

О. В. Азарков

ВИЗНАЧЕННЯ КОНТАКТНИХ НАПРУЖЕНЬ У РЕЙКАХ ЗАЛІЗНИЧНОЇ КОЛІЇ ЗА ДОПОМОГОЮ МЕТОДУ СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ

Розглянуто аналітичний та чисельний методи визначення контактних напружень в рейках залізничної колії. Представлено результати розрахунку контакту рейки залізничної колії та колеса рухомого складу за допомогою методу скінченних елементів в пружно-пластичній постановці. Показано, що контактні напруження в результаті взаємодії перевищують границю текучості, що свідчить про доцільність використання чисельних методів розрахунку, які дозволяють враховувати фізично нелінійну поведінку матеріалу.

Рассмотрены аналитический и численный методы определения контактных напряжений в рельсах железнодорожного пути. Представлены результаты расчета контакта рельса железнодорожного пути и колеса подвижного состава с помощью метода конечных элементов в упруго-пластической постановке. Показано, что контактные напряжения в результате взаимодействия превышают предел текучести, что свидетельствует о целесообразности использования численных методов расчета, которые позволяют учитывать физически нелинейное поведение материала.

Analytical and numerical methods for determining the contact stresses in railway rails are considered. The results of the calculation of contact between railway rails and wheels using finite element method in elastic-plastic formulation are presented. It is shown that the contact pressure resulting from the interaction exceed the yield stress, which indicates about the feasibility of using numerical methods for the calculation that takes into account physically nonlinear material behavior.

Ключові слова: рейка, колесо, контактна взаємодія, пружно-пластичні деформації, метод скінченних елементів.

Визначення напружено-деформованого стану контактних поверхонь являє собою досить складну задачу. При взаємодії колеса з рейкою залізничної колії, на умови контакту впливає багато випадкових факторів, що змінюються з плином часу. Тому при розв'язанні таких задач використовують досить значні спрощення, зокрема при визначенні контактних напружень аналітичними методами використовують залежності, що вперше були отримані Герцем.

© Азарков О. В., 2014

У разі контакту колеса з рейкою у центральній частині поверхні кочення рейки, розрахункова схема взаємодії являє собою контакт двох циліндрів, осі яких взаємоперпендикулярні.

Для умови контакту двох тіл циліндричної форми максимальні напруження на поверхні визначаються за формулою [1]:

$$\sigma_z^{\max} = \frac{3}{2} \cdot \frac{P_z}{\pi \cdot a \cdot b} \quad (1)$$

де a і b – півосі контактної площадки.

В загальному випадку площадка контакту являє собою еліпс (рис. 1), розміри півосей визначаються таким чином:

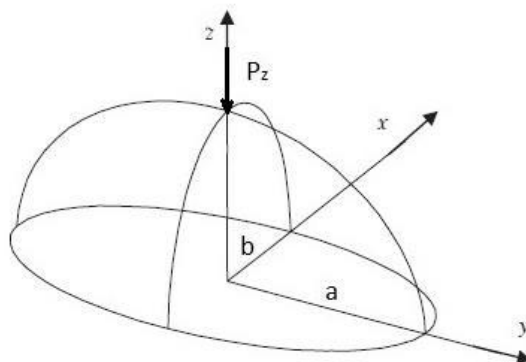


Рис. 1. Схема розподілу нормального тиску по площадці контакту

$$a = \alpha \sqrt[3]{\frac{3P(1-\mu)^2}{E \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_1'} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_2'} \right)}} \quad (2)$$

$$b = \beta \sqrt[3]{\frac{3P(1-\mu)^2}{E \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_1'} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_2'} \right)}} \quad (3)$$

де r_1 та r_1' – радіуси кривини в точці дотику першого тіла; r_2 та r_2' – радіуси кривини в точці дотику другого тіла; E – модуль Юнга; μ – коефіцієнт Пуассона; α і β – табличні значення.

Поряд із тим, що теорія Герца дає досить точні результати та досить проста у використанні, вона побудована на таких передумовах:

- 1) контактуючі тіла ідеально пружні, однорідні та ізотропні;
- 2) стискаюча сила нормальна до площадки контакту;
- 3) в межах контактної площадки діє тільки нормальний тиск; силами тертя нехтують;
- 4) розміри контактних площадок невеликі у порівнянні з розмірами поверхонь дотичних тіл і радіусами їх кривини;
- 5) в зоні контакту мають місце тільки пружні деформації, а матеріал тіл задовольняє закону Гука.

