

---

## МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ І ТЕОРЕТИЧНА МЕХАНІКА

УДК 629.4.077-592.117.001.4

*Юрий Водяников  
Александр Сафронов  
Сергей Свистун*

### РАСЧЕТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК ПРОЦЕССОВ ТОРМОЖЕНИЯ ПАССАЖИРСКИХ И ГРУЗОВЫХ ВАГОНОВ

*Предложен расчетно-экспериментальный метод определения характеристик тормозных систем пассажирских и грузовых вагонов с использованием математической модели, входными данными для которой являются результаты ходовых тормозных испытаний. Расчетные исследования позволяют провести анализ свойств тормозной системы во временной области. Апробация метода на примере пассажирского вагона с дисковым тормозом показала хорошее совпадение с результатами экспериментальных исследований и может быть использована для оценки характеристик тормозных процессов вагонов во временной области.*

*Запропонований розрахунково-експериментальний метод визначення характеристик гальмівних систем пасажирських і вантажних вагонів з використанням математичних моделей, входними даними для якої є результати ходових гальмівних випробувань. Розрахункові дослідження дозволяють провести аналіз властивостей гальмівної системи у тимчасовій області. Апробація методу на прикладі пасажирського вагона з дисковим гальмом показала хороший збіг з результатами експериментальних досліджень і може бути використана для оцінки характеристик гальмівних процесів вагонів у часовій області.*

*Calculation-research method for determination of passenger and freight cars' brake systems characteristics by using mathematical model with running brake tests results used as input data. Calculation research let to make brake system characteristics analysis in the time-domain. Method approval by the example of a passenger car with a disk brake shown good agreement with experimental research results and can be used for evaluation of cars brake operation characteristics in the time-domain.*

**Ключевые слова:** Математическая модель, тормозная эффективность, тормозной путь, скорость, замедление, время торможения.

Устойчивая работа железнодорожного транспорта во многом определяется техническим уровнем вагонного парка. Поэтому задачам по созданию вагонов нового поколения, отличающихся улучшенными потребительскими и эксплуатационными характеристиками, совершенствованию системы ремонта и технического обслуживания ва-

© Водяников Ю. Я., Сафронов А. М., Свистун С. М., 2013

---

---

гонного парка придается первостепенное значение. Ведутся работы по созданию типоразмерного ряда грузовых тележек по допускаемым осевым нагрузкам 20, 25, 27, 30 тс и скоростям движения 140, 120, 100 и 90 км/ч. Для пассажирских вагонов нового поколения разрабатываются тележки для конструкционной скорости движения 200-250 км/ч с вертикальными и горизонтальными гидравлическими гасителями колебаний, поводками в буксовых узлах, с пружинным или пневматическим рессорным подвешиванием со статическим прогибом 280 мм; дисковый и магнитный тормоз, электронное противоюзное устройство; автосцепное устройство жесткого типа; централизованное электроснабжение; электроотопление с жидким теплоносителем.

В вагонах нового поколения закладываются более совершенные узлы и детали, использование которых позволит существенно улучшить показатели безопасности движения, на порядок уменьшить число отцепок вагонов в текущий ремонт.

Переход на новые технологии производства вагонов, деталей ходовых частей, автосцепного устройства, тормозного оборудования вагонов позволит увеличить их безремонтные пробеги с 120-160 тыс. до 1 млн. км.

**Актуальность темы.** В процессе отработки новой конструкции вагона на стадии проектирования и выбора его основных рациональных параметров и характеристик параллельно с расчетами проводятся экспериментальные исследования в лабораториях на моделях, макетах, натурных узлах и опытных образцах вагонов.

Объем и степень подробности испытаний зависит от того, на каком этапе создания конструкции вагона они выполняются.

Наиболее полная и достоверная информация о технических характеристиках и свойствах вагона может быть получена в процессе испытаний на эксплуатационных участках железнодорожного пути различного состояния или на специально приспособленных для этих целей испытательных полигонах.

Важнейшей составной частью вагона является тормозная система, которая во многом обеспечивает безопасность движения поездов. Окончательной оценкой эффективности тормозной системы являются результаты ходовых тормозных испытаний. При этом актуальными являются разработка методов углубленного анализа результатов испытаний.

Как правило, ходовым тормозным испытаниям подвергается один образец.

