

УДК 539.4

*В. В. Косарчук  
О. В. Азарков  
В. О. Катерищук  
О. Ю. Рафальський*

**ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНА ПЕРЕВІРКА СТРУКТУРНОЇ МОДЕЛІ  
ПРУЖНО-ПЛАСТИЧНОСТІ В УМОВАХ НЕПРОПОРЦІЙНОГО  
НАВАНТАЖЕННЯ**

*Розглянуто результати експериментальної перевірки визначальних співвідношень моделі пружно-пластичного деформування циклічно нестабільних матеріалів в умовах складного (непропорційного) статичного і циклічного навантаження. Перевірка передбачала визначення спроможності моделі описати механічну поведінку початково ізотропних циклічно стабільних та циклічно нестабільних матеріалів за умов навантаження осьювою силою і крутним моментом.*

*Рассмотрены результаты экспериментальной проверки определяющих соотношений модели упругопластического деформирования циклически нестабильных материалов в условиях сложного (непропорционального) статического и циклического нагружения. Проверка заключалась в определении способности модели описать механическое поведение начально-изотропных циклически стабильных и циклически нестабильных материалов в условиях нагружения осевой силой и крутящим моментом.*

*The results of experimental verification of the defining relations for the model of elastic-plastic deformation of cyclic non-stable materials under the complex (disproportional) static and cyclic loading are considered. The verification dealt with the determination of the ability of the model to describe the mechanical behavior of the initially isotropic cyclically stable and unstable materials under loading with axial force and torque.*

**Ключові слова:** структурна модель середовища, пружно-пластичні деформації, циклічне навантаження, складний напружений стан.

В роботах [1, 2] запропоновані визначальні співвідношення структурної моделі пружнопластичного середовища, запропоновано систему базових експериментів, а також виконано ідентифікацію параметрів моделі пружно-пластичного деформування за результатами базових експериментів. В роботі [3] представлено результати

© Косарчук В. В., Азарков О. В., Катерищук В. О., Рафальський О. Ю., 2013

перевірки визначальних співвідношень в умовах простого циклічного навантаження. В даній статті розглянемо результати перевірки визначальних співвідношень моделі пружно-пластичного деформування в умовах складного навантаження.

При складному (непропорційному) циклічному навантаженні механічна поведінка матеріалу визначається як кінетикою циклічного зміцнення (або знеміцнення), так і ефектами запізнювання його тензорних і скалярних властивостей [4].

Ефекти непропорційного навантаження, що проявляються в запізненні тензорних та скалярних властивостей матеріалу, спостерігаються вже на найпростіших траєкторіях деформування у вигляді дволанкових ламаних [5, 6 – 9]. У зв'язку із цим об'єктом моделювання було обрано механічну поведінку сталі 45 на дволанкових траєкторіях деформації [9]. Дослідження проводились на трубчастих зразках в умовах навантаження осьовою силою та внутрішнім тиском. Значення кута  $\theta_0$  між

напрямами першої й другої ланок у площині деформацій  $\varepsilon_{zz} - \frac{2}{\sqrt{3}}\varepsilon_{\theta z}$  змінювалося в межах від  $90^\circ$  до  $180^\circ$ . Перша ланка траєкторії деформування для всіх зразків була однаковою – зразок розтягувався до значення осьової деформації  $\varepsilon_{zz} = 1,2\%$ , далі відбувалася витримка при  $\varepsilon_{zz} = 1,2\%$  протягом 200 с (для того, щоб пройшла релаксація миттєвих напружень), після чого здійснювалося деформування по другій прямолінійній ланці траєкторії [9].

При моделюванні векторних властивостей сталі 45 досліджувалися образи процесів навантаження та деформування в сполучених площинах  $S_1S_3$  і  $\mathcal{E}_1\mathcal{E}_3$  п'яти-вимірних просторів Ільюшина для напружень  $S_{(s)}$  і повних деформацій  $\mathcal{E}_{(s)}$  (рис. 1) [4]. Крім запропонованої структурної моделі циклічно нестабільних матеріалів дослідній перевірці підлягали також різні варіанти теорії пластичності, а саме: теорії пластичної текучості з ізотропним, кінематичним та ізотропно-кінематичним зміцненням, а також структурні моделі середовища з ідеально пластичними та лінійно зміцнюваними піделементами. Про адекватність вказаних моделей експерименту можна судити за величиною кута  $\varphi$  між розрахованим і експериментальним векторами напружень.