Оскільки в реальності не всі передумови виконуються, професором Г.М. Шахунянцем [2] було запропоновано коригування формули Герца–Біляєва у вигляді:

$$\sigma_z^{\max} = \frac{3}{2} \cdot \frac{P_{din} \cdot \varphi}{\pi \cdot a \cdot b \cdot k_f} \quad (4)$$

де φ і k_f – поправочні коефіцієнти, що враховують вплив дотичних сил та різницю між фактичною площею контакту і розрахунковою, що пов'язана із зносом коліс.

Професором В.Ф. Яковлевим було запропоновано таке: якщо не виконуються передумови теорії Герца–Біляєва, то розрахунок контактних напружень виконувати у такому вигляді [3]:

$$\sigma = \alpha_k \cdot \alpha_{ш} \cdot \alpha_y \cdot \alpha_r \cdot \alpha_{rb} \cdot \alpha_M \cdot \sigma_G, \quad (5)$$

де σ – дійсні контактні напруження;

α_k – коефіцієнт, що враховує вплив краю;

$\alpha_{ш}$ – коефіцієнт, що враховує вплив ширини головки рейки;

α_y – коефіцієнт, що враховує вплив кута нахилу бокових граней рейки;

α_r – коефіцієнт, що враховує вплив близькості за величиною радіусів контактуючих тіл;

α_{rb} – коефіцієнт, що враховує вплив близькості за величиною радіуса поверхні контакту та розмірів контактної площадки;

α_M – коефіцієнт, що враховує вплив мікронерівностей;

σ_G – контактні напруження, розраховані за теорією Герца–Біляєва.

І хоча існує багато альтернативних аналітичних підходів до розв'язання задачі взаємодії колеса з рейкою, все ж описати поведінку матеріалу за умови наявності в ньому пластичних деформацій таким способом на даний час неможливо.

Сучасний підхід до розв'язання задач з визначення напружено-деформованого стану конструкцій складної форми базується на використанні чисельних методів механіки деформівного твердого тіла.

Зокрема, останнім часом найбільшого поширення серед чисельних методів отримав метод скінченних елементів [4-10].

Метод скінченних елементів (МСЕ) являє собою чисельний метод розв'язання крайових задач математичної фізики [11].

Основна ідея МСЕ полягає в тому, що будь-яку безперервну величину (переміщення, тиск, температуру) можна апроксимувати дискретною функцією декількох змінних (дискретною моделлю), що будується на множині кусково-неперервних функцій, визначених на скінченному числі підобластей. Кусково-неперервні функції визначаються за допомогою значень безперервної величини в кінцевій кількості точок розглядаємої області.

За допомогою програмного пакета, що засновано на МСЕ було розв'язано задачу контактної взаємодії рейки UIC60 відповідно до [12] та колеса із діаметром за кругом кочення 957 мм і конусністю поверхні кочення 1:10, відповідно до [13].

Задача розв'язувалася в об'ємній пружно-пластичній постановці.

Механічні властивості матеріалу рейки відповідали таким значенням:

- модуль пружності $E = 2.1 \cdot 10^5$ Н/мм²;

- коефіцієнт Пуассона $\mu = 0.3$;
- межа текучості $\sigma_T = 480$ МПа;
- межа міцності $\sigma_{max} = 936$ МПа;

У результаті розрахунків було отримано всі компоненти тензорів напружень, повних і пластичних деформацій, а також переміщень у кожній точці розрахункового перерізу рейки залежно від положення коліс візка рухомого складу щодо вказаного перерізу. За відомими компонентами напружень і деформацій розраховували також еквівалентні напруження і деформації

$$\sigma_{eqv} = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{xz}^2)};$$

$$\varepsilon_{eqv} = \frac{1}{\sqrt{2}(1 + \mu)} \sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + (\varepsilon_y - \varepsilon_z)^2 + (\varepsilon_z - \varepsilon_x)^2 + \frac{3}{2}(\gamma_{xy}^2 + \gamma_{yz}^2 + \gamma_{xz}^2)},$$

головні напруження і деформації, максимальні дотичні напруження та максимальні деформації зсуву.

На рис. 2–5 наведено основні результати розв'язання контактної задачі. Так форма контакту еліпсоїдальна з півосями 5.72 і 8.33 мм.

Така форма контакту пов'язана з тим, що радіус кривини в центральній частині головки у рейки УІС 60 складає 300 мм, а радіус кривини колеса 480 мм.

Максимальний тиск на поверхні контакту складає 1100 МПа.

Максимальні еквівалентні напруження

$$\sigma_{eqv} = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{xz}^2)} \quad (\text{рис. 3}),$$

що складають 600 МПа, перевищують границю текучості рейкової сталі ($\sigma_T = 480$ МПа). Точка, в якій реалізуються максимальні еквівалентні напруження розташована на глибині 3,2 мм під поверхнею рейки.