Такие испытания проводятся методом «бросания», а тормозной путь исследуемого вагона определяется как разность расстояний проходимого вагоном-лабораторией при прямом и обратном движениях (рис. 1).



**Рис. 1. Определение тормозного пути опытного вагона методом «бросания»**

Указанный метод позволяет получить тормозные пути одиночного вагона в заданном диапазоне скоростей в начале торможения. Вместе с тем, для более углубленного исследования характеристик тормозной системы опытного вагона возникает необходимость анализа процессов торможения во временной области при заданной скорости в начале торможения: тормозного пути, скорости и замедления вагона.

---

Такие задачи могут быть решены расчетно-экспериментальным методом на основе математического моделирования процессов торможения испытываемого объекта с использованием результатов ходовых тормозных испытаний.

**Цель статьи.** Целью статьи является методика определения характеристик тормозных процессов единиц подвижного состава во временной области с применением математических моделей.

**Изложение основного материала.** Математическая модель торможения вагона как единой массы описывается нелинейным дифференциальным уравнением [1]:

$$\frac{d^2S}{dt^2} = -\zeta \cdot \{ b_T(\delta_p(t), \varphi_{mp}, V) + w_{ox}(V) \pm i \}, \quad (1)$$

где  $\varphi_{mp}$  – коэффициент трения, для дисковых тормозов является постоянной величиной, для колодочного с композиционными колодками определяется по формуле [1]:

$$\varphi_{mp} = 0,36 \frac{V+150}{2V+150}, \quad (2)$$

здесь  $V$  – скорость, км/ч;

$\zeta$  – замедление поезда под действием удельной замедляющей силы;

$w_{ox}(v)$  – удельное основное сопротивление движению;

$\pm i$  – величина уклона пути;

$b_T(\delta_p(t), \varphi_{mp}, V)$  – удельная тормозная сила.

Для решения дифференциального уравнения (1) используется метод Рунге-Кутты. Приведение дифференциального уравнения (1) к системе дифференциальных уравнений первого производных путем ввода дополнительных аргументов [2]:

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = V \\ \frac{dV}{dt} = F(t, S, V, b_T(\delta, \varphi_{mp}), w_{ox}, i) \end{cases} \quad (3)$$

Начальными условиями для решения системы уравнений являются:

$S(t=0) = 0$ ;  $\frac{dS}{dt}(t=0) = V_0$ , где  $V_0$  – скорость в начале торможения.

Функция  $F(t, S, V, b_T)$  учитывает особенность воздействия на объект тормозных сил, которая может быть представлена тремя периодами: первый период характеризуется воздействием основного сопротивления движению; второй – нарастанием тормозной силы обусловленное наполнением тормозного цилиндра сжатым воздухом; третий – постоянной тормозной силой при установившемся давлении сжатого воздуха в тормозном цилиндре.

Тормозные коэффициенты (удельные тормозные силы) определяются по экспериментальным значениям тормозных путей, полученные в процессе ходовых тормозных испытаний объекта.

Многочисленные экспериментальные исследования свидетельствуют, что зависимость тормозного коэффициента (удельной тормозной силы) от тормозного пути может быть представлена степенной функцией:

$$\delta_p(b_T) = c \cdot S^d. \quad (4)$$

Коэффициенты  $c$  и  $d$  уравнения (4) определяются методом наименьших квадратов, для этого формула (4) после логарифмирования:

$$\ln(\delta_p, b_T) - \ln(c) - d \cdot \ln(S) = 0 \quad (5)$$

и ввода обозначений  $y = \ln(\delta_p, b_T)$ ;  $a = \ln(c)$ ;  $b = d$ ;  $z = \ln(S)$  преобразовываются к виду:  $y = a + bz$ , при этом разрешающее уравнение метода наименьших квадратов принимает вид [3]:

$$U = \sum_{i=1}^m (y_i - (a + b \cdot z_i))^2, \quad (6)$$

где  $m$  – число интервалов.