За рис. 1 у момент зміни напрямку вектора довантаження (у точці зламу траєкторії деформування) для всіх типів визначальних співвідношень теорії пластичності кут  $\varphi$  настільки малий, що його величиною можна знехтувати. Однак, по мірі віддалення точки, що зображує напружений стан, від точки зламу траєкторії деформування простежується чітка тенденція до збільшення вказаного кута, тобто до росту неузгодженості експериментального й розрахункового векторів напружень. Швидше за інших повертається вектор напружень, який був розрахований за теорією текучості з ізотропною моделлю зміцнення. Це вказує на те, що така модель навіть якісно не може описати вказані процеси деформування. Дещо кращі результати отримані при використанні співвідношень структурних моделей з лінійно зміцнюваними та ідеально пластичними піделементами. Те, що вказані моделі дають близькі результати, пояснюється тим, що внесок циклічної складової зміцнення на дволанкових траєкторіях настільки малий, що ним можна знехтувати. Вектори напружень, що відповідають розрахункам за цими двома моделями, задовільно описують еволюцію експериментального вектора напружень.

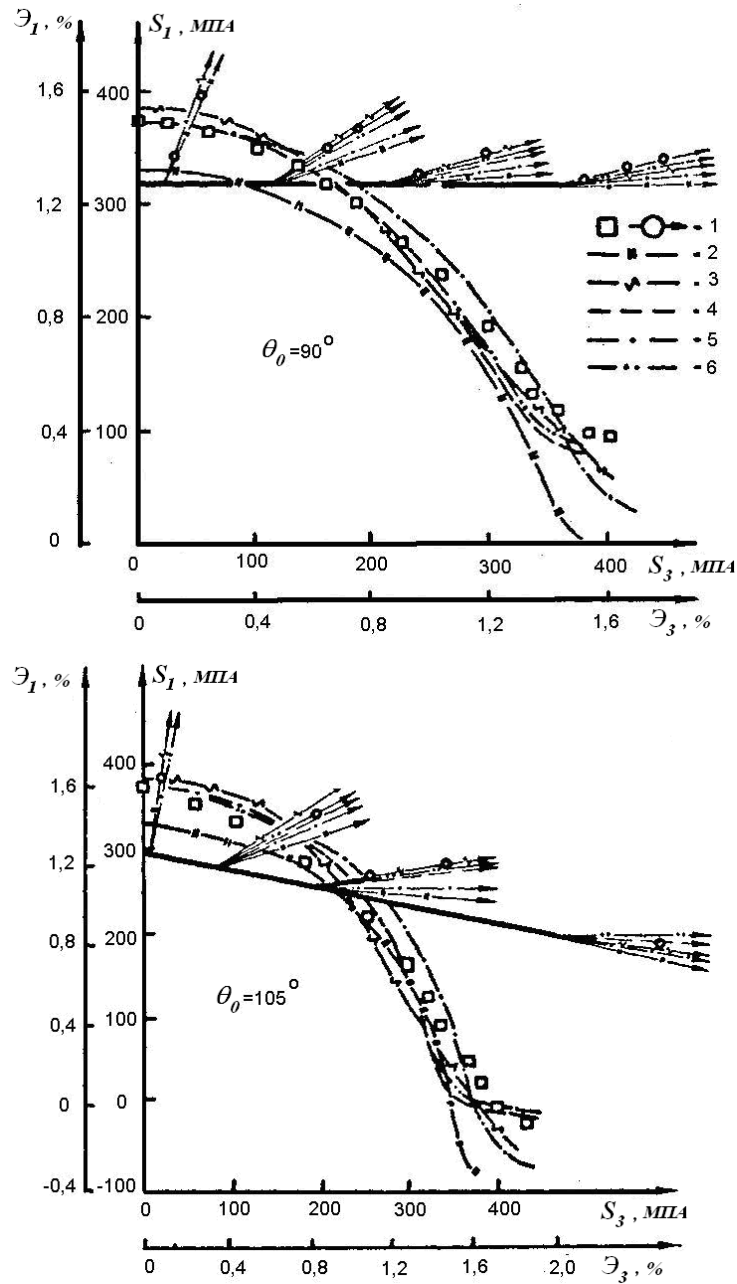


Рис. 1. Образи процесів у просторах напружень і деформацій:  
 1 – експеримент (сталь 45); 2, 3 – теорії текучості з ізотропним та кінематичним зміцненням; 4, 5 – структурні моделі з ідеально пластичними та лінійно зміцнюваними піделементами; 6 – запропонована структурна модель

