікації нечітко-інтегральних моделей у слабко структурованих задачах оцінки.

ПЕРЕЛІК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Нечеткие множества в моделях управления и искусственного интеллекта / под ред. Д. А. Поспелова. Москва, 1986. 396 с.
2. Сакулин С. А., Алфимцев А. Н. К вопросу о практическом применении нечетких мер и интеграла Шоке. *Наука и инновации*. 2012. № 1. URL: https://rucont.ru/efd/274755.
3. Bocharnikov V., Bocharnikov I., Sveshnikov S. Fundamentals of the systematic organization management: Theory and Practice. Saarbrucken: Lambert Academic Publishing, 2012. 296 p.
4. Бочарніков В. П., Кірпічніков Ю. А. Алгоритм ідентифікації нечіткої міри для вирішення задач оцінки воєнно-політичної обстановки. *Збірник наукових праць Центру воєнно-стратегічних досліджень Національного університету оборони України імені Івана Черняховського*. Київ : ННДЦ ОТ і ВБ України, 2002. Вип. 13. С. 13–19.
5. Саати Т., Кернс К. Аналитическое планирование. Организация систем : пер. с англ. Москва : Радио и связь, 1991. 224 с.
6. Мулен Э. Корпоративное принятие решений: Аксиомы и модели. Москва : Мир, 1991.
7. Shapey, Lloyd S. A Value for n-person Games. In Kuhn, H. W.; Tucker, A. W. (eds.). Contributions to the Theory of Games. Annals of Mathematical Studies 28. Princeton University Press, 1953. pp. 307–317.
8. Бочарников В. П. Fuzzy-технология. Модальности и принятие решений при маркетинговых коммуникациях. Киев : Ника-центр, Эльга, 2002. 221 с.
9. Орлов А. И. Экспертные оценки : учебное пособие. Москва : ИВСТЭ, 2002. 31 с.

Стаття надійшла до редакційної колегії 18.12.2019

The analysis of identification method of fuzzy measures with consecutive correction on the basis of Shapley-function

Annotation

A large number of applied evaluation (comparison) tasks, including in the military sphere, are poorly structured tasks in which the evaluation indicators have some interdependence. This is due to the peculiarities of the physical nature of the indicators or the difficulty for humans to form a clear and unambiguous description of them. In such tasks, it is inadmissible to use mathematical constructs to describe the importance of the evaluation indicators and to summarize them, which imply the independence of the evaluation indicators, first of all, additive estimates of importance and arithmetic convolution are widespread.

A clear example of the dependencies of indicators is the closely related potentials (military, economic, spiritual, etc.) in the task of assessing military strength, military-political forces. One way to solve this problem is to use fuzzy measures to describe the importance of the valuation metrics and the fuzzy Sugeno integral to convert partial estimates of the evaluated objects to their generalized estimates.

Structured and parametric identification tasks need to be solved to solve applied loosely-structured applications. Research solutions to structural identification problems, that is, determining the composition and relationships between evaluation indicators, largely depend on the conceptual structure of the subject area, that is, on the particularities of the particular application task. However, for the parametric identification problem, certain recommendations can be identified that are suitable for a wide range of applications.

The purpose of the article is to analyze the method of directly determining the density of a measure with further refinement on the basis of the Shapley-function in terms of the complexity and accuracy of the construction of measures.

The results of the study, the assumption of the naturalness of the analogy between the categories "corporation" and "measure" are correct and allow us to use the Shapley-function (formed to investigate corporate games) to construct a procedure for sequential refinement when identifying measures of fuzzy measure.

Keywords: fuzzy measure, identification, Shaplay-function, parameter of fuzzy measure, membership function.