После дифференцирования уравнения (6) по неизвестным коэффициентам  $a$  и  $b$  и решения системы уравнений, коэффициенты уравнения (4) определяются по формулам:

$$c = \exp\left(\frac{\sum_{i=1}^m \ln(\delta_{pi}, b_{Ti}) \cdot \sum_{i=1}^m ((\ln(S_i))^2) - \sum_{i=1}^m (\ln(S_i) \cdot \ln(\delta_{pi}, b_{Ti})) \cdot \sum_{i=1}^m \ln(S_i)}{m \sum_{i=1}^m (\ln(S_i))^2 - (\sum_{i=1}^m \ln(S_i))^2}\right); \quad (7)$$

$$d = \frac{m \sum_{i=1}^m (\ln(S_i) \cdot \ln(\delta_{pi}, b_{Ti})) - \sum_{i=1}^m \ln(S_i) \sum_{i=1}^m \ln(\delta_{pi}, b_{Ti})}{m \sum_{i=1}^m (\ln(S_i))^2 - (\sum_{i=1}^m \ln(S_i))^2}. \quad (8)$$

Коэффициент детерминации  $R^2$ , определяется по формуле:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^m (\delta_p, b_T - c \cdot S^d)^2}{\sum_{i=1}^m \delta_p^2, b_T^2 - \frac{(\sum_{i=1}^m \delta_p, b_T)^2}{m}}. \quad (9)$$

Значения коэффициентов формулы (4) для определения удельной тормозной силы для пассажирских вагонов с дисковым тормозом, а также тормозных коэффициентов для пассажирских и грузовых вагонов с колодочным приведены в табл. 1.

Таблица 1. Значения коэффициентов формулы (4)

Скорость в начале торможения, км/ч	Коэффициенты уравнения (4)					
	Дисковый тормоз		Колодочный тормоз			
			Пассажирский вагон		Грузовой вагон	
$c$	$d$	$c$	$d$	$c$	$d$	
1	2	3	4	5	6	7
40	69,92	1,4019	214,07	1,4265	536,43	1,5611
50	81,18	1,3265	257,78	1,3493	581,52	1,4622
60	92,65	1,2731	308,92	1,2983	629,89	1,3916
70	104,92	1,2341	369,15	1,2631	686,74	1,3398
80	118,19	1,2047	440,05	1,2384	753,2	1,3007
90	132,68	1,1821	523,52	1,2209	829,93	1,2705
100	148,56	1,1645	621,55	1,2086	917,24	1,2468
110	165,94	1,1507	736,87	1,2004	1015,8	1,228

<i>Закінчення табл. 1</i>						
120	185,02	1,1399	872,55	1,1952	1126,2	1,2129
130	205,96	1,1314	1032,30	1,1925	1249,5	1,2008
140	228,98	1,1248	1220,80	1,1918	1386,7	1,1911
150	254,30	1,1198	1443,30	1,1929	-	-
160	282,18	1,1162	1706,70	1,1954	-	-

Исследования тормозной системы опытного вагона расчетно-экспериментальным методом с учетом результатов ходовых тормозных испытаний включают этапы:

1. Определение тормозных путей в заданном диапазоне скоростей и получение аналитической зависимости тормозного пути от скорости в начале торможения.
2. Определение тормозных коэффициентов для колодочного тормоза или удельной тормозной силы для дискового по формуле (4) с использованием табл. 1.
3. Решение дифференциального уравнения движения (1) методом Рунге-Кутты при торможении одиночного вагона для фактических значений осевой нагрузки и тормозных коэффициентов (удельных тормозных сил).
4. Построение графиков тормозного пути, скорости и замедления одиночного вагона в зависимости от времени торможения для заданной скорости в начале торможения.

Реализация изложенного алгоритма рассматривается на примере ходовых тормозных испытаний пассажирского вагона с дисковым тормозом в груженом состоянии при экстренном пневматическом торможении на площадке. Поездные тормозные испытания проводились методом «бросания» (рис. 1) в диапазоне скоростей в начале торможения 40-160 км/ч на прямом участке пути «Новомосковск-Днепровский» – «Баловка» Приднепровской железной дороги в светлое время суток при температуре окружающего воздуха 10-15 °С и относительной влажности 60%.

Тормозная система тележки имеет закрепленные на поперечных балках рамы четыре тормозных цилиндра с встроенными регуляторами выхода штока, с рычажной передачей клещевого типа. В качестве тормозных фрикционных устройств используются тормозные диски (по два на ось), жестко закрепленные на каждой оси колесной пары.

На каждой из осей тележки жестко закреплены по 2 чугунных тормозных диска (KNORR-BREMSE) диаметром 610 мм, толщиной 110 мм и радиусом трения 233 мм, к которым при торможении с двух сторон прижимаются тормозные накладки, изготовленные из износостойких композиционных материалов.