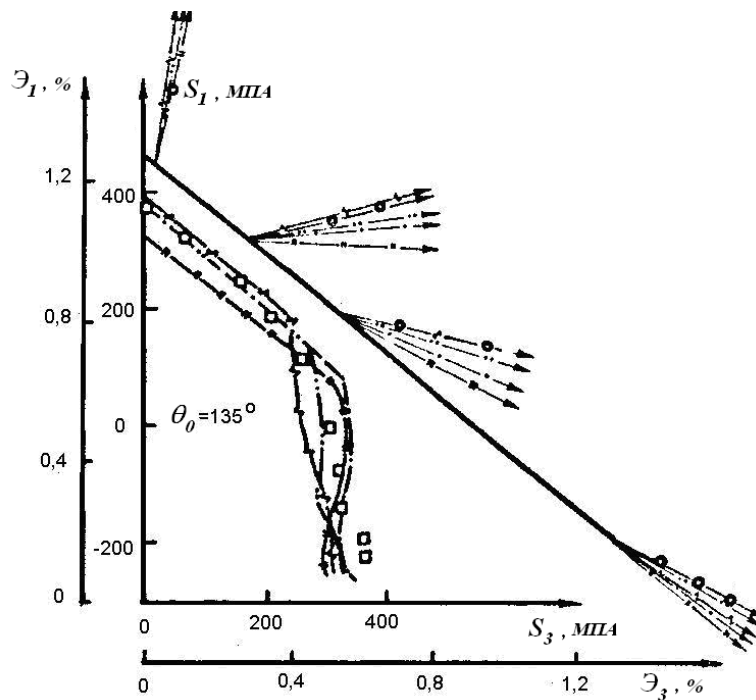
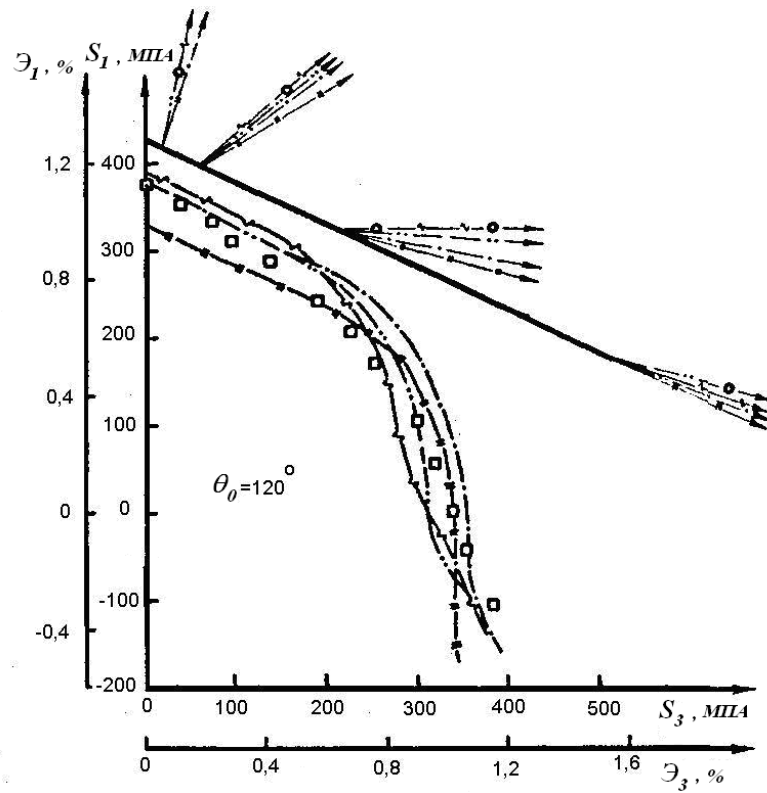


Рис. 1. Образи процесів в просторах напружень і деформацій (продовження)

