

УДК 620.22

*Т. П. Даніленко, к.т.н., доцент
(професор кафедри «Вагони та вагонне господарство», Державний
економіко-технологічний університет транспорту, м. Київ)*

ПЕРЕВІРКА І ПОРІВНЯННЯ МЕТОДІВ СТЕРЕОЛОГІЧНОЇ РЕКОНСТРУКЦІЇ СТРУКТУР ІЗ СФЕРИЧНИМИ СКЛАДОВИМИ

Виконано експериментальну перевірку розробленого методу реконструкції розподілу діаметрів сферичних складових полідисперсних структур у порівнянні з найбільш відомими методами Салтикова, Спектора, Бокштігеля. Перевірка показала правильність усіх методів і більшу точність і універсальність розробленого методу реконструкції.

Ключові слова: сферичні структурні складові, стереологічна реконструкція розподілу розмірів, перевірка методів реконструкції.

Выполнена экспериментальная проверка разработанного метода реконструкции распределения диаметров сферических составляющих полидисперсных структур в сравнении с наиболее известными методами Салтыкова, Спектора, Бокштигеля. Проверка показала правильность всех методов и большую точность и универсальность разработанного метода реконструкции.

Ключевые слова: сферические структурные составляющие, стереологическая реконструкция распределения размеров, проверка методов реконструкции.

Постановка проблеми. Розміри структурних складових у металевих, неметалевих, композитних матеріалах є важливою характеристикою, яка впливає на їх структурночутливі механічні, фізичні, хімічні властивості. Для створення матеріалів з певними розмірними характеристиками їх структурних складових необхідно в процесі дослідження структур максимально достовірно визначати ці характеристики. Однак через непрозорість багатьох матеріалів для світла, безпосередньо спостерігати структурні складові без руйнування матеріалу неможливо.

Доступним для аналізу є плоский переріз тривимірної структури, наприклад, на металографічному шліфі. На ньому можливо встановити, які складові присутні в структурі і спостерігати плоскі перерізи цих складових, але встановити безпосередньо розподіл розмірів тривимірних складових, а потім з цього розподілу – інші важливі кількісні характеристики просторової тривимірної структури (середній розмір складових, їх кількість в одиниці об'єму, характеристики однорідності структури тощо) неможливо.

Для цього існують методи стереологічної реконструкції тривимірної структури [1; 2]. Реконструкція полягає у встановленні розподілу діаметрів $P(D_k)$ три-

© Даніленко Т. П., 2016

вимірних структурних складових (3- D структури), виходячи з інформації, яку отримують на плоскому перерізі структури (на 2- D структурі).

Ця вихідна інформація може бути двох видів: у вигляді розподілу діаметрів плоских перерізів $P_i(d)$ тривимірних складових, або розподілу хорд $P_i(l)$, отриманих на структурних елементах в результаті нанесення на плоске зображення структури січних ліній.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. У найбільш відомому методі Салтикова [1], який ще називають методом Шайля–Шварца–Салтикова, вихідною інформацією служить розподіл діаметрів плоских перерізів $P_i(d)$ сферичних складових, а в методах Спектора [1] і Бокштігеля [3] – розподіл хорд $P_i(l)$. Для розподілу розмірів тривимірних складових, їх плоских і лінійних перерізів застосовують певну розмірну шкалу: у методах Салтикова і Спектора це рівномірна шкала, а у методі Бокштігеля може застосовуватись як рівномірна, так і нерівномірна шкала.

Метод Салтикова можна застосовувати для шкали з кількістю розмірних інтервалів не більше 15-ти. Загальний вигляд робочої формули методу:

$$N_i = \frac{A_i n_{ni} - \sum_{j=i+1}^n A_j n_{nj}}{\Delta} \quad (1)$$

де N_i – кількість сфер в i -му розмірному інтервалі, *шт.*;

n_{ni} ; n_{nj} – кількість плоских перерізів в i -му; j -му інтервалах, відповідно, *шт.*;

A – коефіцієнти, розраховані Салтиковим для 15-ти інтервалів;

Δ – ширина розмірного інтервалу.

Для шкали з більшою, ніж 15, кількістю інтервалів необхідно виконувати новий трудомісткий розрахунок коефіцієнтів A за методикою Салтикова.

Метод Спектора має робочу формулу:

$$N_i = \frac{4}{\pi \Delta^2} \left[\frac{n_{ni}}{2i-1} - \frac{n_{n(i+1)}}{2i+1} \right] \quad (2)$$

де n_{ni} ; $n_{n(i+1)}$ – кількість хорд в i -му; $(i+1)$ -му розмірних інтервалах, відповідно, *шт.*;

i – номер розмірного інтервалу;

решта позначень – ті ж, що у формулі (1).

Метод Бокштігеля має робочу формулу:

$$N_{i+0,5} = \frac{4}{\pi} \left[\frac{n_{ni}}{l_i^2 - l_{i-1}^2} - \frac{n_{n(i+1)}}{l_{i+1}^2 - l_i^2} \right] \quad (3)$$

де l_i ; l_{i-1} ; l_{i+1} – довжина хорди, яка відповідає верхній границі i -го, $(i-1)$ -го, $(i+1)$ -го розмірних інтервалів;

решта позначень – ті ж, що у формулах (1) і (2).

Слід зазначити, що названі методи розроблені у застосуванні до складових винятково сферичної форми, що значно обмежує можливості їх застосування.