**Таблица 2. Основные характеристики (показатели) пассажирского вагона**

Наименование характеристик (показателей), ед. измерений	Значение показат.
1	2
<b>Сила тяжести вагона с экипажем, кН (тс)</b>	568 (57,92)
Сила тяжести груза, кН (тс)	41,188 (4,2)
Конструкционная скорость, км/ч	160
Средняя расчетная статическая нагрузка от колесной пары на рельсы, кН (тс)	152,3 (15,53)

Общее передаточное число тормозного блока (клещевого механизма) – 11,41. Эффективная площадь поршней тормозных цилиндров, установленных на тележках с котловой стороны вагона составляет 90,5 см<sup>2</sup>, с котловой стороны – 105 см<sup>2</sup>.

Основные характеристики (показатели) пассажирского вагона с опытными тележками моделей 68-7007 и 68-7012 приведены в табл. 2 (весовые характеристики определены путем взвешивания).

Массив измеренных тормозных путей пассажирского вагона в исследуемом диапазоне скоростей (40-160) км/ч представлен на рис. 2, соответствующие им удельные тормозные силы – на рис.3. Анализ результатов показал, что удельные тормозные силы зависят от скорости в начале торможения, причем их значения с увеличением скорости в начале торможения убывают.

Удельная тормозная сила  $B_T$  определяется по формуле [3]:

$$B_T = \delta_k \cdot \varphi_{mp}, \quad (10)$$

где  $\delta_k$  – коэффициент силы нажатия накладок на диски, приведенный к поверхности катания колеса;  $\varphi_{mp}$  – коэффициент трения накладки и диска.

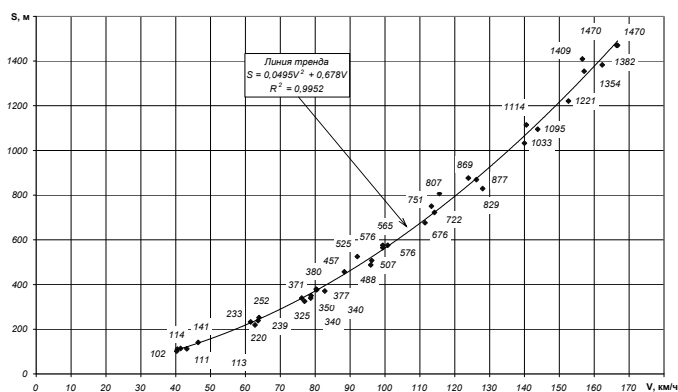


Рис. 2. Экспериментальные значения тормозных путей пассажирского вагона с полной загрузкой при экстренном пневматическом торможении на площадке

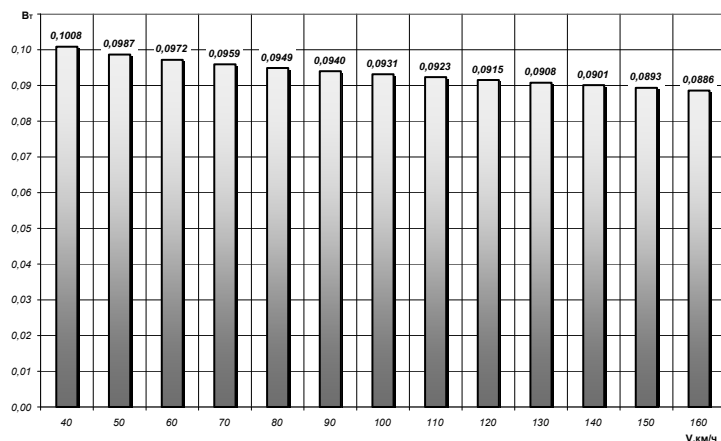


Рис. 3. Экспериментальные значения удельных тормозных сил при экстренном пневматическом торможении вагона на площадке

Полагая, что силы нажатия накладок на диски в процессе торможения сохраняют постоянное значение, фактические значения коэффициентов трения накладок определяются по формуле:

$$\varphi_{mp} = \frac{B_T}{\delta_k}. \quad (11)$$

Фактические значения коэффициентов трения, вычисленные по формуле (11) приведены на рис. 4, при этом среднее значение коэффициента трения накладок, рассчитанное по формуле (12), составило 0,404.