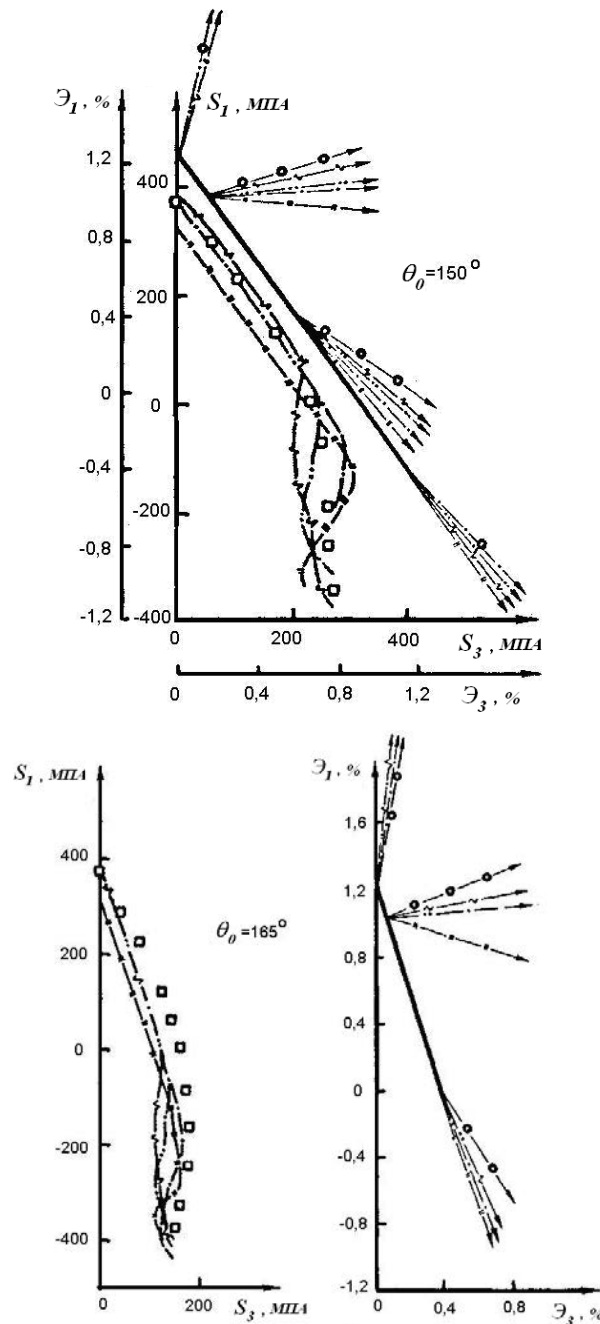


Рис. 1. Образи процесів в просторах напружень і деформацій (продовження)

для кутів зламу траєкторії деформування, які не перевищують  $\theta_0 \leq 135^\circ$ . При більших значеннях кута зламу  $\theta_0$  похибка апроксимації значно зростає (рис. 1).

Найкращі результати моделювання були отримані при використанні визначальних співвідношень теорії текучості з ізотропно-кінематичним зміцненням, а також для запропонованої структурної моделі. Але й для цих моделей при кутах зламу  $\theta_0 > 135^\circ$  точність розрахунку дещо падає (рис. 1). Зауважимо, що розглянутий

варіант теорії текучості з ізотропно-кінематичним зміцненням використовується у досить поширеному пакеті прикладних програм для розрахунку напружено-деформованого стану елементів конструкцій методом скінченних елементів ANSYS.

Відзначимо цікавий результат. Хоча для всіх досліджених моделей константи матеріалу визначалися з результатів експериментів на пропорційне навантаження, для більшості визначальних співвідношень виявлена задовільна якісна й кількісна відповідність між розрахунковими й експериментальними результатами на непропорційних траєкторіях деформування.

Для аналізу можливості опису вищевказаними моделями ефектів запізнювання скалярних властивостей матеріалу на рис. 2 подані експериментальні (сталь 45 [9]) та розрахункові залежності приведеної інтенсивності напружень

$$\sigma_i^* = \sqrt{\frac{3}{2}} \sqrt{(S_1 - S_1^0)^2 + S_3^2} \quad \text{від} \quad \text{приведеної} \quad \text{інтенсивності} \quad \text{деформацій}$$

$$\varepsilon_i^* = \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{(\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_1^0)^2 + \mathcal{E}_3^2} \quad \text{для} \quad \text{другої} \quad \text{ланки} \quad \text{траєкторії} \quad \text{деформування,} \quad \text{де} \quad \mathcal{E}_1^0, S_1^0 -$$

єдині ненульові компоненти векторів деформацій і напружень у кінці першої ланки траєкторії деформування.

З наведеного рисунка видно, що найбільш адекватними експерименту можна вважати співвідношення теорії текучості з ізотропно-кінематичним зміцненням та запропонованої структурної моделі циклічно нестабільних матеріалів. Найбільші розбіжності з експериментом при описанні ефектів скалярного запізнювання механічних властивостей сталі 45 на дволанкових траєкторіях деформації виявлено в розрахунках за теорією текучості з ізотропним зміцненням та структурною моделлю з лінійно зміцнюваними піделементами.

Нагадаємо, що теорія пластичної текучості з ізотропним зміцненням є до теперішнього часу найживанішою при розрахунках напружено-деформованого стану конструкцій.