У роботах [4 – 9] розроблений більш універсальний метод реконструкції, він придатний до аналізу як сферичних, так і несферичних складових поліедричної,

еліпсоїдної та подібних їм форм, в тому числі зернистої структури, неметалевих включень, графітної і цементитної фаз, вторинних і інтерметалевих фаз та інших складових, для яких за винаходом [5] знаходять відповідні коефіцієнти форми їх плоских перерізів і самих елементів, якими ураховується відмінність форми цих елементів від сферичної форми.

Розроблений метод дозволяє застосовувати будь-яку розмірну шкалу і два види вихідної інформації: як розподіл діаметрів плоских перерізів $P_i(d)$, так і розподіл хорд $P_i(l)$. За цим методом співвідношення між розподілом розмірів плоских перерізів $P_i(d)$ і розподілом довжин хорд $P_i(l)$ описується рівнянням:

$$P_i(l) = \beta_a P_i(d) \sqrt{d_i^2 - l_{i-1}^2} + \beta_b P_{i+1}(d) \left(\sqrt{d_{i+1}^2 - l_{i-1}^2} - \sqrt{d_{i+1}^2 - l_i^2} \right) + \dots + \beta_f P_n(d) \left(\sqrt{d_n^2 - l_{i-1}^2} - \sqrt{d_n^2 - l_i^2} \right) \quad (4)$$

де n – кількість розмірних інтервалів у розмірній шкалі;

i – порядковий номер розмірного інтервалу від 1 до n ;

$l_i; l_{i-1}$ – довжини хорд i -го та $(i-1)$ -го розмірних інтервалів; одиниці довжини;

$d_i; d_{i+1}; \dots; d_n$ – діаметри кіл, відповідно, i -го, $(i+1)$ -го, ..., n -го розмірних інтервалів; одиниці довжини;

$P_i(l)$ – відносна частка хорд i -го розмірного інтервалу;

$P_i(d); P_{i+1}(d); \dots; P_n(d)$ – відносні частки плоских перерізів сфер (кіл), відповідно, i -го, $(i+1)$ -го, ..., n -го розмірних інтервалів;

$\beta_a; \beta_b; \dots; \beta_f$ – коефіцієнти форми плоских перерізів структурних складових, кожен з яких в разі складових сферичної форми дорівнює одиниці.

Застосування нового методу полягає в тому, що в разі використання вихідної інформації у вигляді розподілу хорд $P_i(l)$, складають і вирішують систему рівнянь (4) щодо невідомих $P_i(d)$, при цьому кількість рівнянь у системі дорівнює кількості інтервалів у розмірній шкалі, після чого розраховані $P_i(d)$ нормують за формулою:

$$P_i'(d) = P_i(d) / \sum_{i=1}^n P_i(d) \quad (5)$$

Далі, використовуючи як вихідну інформацію розподіл $P_i(d)$, отриманий безпосередніми вимірами на плоскому перерізі, або розраховані частки $P_i'(d)$ складають і вирішують відносно невідомих часток $P(D_i)$ систему з рівнянь:

$$P_i'(d) = \alpha_a P(D_i) \sqrt{D_i^2 - d_{i-1}^2} + \alpha_b P(D_{i+1}) \left(\sqrt{D_{i+1}^2 - d_{i-1}^2} - \sqrt{D_{i+1}^2 - d_i^2} \right) + \dots + \alpha_f P(D_n) \left(\sqrt{D_n^2 - d_{i-1}^2} - \sqrt{D_n^2 - d_i^2} \right) \quad (6)$$

де $D_i; D_{i+1}; \dots; D_n$ – діаметри сфер, відповідно, i -го, $(i+1)$ -го, ..., n -го розмірних інтервалів; одиниці довжини;

$P(D_i); P(D_{i+1}); \dots; P(D_n)$ – відносні частки сфер, відповідно, i -го, $(i+1)$ -го, ..., n -го розмірних інтервалів;

$\alpha_a; \alpha_b; \dots; \alpha_f$ – коефіцієнти форми тривимірних структурних складових, кожен з яких в разі структурних складових сферичної форми дорівнює одиниці;

решта позначень – ті ж, що у формулі (4).

Знайдені $P(D_i)$ нормують за формулою:

$$P_i'(D) = P_i(D) / \sum_{i=1}^n P_i(D) \quad (7)$$

Усі розрахунки за розробленим методом виконують за допомогою спеціально створеної комп'ютерної програми.

Якщо в результаті реконструкцій отримують від'ємні значення відносних часток $P_i(d)$, $P(D_i)$, їх приймають такими, що дорівнюють нулю – це стосується усіх методів реконструкції.

Мета статті – виходячи з розподілів $P_i(d)$ і $P_i(l)$, на модельних сукупностях сферичних складових виконати експериментальну перевірку існуючих і розробленого методів стереологічної реконструкції і порівняти їх точність.

Виклад основного матеріалу дослідження. Найбільш відомим способом експериментальної перевірки методів реконструкції розподілу сфер $P(D_i)$ є фіксація за допомогою якоїсь застигаючої речовини деяких випадкових положень у просторі сферичних частинок з відомим розподілом $P(D_i)$ їх розмірів [2]. Цю систему сфер перерізають випадковими площинами, заміряють діаметри отриманих плоских перерізів сфер (кіл) і визначають розподіл діаметрів цих плоских перерізів $P_i(d)$. Далі, використовуючи експериментально отриманий розподіл $P_i(d)$ як вихідну інформацію, здійснюють реконструкцію розподілу діаметрів сфер $P(D_i)_{рек.}$ за методом, який перевіряють. Порівняння розподілу сфер вихідного з реконструйованим дозволяє оцінити ступінь точності методу реконструкції.

