

УДК 621.51

КУБАРЬ С.В., начальник науково-дослідної лабораторії, кандидат технічних наук

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПРОЦЕСУ УПРАВЛІННЯ ВІНИЩУВАЧЕМ

Розроблено математичну модель керуючих впливів льотчика по пілотуванню винищувачем, яка адекватно відображає відхилення органів управління

Розвиток бойових авіаційних комплексів, покращення льотно-технічних характеристик літаків призводить до ускладнення бортових підсистем, які потребують збільшення числа пристроїв керування та індикації.

В основу процесу проектування сучасних авіаційних бортових комплексів винищувачів покладено взаємопов'язані методи математичного моделювання систем на початкових стадіях проектування, методи напівнатурного моделювання з макетними зразками інформаційно-керуючого поля кабіни.

Для дослідження замкнутого контуру бортового інформаційно-керуючого комплексу сучасного винищувача на початковій стадії проектування, в якому керуючі дії формуються в результаті спільних дій льотчика і автоматичних пристроїв, необхідно використовувати математичну модель керуючих впливів льотчика.

На сьогоднішній день розповсюдження отримали моделі із застосуванням вінерівського або гауссівського марківського процесів [1]. Однак використання зазначених моделей зміни положення органів управління некоректно, тому що при опису динаміки зміни положення органів управління винищувача абсолютно випадковим процесом у вигляді білого шуму, дисперсія якого, як відомо, дорівнює нескінченності, є фізично неадекватним реальному процесу пілотування.

Таким чином, розробка адекватної математичної моделі зміни положення органів управління при пілотуванні винищувача є актуальним науковим завданням.

Метою статті є розробка математичної моделі керуючих впливів льотчика по пілотуванню винищувача, яка повинна забезпечувати простоту її практичної реалізації при заданій точності положення органа управління.

Розглядається рівняння моделі в повздовжньому каналі управління, що забезпечить оцінку переміщення органів управління при різних сполученнях даних.

Вважатимемо, що нормальне (незбурене) переміщення органа управління здійснюється з постійною швидкістю $dr/dt = const$, а відхилення від нормального переміщення органа в процесі пілотування винищувача – збурюванням переміщення. Рівняння для переміщення органа управління в повздовжньому каналі можна представити у вигляді

$$\frac{d\vec{x}(t)}{dt} = B\vec{x}(t) + Ca(t), \quad (1)$$

де $\vec{x}(t) = |r(t), v(t)|^T$, $r(t)$ – положення органа управління в момент часу t , $v(t) = dr(t)/dt$ – швидкість переміщення органа управління, $a(t) = dv(t)/dt$ – прискорення переміщення органа управління, $B = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}$, $C = \begin{vmatrix} 0 \\ 1 \end{vmatrix}$.

Відхилення органа управління від програмного переміщення може бути задовільно охарактеризовано дисперсією (максимальною величиною) відхилення та постійною часу (тривалістю) відхилення. Відхилення від програмного переміщення і прискорення є процесами, що корельовані в часі: якщо переміщення органа управління здійснюється із прискоренням у момент часу t , то при досить малих значеннях τ воно буде здійснюватися із прискоренням і в момент часу $(t + \tau)$. Для опису кореляційної функції $K_a(\tau)$ прискорення органа управління прийmemo вираз [2]

$$K_a(\tau) = \sigma_a^2 e^{-\alpha|\tau|}, \quad \alpha \geq 0, \quad (2)$$

де σ_a^2 – дисперсія прискорення переміщення органа управління, α – величина, зворотна постійної часу прискорення.

Для розрахунку величини σ_a^2 скористаємося графічним поданням щільності ймовірності прискорення переміщення органа управління (рис. 1).

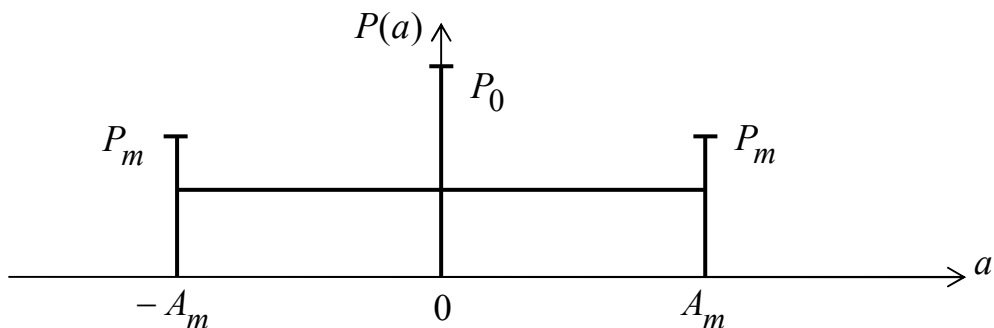


Рис. 1. Щільність ймовірності прискорення.

При пілотуванні винищувача максимальне прискорення переміщення органа управління $A_m(-A_m)$ можливе з ймовірністю P_m . Прискорення відсутнє з ймовірністю P_0 й може приймати будь-яке значення з інтервалу $(-A_m, +A_m)$ з рівномірною щільністю ймовірності $P(a) = \frac{1 - (P_0 + 2P_m)}{2A_m}$.