$$\varphi_{mp,cp} = \frac{\sum_{i=1}^{13} \varphi_{mp,i}}{13}, \quad (12)$$

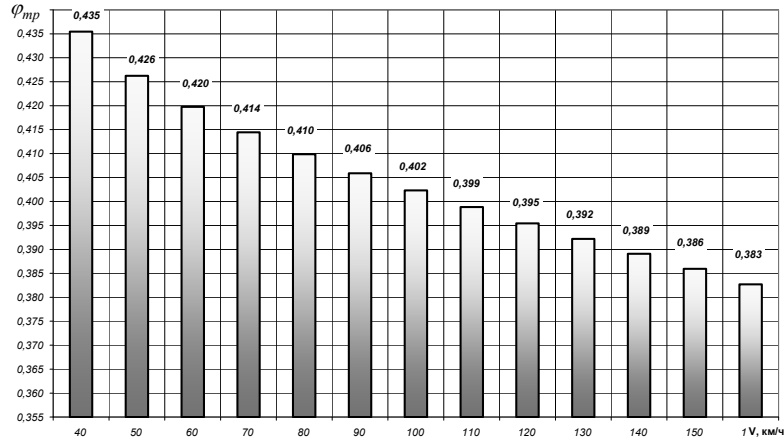


Рис. 4. Фактические значения коэффициентов трения накладок  
Экспериментальные значения замедления вагона определялись по формуле:

$$a_i = \frac{V_{0,i}^2}{2 \cdot S_i}, \quad (13)$$

где  $a_i$  – замедление вагона при  $i$ - опыте;  $V_{0,i}$  – скорость в начале торможения при  $i$  – опыте;  $S_i$  – тормозной путь, измеренный при  $i$  – опыте.

Сравнительный анализ экспериментальных и расчетных исследований с применением математической модели свидетельствует об их хорошем совпадении как по тормозному пути (рис. 5), так и по величине замедления (рис. 6), что позволяет использовать расчетно-экспериментальный метод для дальнейшего анализа процессов торможения во временной области.

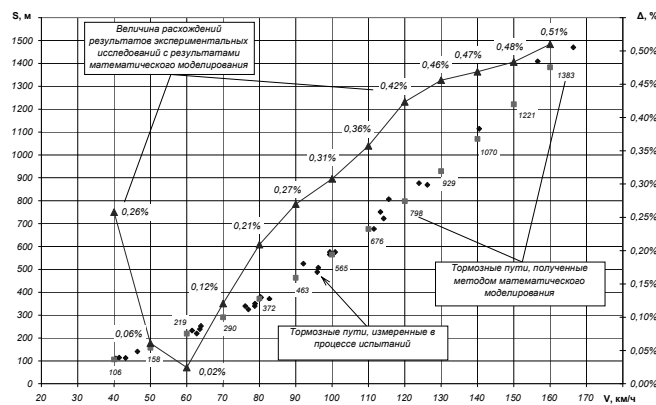


Рис. 5. Тормозные пути вагона, полученные экспериментальным и расчетным методами

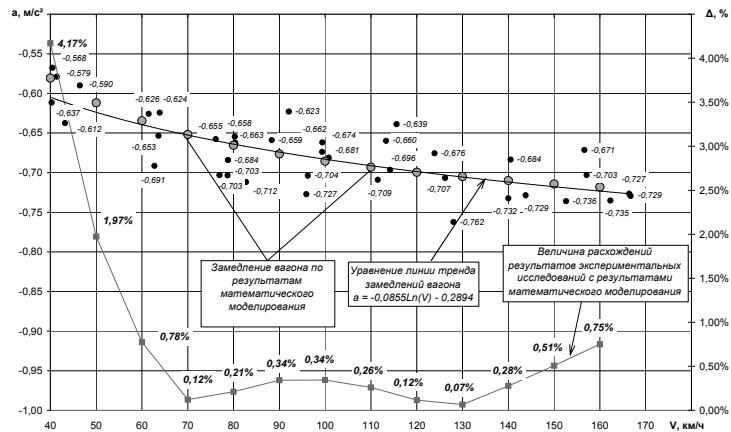


Рис. 6. Средние значения замедлений вагона на площадке

Результаты расчетно-экспериментальных исследований с применением математической модели показали, что изменение тормозного пути во времени описывается квадратичной зависимостью (рис. 7), а максимальные мгновенные значения изменений пути в единицу времени соответствуют начальному периоду торможения (рис. 8).