Очевидно, що такий спосіб перевірки дуже складний і трудомісткий, оскільки необхідно виготовити кульки (сфери) визначеного розміру у певній кількості, створити статистично рівномірне розташування їх у просторі, тобто у застигаючій речовині, потім необхідно виконати трудомісткі операції зішліфовувань на отриманій конструкції, щоб отримати достатню кількість січних площин і виконати вимірювання діаметрів плоских перерізів сфер.

У роботі [4] був запропонований більш ефективний спосіб перевірки методів реконструкції $P(D_i)_{рек.}$ від вихідної інформації $P_i(d)$. Спосіб виходить з того, що розсічення площиною системи сфер дає плоскі перерізи (кола), діаметри яких розподілені за розмірами так само, як і довжини хорд, отриманих при розсіченні лініями системи кіл, що зображують цю систему сфер на площині. І тоді для доказу правильності розробленого методу реконструкції, а саме: етапу переходу від розподілу $P_i(d)$ до $P(D_i)_{рек.}$, достатньо намалювати систему кіл (наприклад, у програмі «Компас»), діаметри яких розподілені певним заданим чином, нанести на цю систему січні лінії, виміряти довжини отриманих хорд, визначити $P_i(l)$, прийняти його за розподіл діаметрів кіл $P_i(d)$ і виконати реконструкцію $P(D_i)$.

Таким чином, на системі кіл із відомим розподілом їх діаметрів можливо перевіряти як реконструкцію $P_i(d)$, використовуючи вихідну інформацію $P_i(l)$, так і реконструкцію $P(D_i)$, приймаючи розподіл хорд за розподіл $P_i(d)$ діаметрів плоских перерізів сфер.

Метод реконструкції був перевірений зазначеним способом на двох варіантах систем кіл. У варіанті № 1 взята система кіл у кількості 100 шт., яка складалася з чотирьох розмірних груп з однаковою кількістю кіл у кожній групі. Це були

кола діаметрами 10, 20, 30 і 40 мм, по 25 шт. кожного розміру. Відповідно, задіяна розмірна шкала з чотирьох інтервалів: 0...10; 10...20; 20...30; 30...40 мм.

У варіанті № 2 обрана шкала з нерівномірними інтервалами: 0...20; 20...30; 30...50 мм. Кола склали систему з трьох груп: 50 шт. діаметром 20 мм, 40 шт. діаметром 30 мм, 10 шт. діаметром 50 мм.

Дві наведені системи кіл були створені в програмі «Компас» і на них нанесли січні лінії у двох взаємноперпендикулярних напрямках з відстанню між січними 4 мм. Такі умови нанесення січних забезпечили рівні умови їх потрапляння на всі кола, з урахуванням розміру кіл.

Виходячи з того, що ці системи кіл згідно з експериментом вважаємо системами сфер, розподіли кіл для цих систем сфер були також розраховані за формулою (6), а потім нормовані за формулою (5). Отримані $P_i'(d)_{розр.}$ практично співпали з експериментальними $P_i(d)_{експ.}$, максимальне відхилення склало 1,9 % для варіанта № 1 і 0,54 % для варіанта № 2.

Реконструкцію $P(D_i)_{рек.}$ за розробленим методом виконали шляхом вирішення системи рівнянь, складених за формулою (6). Знайдені $P(D_i)_{рек.}$ були нормовані за формулою (7), тобто були визначені $P'(D_i)_{рек.}$

Для співставлення розробленого методу з іншими методами була також виконана реконструкція за методом Салтикова, за формулою (1) для варіанта № 1. При цьому в якості кількості плоских перерізів n_{ni} застосовували відносні частки $P_i(d)_{експ.}$, а отриману кількість сфер N_i в i -му інтервалі нормували за формулою:

$$P(D_i)_{Салт.(Спект.Боксит.)} = N_i / \sum_{i=1}^n N_i \quad (8)$$

Для варіанта № 2 цей метод не можливо застосувати, оскільки він призначений тільки для рівномірної розмірної шкали.

Результати експеримента для систем кіл наведені в табл. 1 і 2.

Як видно з табл. 1 і 2, розподіл $P'(D_i)_{рек.}$, реконструйований за розробленим методом, майже співпав з вихідним розподілом $P(D_i)_{вих.}$, максимальне відхилення становить 3,28 % для варіанта № 1 і 0,65 % для варіанта № 2. Розподіл $P(D_i)_{Салт.}$, реконструйований за методом Салтикова, дав також незначні відхилення, максимальне 3,44 %. Слід зазначити, що метод Салтикова вважають таким, що дає найкращі результати у порівнянні з іншими методами [2].