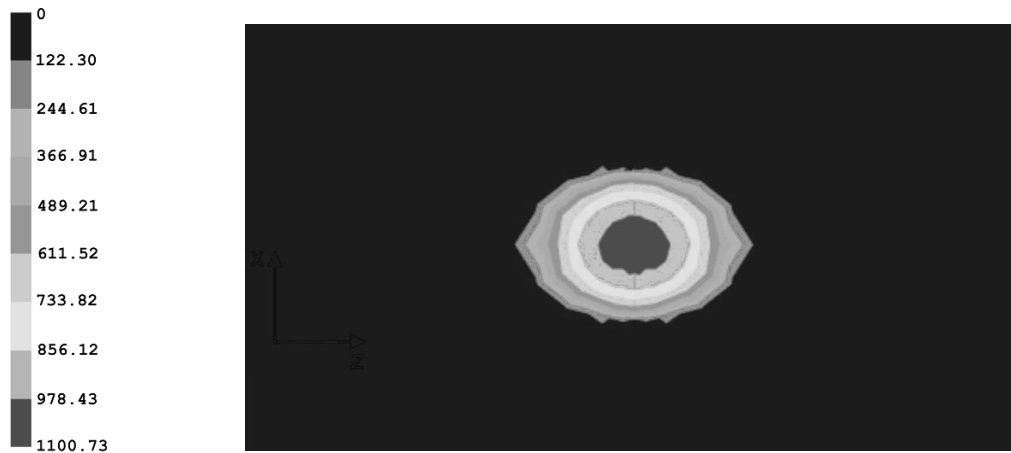


Рис. 2. Розподіл тиску P на поверхні рейки

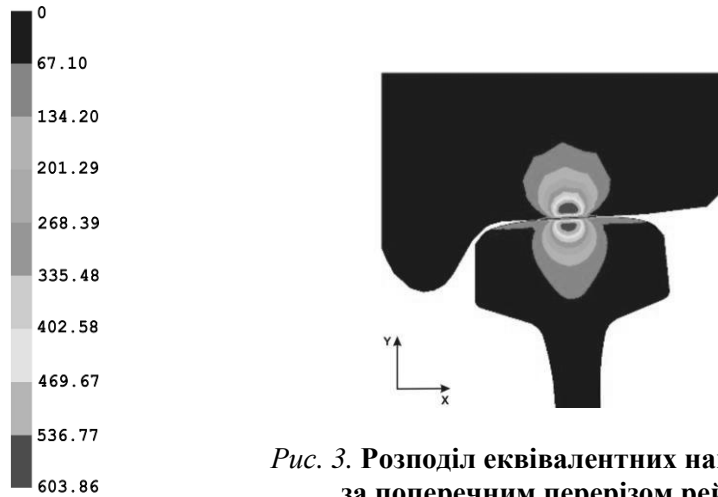


Рис. 3. Розподіл еквівалентних напружень за поперечним перерізом рейки

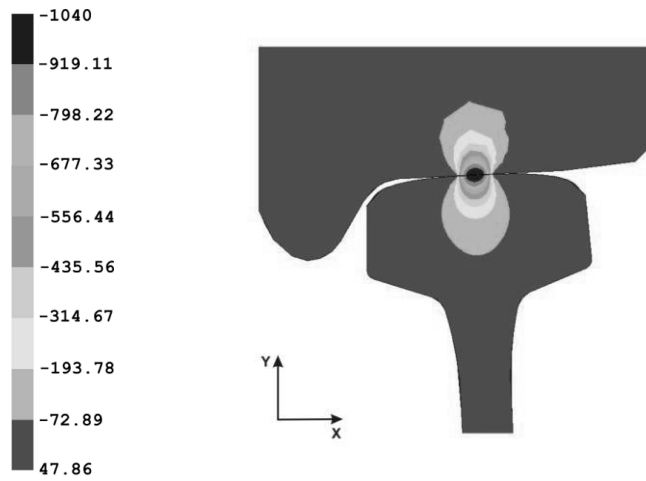


Рис. 4. Розподіл нормальних напружень σ_y за поперечним перерізом рейки

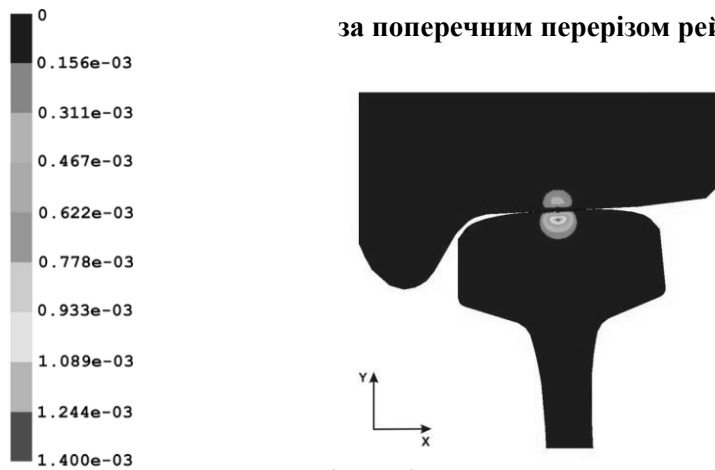


Рис. 5. Розподіл еквівалентних пластичних деформацій ϵ_{eqv} за поперечним перерізом рейки