Замедление вагона во времени носит неоднозначный характер: максимальное замедление достигается за время 7,1 с от начала торможения (рис. 9).

Такая особенность обусловлена характером изменения силы нажатия накладок при наполнении тормозного цилиндра сжатым воздухом (рис. 10).

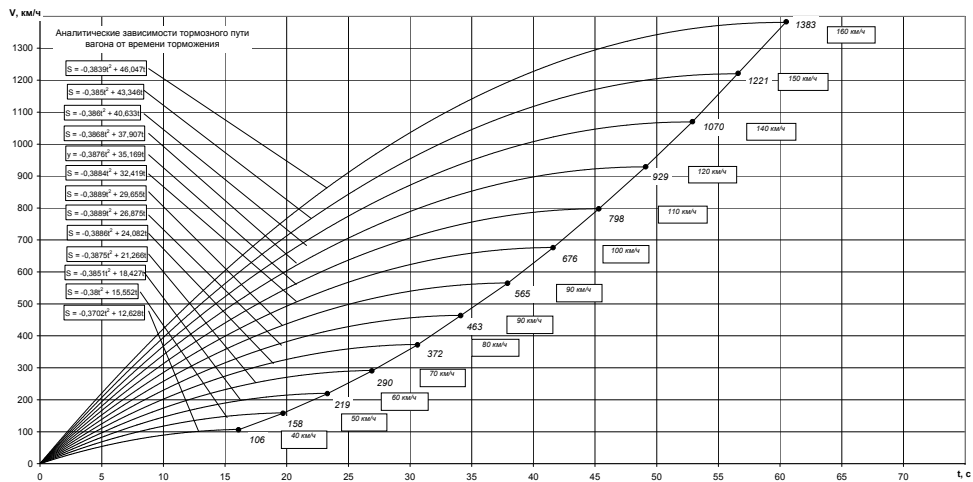
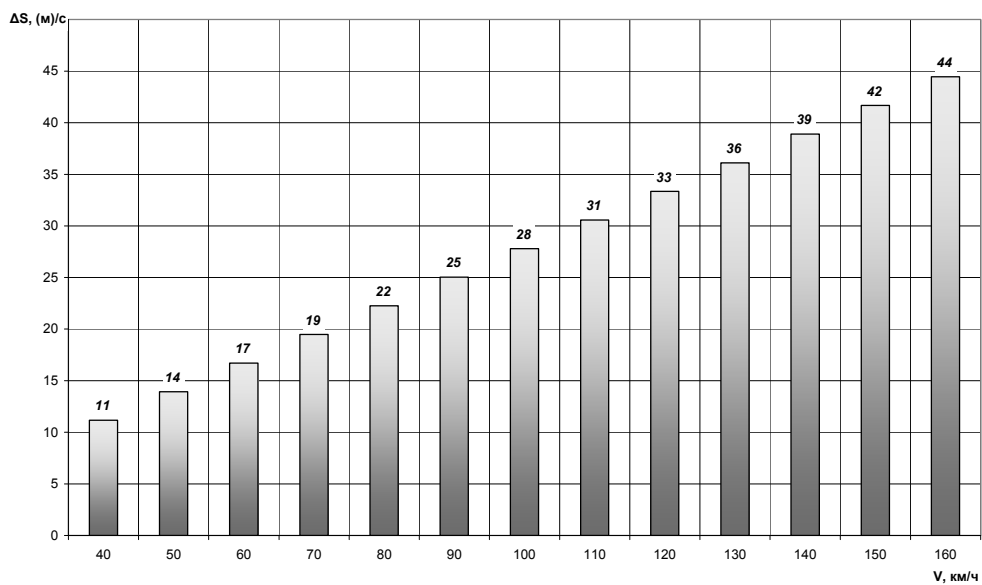
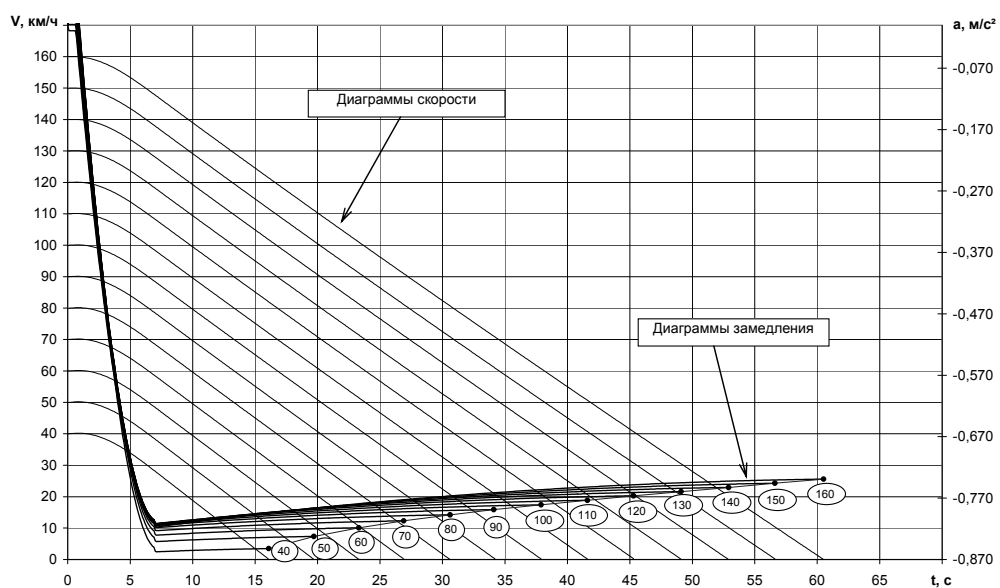