Таблиця 1. Результати реконструкції $P(D_i)_{рек.}$ від вихідного розподілу $P_i(d)$ на системі кіл варіанта № 1

Відносні частки	Розмірні інтервали, мм			
	0...10	10...20	20...30	30...40
Відносні частки сфер вихідні, $P(D_i)_{вих.}$	0,25	0,25	0,25	0,25
Відносні частки кіл розраховані, $P_i'(d)_{розр.}$	0,1567	0,2733	0,3054	0,2646
Відносні частки кіл експериментальні, $P_i(d)_{експ.}$	0,1597	0,2692	0,3051	0,2660
Відносні частки сфер $P'(D_i)_{рек.}$, реконструйовані за розробленим методом від $P_i(d)_{експ.}$	0,2582	0,2431	0,2482	0,2504
Відносні частки сфер $P(D_i)_{Салт.}$, реконструйовані за методом Салтикова від $P_i(d)_{експ.}$	0,2586	0,2430	0,2481	0,2502

Таблиця 2. Результати реконструкції $P'(D_i)_{рек.}$ за розробленим методом від вихідного розподілу $P_i(d)_{експ.}$ на системі кіл варіанта № 2

Відносні частки	Розмірні інтервали, мм		
	0...20	20...30	30...50
Відносні частки сфер вихідні $P(D_i)_{вих.}$	0,5	0,4	0,1
Відносні частки кіл розраховані $P_i'(d)_{розн.}$	0,4990	0,3528	0,1481
Відносні частки кіл експериментальні $P_i(d)_{експ.}$	0,4978	0,3547	0,1475
Відносні частки сфер реконструйовані $P'(D_i)_{рек.}$	0,4978	0,4026	0,0996

Практичне співпадіння результатів реконструкції розподілу сфер за розробленим методом і методом Салтикова пояснюється їх однаковими вихідними положеннями для отримання робочих формул. Однак розроблений метод є більш універсальним, оскільки дозволяє застосовувати будь-яку розмірну шкалу (рівномірну, нерівномірну) з будь-якою кількістю інтервалів і може застосовуватися до аналізу складових несферичної форми, чого метод Салтикова не дозволяє.

Таким чином, експериментальна перевірка розробленого методу повністю підтвердила його правильність на етапі реконструкції розподілу $P(D_i)$, виходячи з розподілу плоских перерізів сфер $P_i(d)$. Ця ж перевірка підтвердила і правильність реконструкції $P_i(d)$, виходячи з розподілу хорд $P_i(l)$, в цьому випадку намальовані кола вважаємо саме колами, а результат їх перерізу січними лініями – хордами.

Далі була поставлена задача на основі обраних модельних розподілів порівняти точність розробленого і деяких існуючих методів реконструкції, в яких вихідною інформацією для реконструкції розподілу діаметрів сфер $P(D_i)$ служить розподіл хорд $P_i(l)$, а саме, методів Спектора [1] і Бокштігеля [3].

Для цього за розробленим методом, виходячи з заданих $P(D_i)_{вих.}$, був розрахований розподіл $P_i(d)$ шляхом вирішення рівнянь (6) і нормування отриманих $P_i(d)$ за формулою (5); потім був розрахований розподіл $P_i(l)$ шляхом вирішення рівнянь (4) і нормування отриманих $P_i(l)$ за формулою:

$$P_i'(l) = \frac{P_i(l)}{\sum_{i=1}^n P_i(l)} \quad (9)$$

Розрахунки були виконані в заданих шкалах – з 4-х інтервалів для варіанта № 1 і з 3-х інтервалів для варіанта № 2. А потім отримані $P_i'(l)$ взяті як вихідні дані для реконструкції $P(D_i)$ розробленим методом і методами Спектора і Бокштігеля. При цьому розподіли, реконструйовані за вказаними методами, були після розрахунку додатково нормовані за формулами (7) і (8). Окрім того, для наочності співставлення методів, частки $P(D_i)_{Бокшт.}$, розраховані за методом Бокштігеля, умовно відносили до i -того інтервалу, а не $(i+1/2)$, як це передбачено методом.

Результати виконаних розрахунків наведені в табл. 3 і 4, вони показали повне співпадіння розподілу $P'(D_i)_{рек.}$ реконструйованого за розробленим методом, з вихідним $P(D_i)_{вих.}$, що підтвердило правильність розробленого методу.

Розподіли $P(D_i)_{Бокшт.}$ отримані за методом Бокштігеля, мали максимальне відхилення від $P(D_i)_{вих.}$ 26,6 % для варіанта № 1 і 11,4 % для варіанта № 2. Розподіли $P(D_i)_{Спект.}$ отримані за методом Спектора, мали максимальне відхилення від $P(D_i)_{вих.}$ 26,6 % для варіанта № 1 і 67,4 % для варіанта № 2. Тобто методи Бокшті-

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ

геля і Спектора не дозволили достовірно реконструювати розподіл сфер у даному дослідженні. Велике значення відхилень $P(D_i)_{Спект.}$ від $P(D_i)_{вих.}$ для варіанта № 2 пояснюється тим, що тут задіяна нерівномірна розмірна шкала, тобто у цьому методі доцільно застосовувати тільки рівномірну розмірну шкалу.

Таблиця 3. Порівняння результатів реконструкції $P(D_i)$ варіанта № 1 різними методами у 4-х розмірних інтервалах від вихідної інформації у вигляді розподілу хорд $P_i'(l)_{розр.}$

Відносні частки	Розмірні інтервали, мм			
	0...10	10...20	20...30	30...40
Відносні частки сфер вихідні $P(D_i)_{вих.}$	0,25	0,25	0,25	0,25
Відносні частки хорд $P_i'(l)_{розр.}$ розраховані за розробленим методом	0,11797	0,28475	0,33589	0,26140
Відносні частки сфер $P'(D_i)_{рек.}$ реконструйовані за розробленим методом	0,25	0,25	0,25	0,25
Відносні частки сфер $P(D_i)_{Спект.}$ реконструйовані за методом Спектора	0,19540	0,23512	0,25293	0,31655
Відносні частки сфер $P(D_i)_{Бокшт.}$ реконструйовані за методом Бокштігеля	0,19540	0,23512	0,25293	0,31655