При складному циклічному навантаженні (тобто непропорційному циклічному навантаженні) механічна поведінка конструкційних матеріалів визначається як ефектами запізнювання векторних та скалярних властивостей матеріалів, так і особливостями їх поведінки при циклічному навантаженні [10, 11].

У роботі [12] наведені експериментальні дані дослідження механічної поведінки тонкостінних трубчастих зразків із сталі 20 при складному циклічному навантаженні, схема якого показана на рис. 3. Зразки спочатку розтягувались до величини деформації  $\mathcal{E}_{cm} = \sqrt{\frac{2}{3}} \mathcal{E}_1$ , а надалі піддавалися циклічному крученню з постійною

амплітудою  $\mathcal{E}_{ck} = \sqrt{\frac{2}{3}} |\mathcal{E}_3^{(+)(-)}|$ . Досліди проводили при кількох значеннях  $\mathcal{E}_{cm}$  та  $\mathcal{E}_{ck}$ .

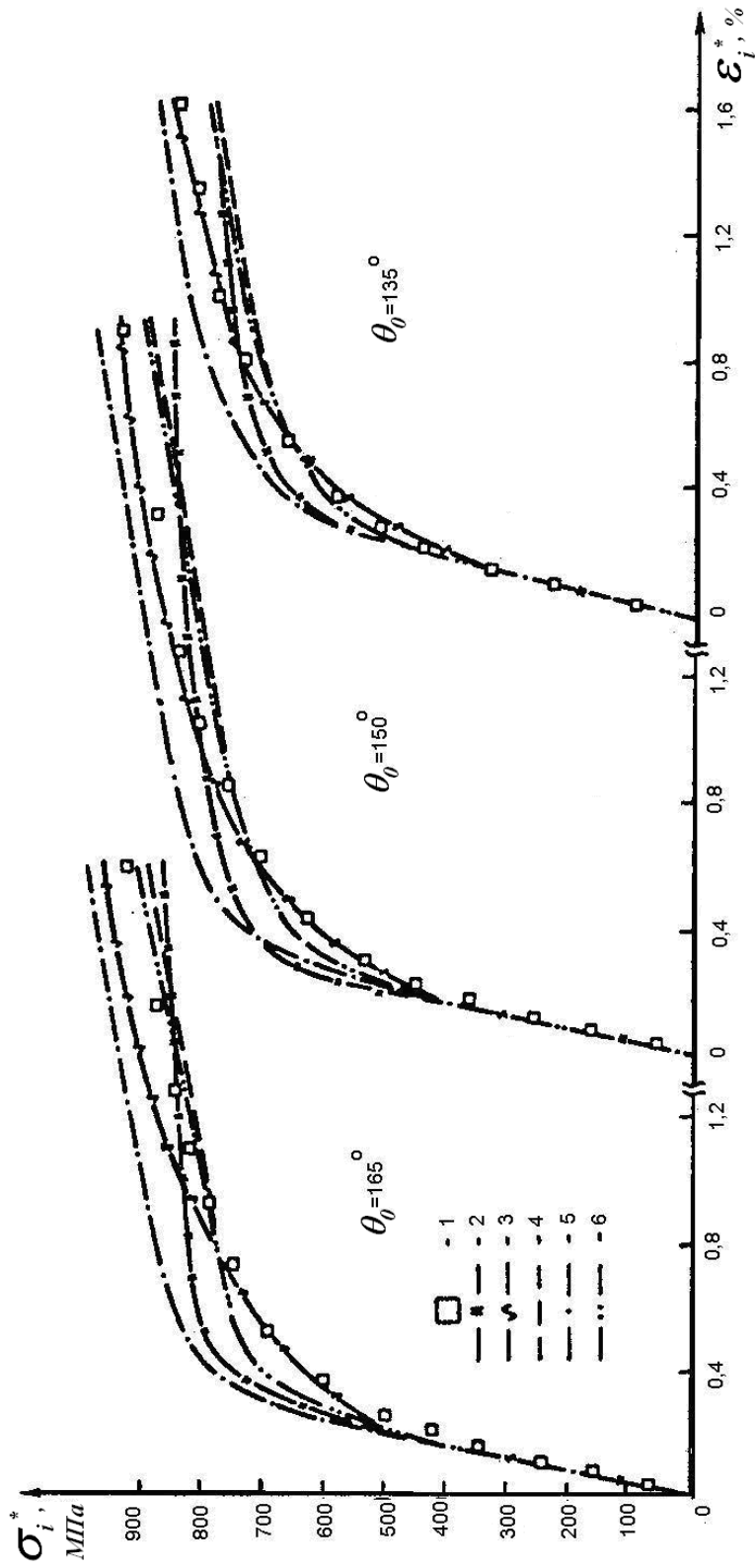


Рис. 2. Залежність приведеної інтенсивності напружень від приведеної інтенсивності деформації для другої ланки траєкторії деформування. Позначення наведені на рис. 1