Рис. 7. Диаграммы изменения тормозного пути вагона на площадке при экстренном пневматическом торможении





**Рис. 8. Максимальные мгновенные значения изменений тормозного пути в единицу времени**



**Рис. 9. Диаграммы изменения скорости и замедления вагона на площадке при экстренном пневматическом торможении**

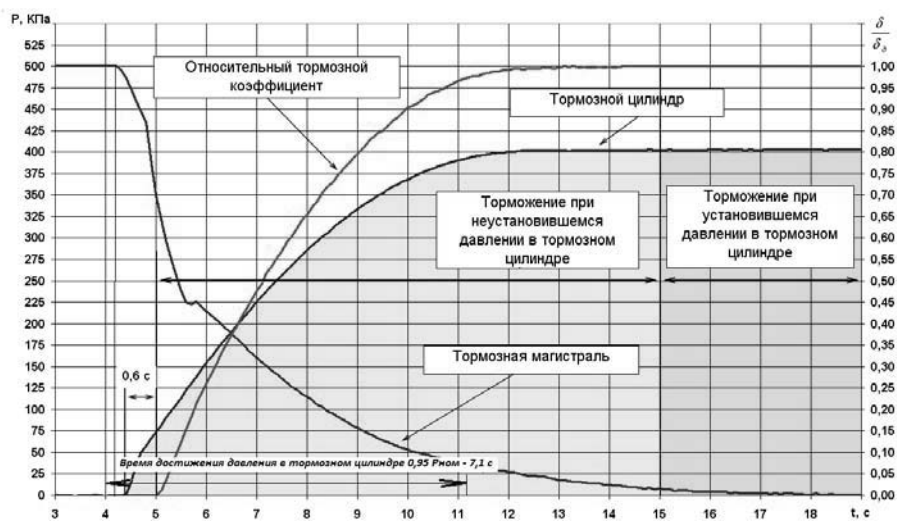


Рис. 10. Наполнение тормозного цилиндра сжатым воздухом

Наибольшие мгновенные значения замедлений вагона в зависимости от скорости в начале торможения достигают максимальных значений для скоростей 40 км/ч и 160 км/ч, минимальных – 110-120 км/ч (рис. 11).