Таблиця 4. Порівняння результатів реконструкції $P(D_i)$ варіанта № 2 різними методами у 3-х розмірних інтервалах від вихідної інформації у вигляді розподілу хорд $P_i'(l)_{розр.}$

Відносні частки	Розмірні інтервали, мм		
	0...10	10...40	40...50
Відносні частки сфер вихідні $P(D_i)_{вих.}$	0,5	0,4	0,1
Відносні частки хорд $P_i'(l)_{розр.}$ розраховані за розробленим методом	0,47525	0,31291	0,21185
Відносні частки сфер $P'(D_i)_{рек.}$ реконструйовані за розробленим методом	0,5	0,4	0,1
Відносні частки сфер $P(D_i)_{Спект.}$ реконструйовані за методом Спектора	0,780539	0,13032	0,08915
Відносні частки сфер $P(D_i)_{Бокшт.}$ реконструйовані за методом Бокштігеля	0,47327	0,41529	0,11144

Взагалі, результати реконструкції за методами Спектора і Бокштігеля повністю співпали для рівномірної розмірної шкали за варіантом розподілу № 1, якщо не зважати на те, що частки $P(D_i)_{Бокшт.}$ умовно відносили до i -того інтервалу, а не $(i+1/2)$, як це передбачено методом. Повне співпадіння результатів реконструкції за цими методами свідчить про їх ідентичність для рівномірної шкали, що показано і в роботі [10]. Різниця між ними в тому, що метод Бокштігеля придатний і до нерівномірної розмірної шкали.

Підкреслимо, що наведені результати мають припущення, що всі плоскі перерізи сфер (кола), а також хорди, які належать до певного розмірного інтервалу, відносять до верхньої границі інтервалу. В дійсності ж, сфери кожного розмірного інтервалу дають діапазон плоских перерізів, наприклад, сфери діаметром $D=10$ мм дають кола діаметрами d від 0 до 10 мм, сфери діаметром $D=20$ мм дають кола діаметрами d від 0 до 20 мм, і т.д. Тобто, в експерименті прийнято,

що для варіанта № 1 існують сфери тільки чотирьох розмірів, для варіанта № 2 – трьох розмірів, але на плоскому перерізі цих сукупностей сфер в дійсності буде отримано діапазон діаметрів кіл від 0 до D_{max} .

Тому більш реальний і достовірний (розрахований за розробленим методом [5]) розподіл хорд $P_i'(l)$ слід знаходити, обравши в якості вихідного розподіл $P_i'(d)$, отриманий для шкали з більшою кількістю інтервалів, тобто з меншим розмірним інтервалом. З цією метою в даному дослідженні обрана розмірна шкала з інтервалом 2 мм, яка для варіанта № 1 мала 20 інтервалів, оскільки максимальний діаметр сфер у цьому варіанті становив $D=40$ мм, а для варіанта № 2 – 25 інтервалів, оскільки максимальний діаметр сфер у цьому варіанті становив $D=50$ мм. Для цих шкал теж виконані розрахунки за розробленим методом і методами, обраними для порівняння. Результати розрахунків $P_i'(d)$ і $P_i'(l)$ у 20-ти інтервалах для модельного варіанта № 1 наведені на рис. 1.

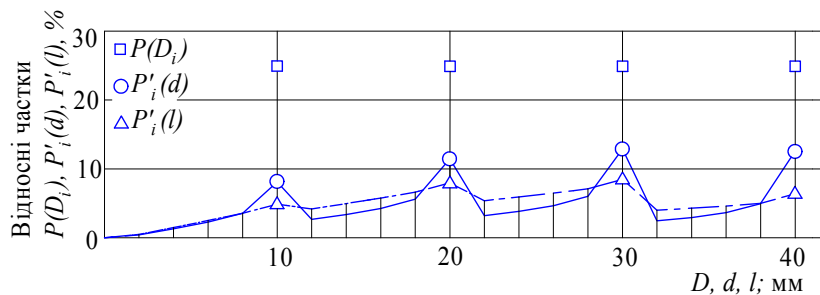


Рис. 1. Розподіли діаметрів сфер $P(D_i)$ модельного варіанта № 1, їх плоских перерізів $P_i'(d)$ і хорд $P_i'(l)$, розрахованих за розробленим методом в розмірній шкалі з 20-ти інтервалів

Реконструйований за розробленим методом у 20-ти і 25-ти інтервалах $P'(D_i)_{рек.}$ майже повністю співпав з $P(D_i)_{вих.}$ по обох варіантах сукупностей сфер, максимальне відхилення становило 0,001 %. Реконструкція за методами Спектора і Бокштігеля дала теж добрий результат – максимальне відхилення $P(D_i)_{Спект.}$ і $P(D_i)_{Бокшт.}$ для сукупності сфер № 1 становило 0,59 %, а для сукупності № 2 – 0,19 %, що свідчить про правильність і цих методів за умови застосування розмірної шкали з достатньою кількістю інтервалів, тобто таку, в якій розподіл перерізів (кіл і хорд) достатньо наближений до реального (див. рис. 1).