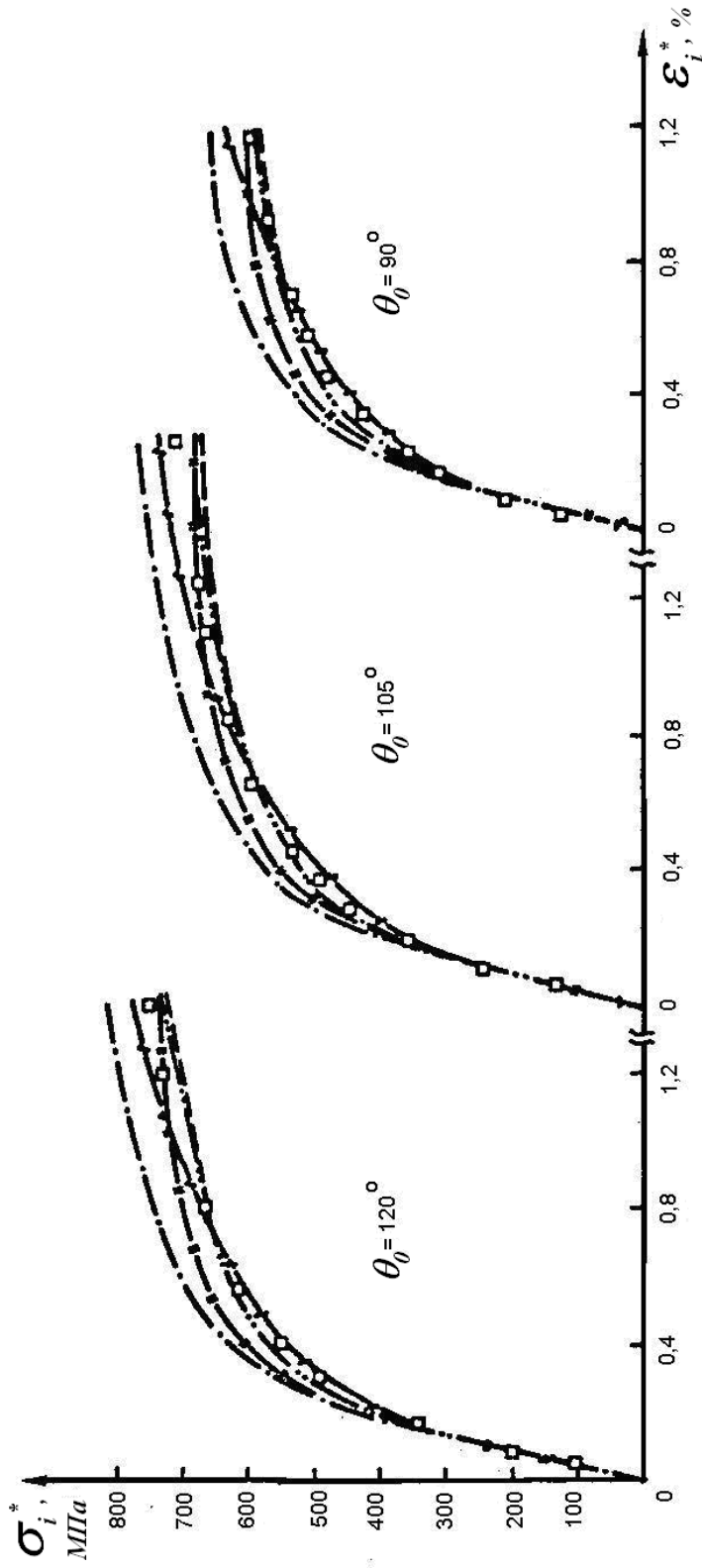


Рис. 2. Залежність приведеної інтенсивності напружень від приведеної інтенсивності деформацій для другої ланки траєкторії деформування. Позначення наведені на рис. 1 (продовження)



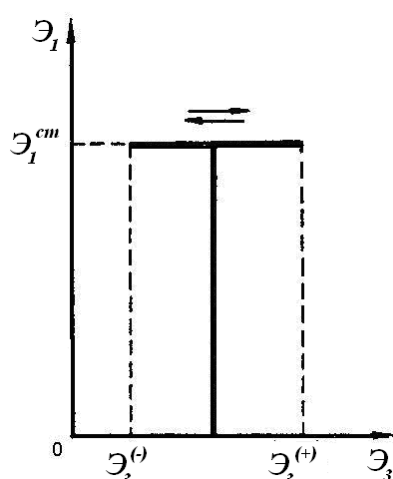


Рис. 3. Схема складного циклічного деформування

Співставлення отриманих в експериментах значень довжин векторів циклічної складової напружень  $S_{ук} = \sqrt{\frac{3}{2}} |S_3^{(+)(-)}|$  й статичної складової деформації  $\mathcal{E}_{cm}$  (рис. 4) дозволило виявити їх незалежність одне від одного.