Порівнюючи результати контактних напружень розрахованих за допомогою аналітичних залежностей ($\sigma_{\max} = 1170\text{МПа}$) та за допомогою методу скінченних елементів ($\sigma_{\max} = 1040\text{МПа}$) видно, що аналітичні залежності дають вищі значення напружень, що пов'язане із тим, що в чисельних розрахунках враховувалась пластична деформація матеріалу.

Отримані результати розрахунку свідчать, що процес взаємодії рейок залізничної колії з колесами рухомого складу слід розглядати в умовах пружно-пластичного деформування, оскільки напруження, що виникають під час контакту, перевищують границю текучості. Представлені результати можуть бути в подальшому використані при прогнозуванні довговічності як рейок залізничної колії, так і коліс рухомого складу. Представлену модель можна ускладнювати, враховуючи в розрахунках залишкові напруження в рейках, зміцнення поверхневого шару, наявність початкових дефектів в результаті недосконалості процесу виготовлення та інш. Такий підхід дозволить встановити вплив кожного фактора на загальну довговічність рейок залізничної колії.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Сопротивление материалов* / [Г.С. Писаренко, В.А. Агарев, А.Л. Квитка и др.]; под ред. Г.С. Писаренко. – [5-е изд.]. – К.: Вища школа, 1986. – 775 с.
2. *Шахуняц Г.М.* Железнодорожный путь / Шахуняц Г.М. – М.: Транспорт, 1987. – 479 с.
3. *Яковлев В.Ф.* Исследование контактных напряжений в элементах колеса и рельса при действии вертикальных и касательных сил. / В.Ф. Яковлев // Сборник трудов ЛИИЖТ. – 1962. – № 187. – С. 3 – 89.
4. *Jungwon Seo.* Effects of surface defects on rolling contact fatigue of rail / Jungwon Seo, Seokjin Kwon, Deonghyeong Lee // Procedia Engineering. – 2011. – 10. – P. 1274 – 1278.
5. *Ringsberg J.W.* Life prediction of rolling contact fatigue crack initiation / J.W. Ringsberg // Int. J. Fatigue. – 2001. – 23. – P. 575 – 586.
6. *Bogdanski S.* 3D model of liquid entrapment mechanism of rolling contact fatigue cracks in rails / S. Bogdanski, P. Lewicki // Wear. – 2008. – 265. – P. 1356 – 1362.
7. *Dang Van K.* A comprehensive approach for modeling fatigue and fracture of rails / K. Dang Van, M.H. Maitoum, Z. Moumni, F. Roger // Engineering Fracture Mechanics. – 2009. – 76. – P. 2626 – 2636.
8. *Seo JungWon.* Numerical stress analysis and rolling contact fatigue of White Etching Layer on rail steel / JungWon Seo, Seokjin Kwon, HyenKue Jun, DongHyeong Lee // International Journal of Fatigue. – 2011. – 33. – P. 203 – 211.
9. *Taraf M.* Numerical Analysis for predicting the rolling contact fatigue crack initiation in a railway wheel steel / M. Taraf, E.H. Zahaf, O. Oussouaddi, A. Zegloul // Tribology International. – 2010. – 43. – P. 585 – 593.
10. *Mehmet Ali Arslan.* 3-D Rail-Wheel contact analysis using FEA / Mehmet Ali Arslan, Oguz Kayabasi // Advances in Engineering Software. – 2012. – 45. – P. 325 – 331.
11. *Сегерлинд Л.* Применение метода конечных элементов / Сегерлинд Л. – Пер. с англ. – М.: Мир, 1979. – 392 с.
12. *Рейки звичайні для залізниць широкої колії:* ДСТУ 4344:2004 – [Чинний від 2005–10–01]. – К.: Держспоживстандарт України 2005. – 28 с. : табл. – (Національні стандарти України).
13. *Колеса цельнокатаные. Конструкция и размеры:* ГОСТ 9036-88 – [Действителен с 1990–01–01]. – М.: Издательство стандартов 1989. – 15 с.