Далі, для з'ясування впливу збільшення величини розмірних інтервалів у шкалі, розподіл $P_i'(l)$, отриманий в шкалах з 20-ти і 25-ти інтервалів був представлений в шкалі з 4-х і 3-х інтервалів, відповідно. Наприклад, хорди, розраховані для п'яти інтервалів (0...2; 2...4; 4...6; 6...8; 8...10 мм) об'єднані в інтервал (0...10 мм), ці хорди віднесені до верхньої границі інтервала (тобто, вважали, що всі вони мають розмір 10 мм) і вже ці скориговані вихідні дані по чотирьох або трьох інтервалах теж взяті для наступної реконструкції $P(D_i)$ за розробленим методом і методами Бокштігеля і Спектора. Результати розрахунків наведені в табл. 5 і 6. Результати цієї частини дослідження показали негативний вплив збільшення величини розмірних інтервалів у шкалі для усіх методів реконструкції: для розробленого методу максимальне відхилення $P'(D_i)_{рек.}$ від $P(D_i)_{вих.}$ становило для варіантів розподілу № 1 і № 2, відповідно, 14,6 і 7,9 %, для метода Спектора – 7,5 і 56,6 %; для метода Бокштігеля – 7,5 і 15,8 %.

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ

Таблиця 5. Вплив збільшення величини розмірних інтервалів на результати реконструкції $P(D_i)$ варіанта № 1 різними методами

Відносні частки	Розмірні інтервали, мм			
	0...10	10...20	20...30	30...40
Відносні частки сфер вихідні $P(D_i)_{вих.}$	0,25	0,25	0,25	0,25
<i>Реконструкція $P(D_i)$, виходячи з $P_i'(l)_{розр.}$, розрахованих у 20-ти інтервалах за розробленим методом і об'єднаних потім у 4 інтервали згідно розмірної шкали</i>				
Відносні частки хорд $P_i'(l)_{розр.}$, розраховані за розробленим методом	0,12904	0,29471	0,33348	0,24277
Відносні частки сфер $P'(D_i)_{рек.}$, реконструйовані за розробленим методом від $P_i'(l)_{розр.}$	0,28638	0,25674	0,24179	0,21510
Відносні частки сфер $P(D_i)_{Спект.}$, реконструйовані за методами Спектора (Бокштігеля) від $P_i'(l)_{розр.}$ і об'єднані потім у 4 інтервали	0,23870	0,24444	0,24810	0,26877
<i>Реконструкція $P(D_i)$, виходячи з $P_i'(d)_{рек.}$, реконструйованих у 20-ти інтервалах за розробленим методом і об'єднаних потім у 4 інтервали згідно розмірної шкали</i>				
Відносні частки кіл $P_i'(d)_{рек.}$, реконструйовані за розробленим методом у 20-ти інтервалах і об'єднані потім у 4 інтервали (від вихідного $P_i'(l)_{розр.}$, розрахованого у 20-ти інтервалах)	0,15665	0,27333	0,30544	0,26458
Відносні частки сфер $P'(D_i)_{рек.}$, реконструйовані за розробленим методом від $P_i'(d)_{рек.}$	0,25	0,25	0,25	0,25

Таблиця 6. Вплив збільшення величини розмірних інтервалів на результати реконструкції $P(D_i)$ варіанта № 2 різними методами

Відносні частки	Розмірні інтервали, мм		
	0...10	10...40	40...50
Відносні частки сфер вихідні $P(D_i)_{вих.}$	0,5	0,4	0,1
<i>Реконструкція $P(D_i)$, виходячи з $P_i'(l)_{розр.}$, розрахованих у 25-ти інтервалах за розробленим методом і об'єднаних потім у 3 інтервали</i>			
Відносні частки хорд $P_i'(l)_{розр.}$, розраховані за розробленим методом	0,48523	0,31598	0,19879
Відносні частки сфер $P'(D_i)_{рек.}$, реконструйовані за розробленим методом від $P_i'(l)_{розр.}$	0,50641	0,40150	0,09209
Відносні частки сфер $P(D_i)_{Спект.}$, реконструйовані за методом Спектора від вихідних $P_i'(l)_{розр.}$	0,78293	0,13513	0,08194
Відносні частки сфер $P(D_i)_{Бокштігеля}$, реконструйовані за методом Бокштігеля від вихідних $P_i'(l)_{розр.}$	0,47904	0,41854	0,10242
<i>Реконструкція $P(D_i)$, виходячи з $P_i'(d)_{рек.}$, розрахованих у 25-ти інтервалах за розробленим методом і об'єднаних потім у 3 інтервали</i>			
Відносні частки кіл $P_i'(d)_{рек.}$, реконструйовані за розробленим методом у 25-ти інтервалах і об'єднані потім у 3 інтервали (від вихідного $P_i'(l)_{розр.}$, розрахованого у 25-ти інтервалах)	0,499006	0,352846	0,148148
Відносні частки сфер $P'(D_i)_{рек.}$, реконструйовані за розробленим методом від $P_i'(d)_{рек.}$	0,5	0,4	0,1

Ще одна перевірка розробленого методу реконструкції здійснена на основі експериментальних даних роботи [11], в якій автори Timchak і Jones досліджували полідисперсну систему мідних сферичних частинок, зафіксованих в органічній смолі. Для цієї системи сфер із задалегідь відомим $P(D)_i$ вони визначали експериментально, а також розрахували розподіл хорд $P_i(l)_{вих.}$, який далі застосували в якості вихідної інформації для стереологічної реконструкції.

У даній роботі, розподіл хорд $P_i(l)_{вих.}$ з роботи [11] був застосований в якості вихідної інформації для реконструкції розподілу $P'(D)_i_{рек}$ за розробленим методом. $P'(D)_i_{рек}$ майже співпав з вихідним розподілом сфер $P(D)_i_{вих.}$ – максимальне відносне відхилення становило 8,3 % (табл. 7; рис. 2). Таким чином, ця перевірка підтвердила вірність розробленого методу реконструкції, обох його переходів – від хорд до плоских перерізів і від плоских перерізів до розподілу діаметрів сфер.