У такому випадку

$$\sigma_a^2 = \int_{-A_m}^{A_m} a^2 \left[\frac{1 - (P_0 + 2P_m)}{2A_m} \right] da + 0 \cdot P_0 + (-A_m)^2 P_m + A_m^2 P_m = \frac{A_m^2}{3} (1 - 4P_m - P_0).$$

Використовуючи метод Вінера-Колмогорова [1] і кореляційну функцію (2), представимо прискорення переміщення органа управління через білий шум. Для цього запишемо перетворення Лапласа від $K_a(\tau)$

$$\Theta[K_a(\tau)] = -\frac{2\alpha\sigma_a^2}{(p-\alpha)(p+\alpha)} = H(p)H(-p)W(p), \quad (3)$$

де $H(p) = \frac{1}{p+\alpha}$, $W(p) = 2\alpha\sigma_a^2$.

Величина $H(p)$ є перетворенням Лапласа від «відбілюючого» фільтра для $a(t)$, а $W(p)$ – перетворенням білого шуму, що формує $a(t)$. Результуюче рівняння для прискорення прийме вигляд

$$\frac{da(t)}{dt} = -\alpha a(t) + n_a(t). \quad (4)$$

Кореляційна функція $K_n(\tau)$ білого формуючого шуму

$$K_n(\tau) = 2\alpha\sigma_a^2\delta(\tau),$$

де $\delta(\tau)$ – дельта-функція.

Обмеження зростання дисперсії швидкості переміщення органа управління із часом може бути досягнуте за рахунок введення в рівняння для швидкості додаткового («гальмуючого») додатка $[-\gamma v(t)]$, де коефіцієнт γ залежить від типу органа управління і інтенсивності його переміщень. При цьому рівняння для переміщення органа управління (в одному просторовому вимірі), яке виражене через білий шум, записуються у вигляді

$$\frac{d\vec{x}(t)}{dt} = B'\vec{x}(t) + C'n_a(t), \quad (5)$$

де $\vec{x}(t) = |r(t), v(t), a(t)|^T$, $B' = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\gamma & 1 \\ 0 & 0 & -\alpha \end{vmatrix}$, $C' = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix}$.

Переміщення органів управління винищувача при виконанні різких маневрів (наприклад, бойового розвороту) може бути описано [1] розривним марківським процесом $\theta(t)$, що представляє собою послідовність випадкових у часі прямокутних відеоімпульсів прискорення переміщення органа управління. Імпульси мають випадкові тривалості і амплітуди $p(\theta)$, що розподілені за нормальним законом. Інтервали між імпульсами, які описуються переходом $\theta(t)$ з нульового стану в будь-який інший, відмінний від нуля, або зворотним переходом, розподілені за експонентним законом з параметрами μ_0 і μ_1 відповідно. Априорна щільність ймовірності такого розривного процесу $\theta(t)$ описується рівнянням Колмогорова-Феллера [3]

$$\frac{\partial p_{pr}(t, \theta)}{\partial t} = -f(t, \theta) + \mu_0 p(\theta) \int_{-\Delta}^{\Delta} p_{pr}(t, \theta) \partial \theta + \mu_1 \delta(\theta) \int_{\Phi} p_{pr}(t, \theta) \partial \theta, \quad (6)$$

$$\text{де } f(t, \theta) = \begin{cases} \mu_0 p_{pr}(t, \theta), & \theta = 0, \\ \mu_1 p_{pr}(t, \theta), & \theta \neq 0. \end{cases}$$

Загальну область інтегрування в (6) розподілено на область $(0 - \Delta, 0 + \Delta)$ і область Φ , що залишається. Таке розподілення, яке відрізняє (6) від класичного представлення рівняння Колмогорова-Феллера, породжено характером імпульсного процесу $\theta(t)$, що розглядається.

Остаточно повна математична модель, що описує динаміку зміни органів управління при пілотуванні винищувача, буде включати систему диференціальних рівнянь

$$\begin{cases} \frac{\partial r(t)}{\partial t} = v(t), \\ \frac{\partial v(t)}{\partial t} = -\gamma v(t) + a(t) + \theta(t), \\ \frac{\partial a(t)}{\partial t} = -\alpha a(t) + n_a(t), \end{cases} \quad (7)$$

яка доповнюється рівнянням (6).

Рівняння (6), (7) отримані з основних фізичних передумов, які об'єктивно відображають реальний процес зміни положення органів управління при пілотуванні винищувача, що вигідно відрізняє їх від рівнянь моделей із застосуванням вінерівського або гауссівського марківського процесів. За рахунок дворазового інтегрування абсолютно випадкового процесу забезпечується відображення плавного переміщення органів управління винищувача. Крім того, в моделі передбачене коректне обмеження зростання дисперсії швидкості переміщення органів управління із часом.

Розроблена математична модель, незважаючи на свою відносну простоту, досить точно враховує плавне відхилення органів управління від нейтрального положення та задовільно описує їх різку зміну. Для практичного використання розробленої моделі необхідно накопичення інформації шляхом статистичної обробки даних процесу пілотування при проведенні експериментальних досліджень на сучасних пілотажних стендах і тренажерах.

ЛІТЕРАТУРА

1. Тихонов В.И., Харисов В.Н. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем. – М.: Радио и связь, 2004. – 608с.
2. Сосулин Ю.Г. Теория обнаружения и оценивания стохастических сигналов. – М.: Сов. радио, 1978. – 320с.

3. Тихонов В.И., Миронов М.А. Марковские процессы.– М.: Сов. радио, 1977. – 408с.

Надійшла до редакції 29.10.2009