Результати розрахунків за визначальними співвідношеннями структурних моделей з різними типами піделементів та теорії текучості з ізотропно-кінематичним зміцненням виявили належну якісну й кількісну відповідність експериментальним даним тільки для запропонованої структурної моделі (відхилення розрахункових і експериментальних кривих не перевищувало за напруженнями 5 МПа).

Характерна для структурної моделі з лінійно зміцнюваними піделементами залежність інтенсивності зміцнення від накопиченої інтенсивності приросту пластичної деформації при якісно вірному відображенні характеру залежності  $S_{ук} = S_{ук}(\mathcal{E}_{cm})$  визначила завищені (в 2 рази при  $\mathcal{E}_{ук} = 0,69\%$ ) значення циклічної складової напруження (рис. 4). Слід зазначити, що дана модель навіть якісно не описує ефект стабілізації циклічних властивостей матеріалу.

При порівнянні розрахункових і експериментальних залежностей  $S_{cm} = S_{cm}(\mathcal{E}_{cm})$  (рис. 5), де  $S_{cm} = \sqrt{\frac{3}{2}} |S_3^{(+)(-)}|$ , що відповідають стаціонарному циклу за складного циклічного деформування, встановлено, що теорія текучості з нелінійним і ізотропно-кінематичним зміцненням дає занижені (в 2,2 рази) значення статичної складової напруження  $S_{cm}$ .

Інші типи досліджуваних визначальних співвідношень задовільно описують вказану залежність лише при малих значеннях статичної складової деформації. При збільшенні  $\mathcal{E}_{cm}$  відхилення розрахункових і експериментальних значень  $S_{cm}$  для цих моделей сягає 30 МПа.

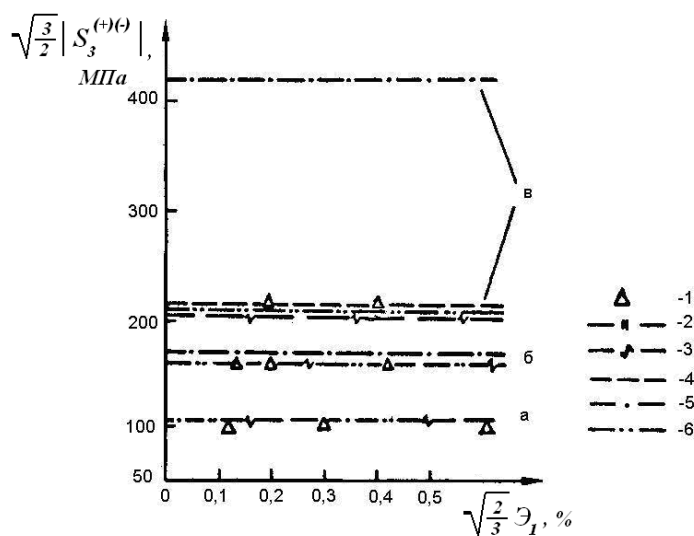


Рис. 4. Зв'язок циклічної складової напруження зі статичною складовою деформації в стаціонарному циклічному стані

(а –  $\mathcal{E}_{\text{цк}} = 0,058\%$ , б –  $\mathcal{E}_{\text{цк}} = 0,115\%$ , в –  $\mathcal{E}_{\text{цк}} = 0,69\%$ ): 1 – експеримент (сталь 20); 2, 3 – теорії текучості з ізотропним та кінематичним зміцненням; 4, 5 – структурні моделі з ідеально пластичними та лінійно зміцнюваними піделементами; б – запропонована структурна модель