Реконструкцію розподілу сфер виконали також і за методом Спектора (Бокштігеля), який показав трохи гірший результат – в інтервалі (100...125 мкм) сфери виявилися відсутніми (по решті інтервалів максимальне відхилення – 5,9 %).

Таблиця 7. Порівняння методів реконструкції на прикладі даних Timchak і Jones

Вид розподілу	Розмірна шкала							
	0...25	25...50	50...75	75...100	100...125	125...150	150...175	175...200
$P(D)_i_{вих.}$	-	-	-	-	0,0324	0,6515	0,2754	0,0407
$P_i(l)_{вих.}$	0,0150	0,0446	0,0764	0,1371	0,2420	0,3333	0,1318	0,0198
$P'(D)_i_{рек.}$	-	-	-	-	0,0297	0,6580	0,2725	0,0397
$P(D)_i_{Спект.}$	-	-	-	-	-	0,6685	0,2884	0,0431
$P_i'(d)_{рек.}$	0,0043	0,0030	0	0,0354	0,2175	0,5054	0,2041	0,0302
$P_i(d)_{Салт.}$	0,0044	0,0032	0	0,0354	0,2174	0,5054	0,2040	0,0302

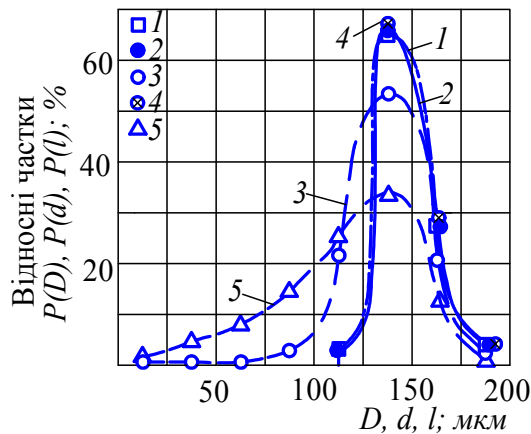


Рис.2. Вихідний розподіл сфер $P(D)_{вих.}$ (1) за даними Timchak і Jones [11] і розподіли, реконструйовані за розробленим методом $P'(D)_i_{рек.}$ (2), методом Спектора (Бокштігеля) (4) $P(D)_i_{Спект.}$, методом Салтикова $P_i(d)_{Салт.}$ (3) від вихідного розподілу хорд $P_i(l)$ (5)

Крім того, у даній роботі з'ясовано, що автори роботи [11], застосувавши для реконструкції метод Салтикова і вихідну інформацію у вигляді розподілу хорд $P_i(l)_{вих.}$, реконструювали тим самим не розподіл сфер $P(D_i)$, а розподіл діаметрів кіл $P_i(d)$ на плоскому перерізі. Хоча метод був розроблений Салтиковим для реконструкції $P(D_i)$, виходячи з розподілу $P_i(d)$, формулу (1) методу (з тими ж коефіцієнтами A_i) можна застосовувати і для реконструкції $P_i(d)$ від вихідної інформації у вигляді розподілу хорд $P_i(l)$, що пояснюється однотиповістю співвідношення розподілів сфер $P(D_i)$ і їх плоских перерізів $P_i(d)$ з одного боку і розподілів плоских перерізів $P_i(d)$ і хорд $P_i(l)$ з другого, що є одним з вихідних положень і розробленого методу. Цей висновок був підтверджений розрахунком $P_i(d)$ від вихідної інформації $P_i(l)$ за розробленим методом і методом Салтикова – результати обох методів ($P'(d)_{рек.}$ і $P_i(d)_{Салт.}$) майже співпали, що підтвердило вірність обох методів.

Висновки. Таким чином, усі виконані перевірки розробленого методу реконструкції розподілу діаметрів сфер підтвердили його вірність як на етапі переходу від $P_i(l)$ до $P_i(d)$, так і на етапі переходу від $P_i(d)$ до розподілу сфер $P(D_i)$. Цей метод дає більш точні результати реконструкції, ніж методи Спектора і Бокштігеля, а також має перевагу у порівнянні з методом Салтикова в тому, що в ньому може застосовуватися будь-яка розмірна шкала і два види вихідної інформації – як розподіл хорд, так і розподіл діаметрів кіл. І головна перевага перед розглянутими існуючими і визнаними методами в тому, що його, на відміну від них, можливо застосовувати для аналізу структурних складових несферичної форми, для чого, у відповідності до винаходу [5], слід встановити коефіцієнти форми цих складових.