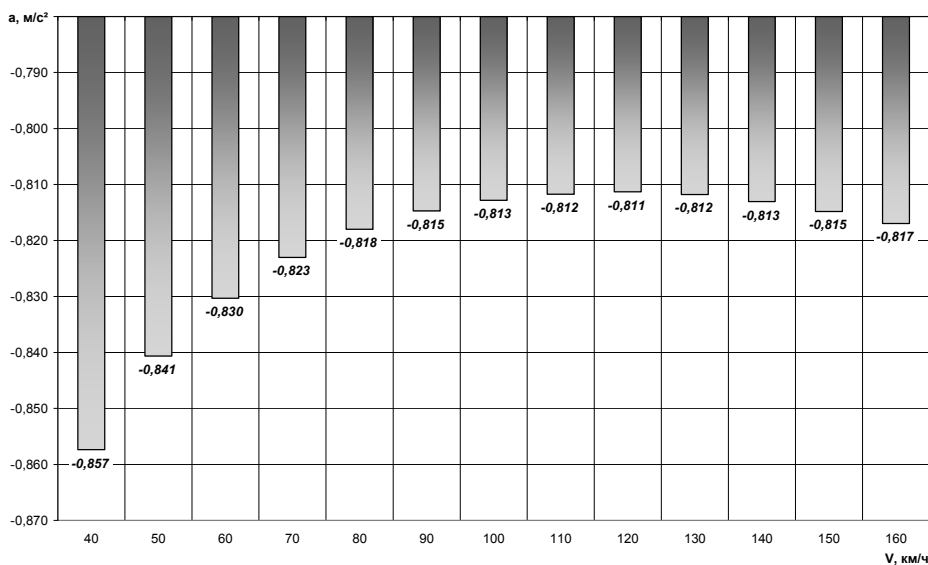


Рис. 11. Максимальные значения замедления вагона

При установившемся торможении замедление вагона приобретает тенденцию к снижению по квадратичной зависимости (рис. 12).

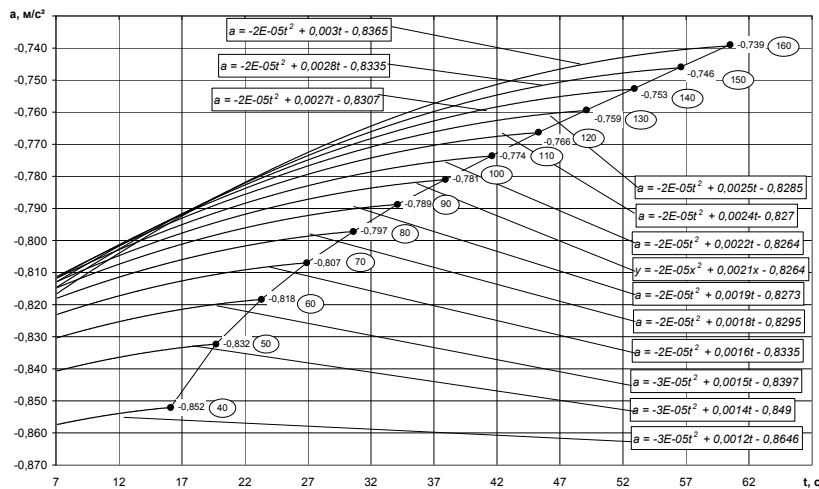


Рис. 12. Изменение замедления вагона при установившемся торможении

На основании анализа результатов расчетно-экспериментальных исследований тормозной системы вагона было установлено:

Удельные тормозные силы пассажирского вагона с дисковым тормозом в диапазоне скоростей движения 40-160 км/ч имеют неоднозначный характер и имеют тенденцию, для испытываемого вагона, снижения с увеличением скорости;

Наибольшие величины замедлений соответствуют давлению в тормозном цилиндре составляющему 95 % от номинального;

Фактические значения коэффициентов трения накладок изменяются в зависимости от скорости в начале торможения;

Средняя величина коэффициента трения составила 0,404 и соответствует паспортным данным;

Максимальные значения замедления вагона соответствуют скорости в начале торможения 160 км/ч и 40 км/ч.

Тормозные пути и замедление вагона при экстренном пневматическом торможении на площадке при установившемся торможении описываются квадратичной зависимостью от времени торможения.

**Выводы.** Математическая модель адекватно отображает реальный процесс торможения: максимальное расхождение по тормозному пути составило 1 %, по ускорению –5 %;

Предложенная методика позволяет получить уточненные характеристики тормозных систем единиц подвижного состава.

## ЛИТЕРАТУРА

- 1 Гребенюк. П. Т. Правила тормозных расчетов. – М.: Интекст, 2004. – 114 с.
- 2 Водяников Ю. Я. Применение метода Рунге-Кутты для определения тормозного пути единиц подвижного состава / Ю. Я. Водяников, Т. В. Шелейко, С. М. Свистун // Збірник наукових праць Української державної академії залізничного транспорту. – Харків: УкрДАЗТ, 2013. – Вип. 139. – с. 302.
- 3 Статистические методы обработки результатов механических испытаний: Справочник / М. Н. Степанов. – М.: Машиностроение, 1985. – 232 с.