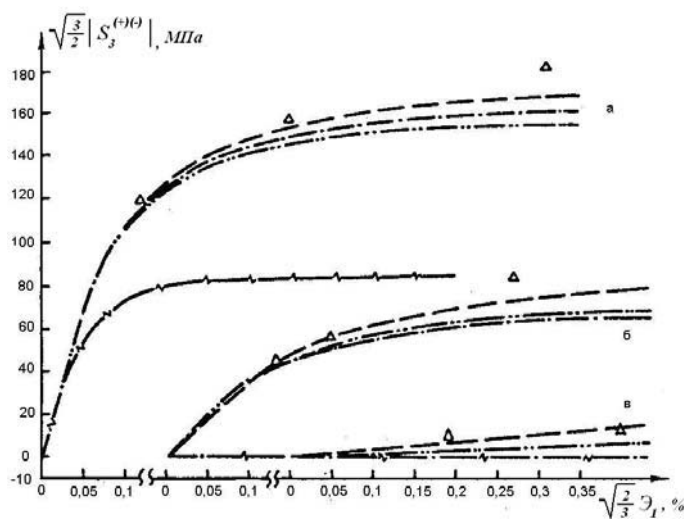


Рис. 5. Зв'язок статичних складових напружень і деформацій в стаціонарному циклічному стані (позначення відповідають рис. 4). Матеріал – сталь 20

Отже, як бачимо, запропонована авторами у попередніх роботах модель пружно-пластичного деформування циклічно нестабільних матеріалів дозволяє досить точно описати поведінку матеріалів, що розглядаються не лише в умовах простого, а й в умовах складного навантаження.

### ЛІТЕРАТУРА

1. *Косарчук В. В.* Моделювання циклічної нестабільності матеріалів при пружнопластичному деформуванні / Косарчук В. В., Агарков О. В. // 36. наук. праць ДЕТУТ. Серія «Транспортні системи і технології». – 2010. – 16. – С. 124 – 133.
2. *Косарчук В. В.* Ідентифікація параметрів моделі пружно-пластичного деформування за результатами базових експериментів / Косарчук В. В., Агарков О. В. // 36. наук. праць ДЕТУТ. Серія «Транспортні системи і технології». – 2010. – 17. – С. 159 – 165.
3. *Косарчук В. В.* Експериментальна перевірка визначальних співвідношень структурної моделі пружно-пластичного середовища в умовах простого циклічного навантаження / Косарчук В. В., Агарков О. В. // 36. наук. праць ДЕТУТ. Серія «Транспортні системи і технології». – 2013. – 22. – С. 159 – 165.
4. *Ильюшин А. А.* Пластичность. Основы общей математической теории / Ильюшин А. А. – М.: Изд-во АН СССР, 1963. – 272 с.
5. *Косарчук В. В.* Упругопластическое деформирование начально анизотропных конструкционных материалов при простом и сложном нагружении.: дисс... на соискание ученой степени д. т. н: спец. 01.02.04 «Механика деформированного твердого тела» / Косарчук Валерий Владимирович. – Киев. – 1995. – 320 с.
6. *Васин Р. А.* Некоторые вопросы связи напряжений и деформаций при сложном нагружении / Васин Р. А. // Упругость и неупругость. – 1971. – Вып. 1. – С. 59 – 126.
7. *Охаси И.* Некоторые экспериментальные данные об общем законе пластичности Ильюшина / И. Охаси, М. Токуда, И. Курита, Т. Сузуки // Изв. АН СССР. Сер. Механика твердого тела. – 1981. – № 6. – С. 53 – 64.
8. *Шишмарев О. А.* Образ процесса нагружения для двузвенных ломаных траекторий с углом излома более  $90^\circ$  / Шишмарев О. А., Щербо А. Г. // Изв. АН СССР. Сер. Механика твердого тела. – 1982. – № 5. – С. 185 – 189.
9. *Вавакин А. С.* Упругопластическое поведение стали 45 на двузвенных траекториях деформации / А. С. Вавакин, В. В. Викторов, Р. М. Кулиев, Л. П. Степанов // М.: Ин-т механики АН СССР. – 1987. – 15 с.
10. *Махутов А. Н.* Уравнения состояния при малоцикловом нагружении / [А. Н.Махутов, М. М. Гаденин, Д. А. Гохфельд и др.]. – М.: Наука, 1981. – 244 с.
11. *Охаси И.* Пластическое деформирование нержавеющей стали типа 316 под действием несинфазных циклов по деформации / Охаси И., Танака Е., Оока М. // Теорет. основы инж. расчетов: Тр. Америк. общ-ва инж.-мех. – 1985. – № 4. – С. 61 – 73.
12. *Апайчев М. В.* Реологические свойства конструкционных материалов при непропорциональном повторно-переменном нагружении и их математическое описание: дисс. на соискание ученой степени к. т. н. – Челябинск, 1986. – 230 с.