ЛІТЕРАТУРА

1. Салтыков С. А. Стереометрическая металлография / С.А.Салтыков – М.: Металлургия, 1976. – 375 с.
2. Чернявский К. С. Стереология в металловедении / К.С.Чернявский – М.: Металлургия, 1977. – 280 с.
3. Bockstiegel G. Eine einfache formel zur berechnung raumlicher grobenverteilungen aus durch linearanalyse erhaltenen daten / G. Bockstiegel // Zeitschrift fur Metallkunde. – 1966. – 57. – № 8. – P. 647 – 652.
4. Даниленко Т. П. Оптимизация режимов термической обработки на основе разработки нового метода определения параметров пространственной зеренной структуры: дис. канд. техн. наук / Т. П. Даниленко; ДМетИ. – Днепропетровск, 1988. – 227 с.
5. Пат. 97453 Україна, МПК G01N 33/20, G01N 21/00. Спосіб визначення основних параметрів об'ємної структури металевих матеріалів / Даниленко Т. П., Даниленко Е. І. (Україна); заявник та патентовласник Державний економіко-технологічний університет транспорту. – № а 2011 01065; заявл. 31.01.2011; опубл. 10.12.2012, Бюл. № 3. – 6 с.
6. Danilenko T. New method for stereological reconstruction of nontransparent materials space structures / T. Danilenko // Proc. 1-st Int. Conf. «Development, Testing and Application of Materials». – Croatia, 1996. – P. 89 – 95.
7. Даниленко Т. П. Застосування стереології до аналізу металевих зеренних структур / Т. П. Даниленко // Металознавство та обробка металів. – 2010. – № 3. – С. 35 – 42.
8. Даниленко Т. П. Визначення параметрів об'ємної зеренної структури металевих матеріалів / Т. П. Даниленко // Металознавство та обробка металів. – 2013. – № 1. – С. 38 – 47.

9. Даніленко Т. П. Урахування форми структурних складових у стереологічному аналізі / Т. П. Даніленко // Збірник наукових праць Державного економіко-технологічного університету транспорту Міністерства освіти і науки України: Серія «Транспортні системи і технології». – Вип. 22. – К.: ДЕДУТ, 2013. – С. 20 – 27.

10. Лезинская Е. Я. Стереометрическая металлография: Методы количественного анализа пространственной зеренной структуры металлов и сплавов / Е.Я.Лезинская – Днепропетровск: ЧМП «Економіка», 2013. – 298 с.

11. Timchak G. M. Measurement and stereological size analysis of sized spheres / G.M. Timchak, M.P.Jones // J. Microscopy. – 1972. – 95. – Pt. 2. – P. 301 – 307.

***Tetiana P. Danilenko, PhD (Technical Sciences), Associate Professor
(Professor of Cars and Carriage Facilities Chair of the State University for
Transport Economy and Technologies***

VERIFICATION AND COMPARISON OF THE STEREOLOGICAL RECONSTRUCTION METHODS FOR THE STRUCTURES WITH SPHERICAL COMPONENTS

The experimental verification of the method created for reconstruction diameter distribution of spherical components polydisperse structures in comparison with most known methods by Saltykov, Spector, Bockstiegel. Reconstruction methods were tested using the original information as distribution of the chords or diameters plane sections of spheres. The test made for the model structures with spherical particles. The verification showed the correctness of methods and greater accuracy and versatility of the created reconstruction method.

***Keywords:* spherical structural components, stereological reconstruction of the size distribution, verification of the reconstruction methods.**

REFERENCES

1. Saltykov S. A. (1976) Stereometricheskaya metallografiya [Stereometric Metallography]. Moscow: Metallurgiya, 375 p. (in Russian)

2. Chernyavskiy K. S. (1977) Stereologiya v metallovedenii [Stereology in Metal Science]. Moscow: Metallurgiya, 280 p. (in Russian)

3. Bockstiegel G. (1966) Eine einfache formel zur berechnung raumlicher grobenverteilungen aus durch linearanalyse erhaltenen daten [A simple formula for calculation of spatial distributions gross by linear analysis obtained data]. Zeitschrift fur Metallkunde, vol. 57, no. 8, pp. 647 – 652.

4. Danilenko T. P. (1988) Optimizatsiya rezhimov termicheskoy obrabotki na osnove razrabotki novogo metoda opredeleniya parametrov prostranstvennoy zerennoy struktury [Optimization of modes of heat treatment on the basis of the development of a new method of determining the parameters of spatial grain structure] (PhD Thesis), Dnepropetrovsk: DMetI, 227 p.

5. Danilenko T. P., Danilenko E. I. (2012) Sposib vyznachennia osnovnykh parametriv obiemnoi struktury metalevykh materialiv [Method for determining the basic parameters of the bulk structure of metallic materials] (Patent 97453, Ukraine), Kiev, State University for Transport Economy and Technologies.

6. Danilenko T. (1996) New method for stereological reconstruction of nontransparent materials space structures. Proceedings of the Development, Testing and Application of Materials (Croatia, 1996) . Croatia, pp. 89 – 95.

7. Danilenko T. P. (2010) Zastosuvannja stereologii' do analizu metalevyh zerenykh struktur [Application stereology to the analysis of metallic grain similar structures]. *Metaloznavstvo ta obrobka metaliv*, vol. 3, pp 35 – 42.
8. Danilenko T. P. (2013) Vyznachennja parametriv ob'jemnoi' zerennoi' struktury metalevykh materialiv [Characterization of bulk grain structure of metallic materials]. *Metaloznavstvo ta obrobka metaliv*, vol. 1, pp 38 – 47.
9. Danilenko T. P. (2013) Urahuvannja formy strukturnykh skladovykh u stereologichnomu analizi [Considering the form of structural components in the stereological analysis]. Kiev: Zbirnyk naukovykh prac' DETUT: Serija «Transportni systemy i tehnologii'», vol. 22, pp. 20 – 27.
10. Lezinskaya Ye.Ya. (2013) Stereometricheskaya metallografiya: Metody kolichestvennogo analiza prostranstvennoy zerennoy struktury metallov i splavov [Stereometric metallography: Methods for quantitative analysis of spatial grain structure of metals and alloys]. Dnepropetrovsk: ChMP «Yekonomika», 298 p. (in Russian)
11. *Timchak G.M.* (1972) Measurement and stereological size analysis of sized spheres. *Microscopy*, vol. 95, no 2, pp. 301 – 307.