

УДК 629.191.2

**ЗАХАРІН Ф.М.**, провідний науковий співробітник, кандидат технічних наук,  
старший науковий співробітник

**ПОНОМАРЕНКО С.О.**, провідний науковий співробітник, кандидат технічних  
наук, старший науковий співробітник

**КАРНАУХ Т.І.**, науковий співробітник

## **СПОСІБ АВТОНОМНОЇ ПОЧАТКОВОЇ ВИСТАВКИ БЕЗПЛАТФОРМНИХ ІНЕРЦІАЛЬНИХ НАВІГАЦІЙНИХ СИСТЕМ ІЗ ПОПЕРЕДНІМ АВТОКАЛІБРУВАННЯМ ІНЕРЦІАЛЬНИХ ДАТЧИКІВ**

*Запропоновано спосіб автономної початкової виставки безплатформних інерціальних навігаційних систем (БІНС) із попереднім автокалібруванням інерціальних датчиків первинної інформації (датчиків кутової швидкості і акселерометрів) при задаванні серії фіксованих обертів блока датчиків навколо вертикальної та горизонтальної осей за допомогою спеціального поворотного пристрою. Встановлено суттєву перевагу цього способу за точністю виставки перед відомим двовекторним способом.*

*Ключові слова: безплатформні інерціальні навігаційні системи, акселерометри, датчики кутової швидкості, автономна початкова виставка, автокалібрування датчиків*

У теперішній час БІНС, які мають суттєві переваги за масою, габаритами та енергоспоживанням, у порівнянні з платформними ІНС, знаходять все більше застосування у складі бортового обладнання літальних апаратів. Необхідним етапом передстартової підготовки БІНС літальних апаратів є початкова виставка – визначення початкової орієнтації прямокутного координатного тригранника  $OX_1Y_1Z_1$  зв'язаного з осями чутливості інерціальних датчиків, відносно опорного координатного базису, у якості якого доцільно використовувати географічний базис  $O\bar{N}\bar{H}\bar{E}$ . Точність передпольотної початкової виставки БІНС суттєво впливає на якість навігаційного забезпечення літальних апаратів у польоті.

Відомо, що для визначення взаємної кутової орієнтації двох координатних тригранників необхідно знати проекції на вісі цих тригранників, як мінімум, двох неколінеарних векторів [1]. У задачі автономної початкової виставки БІНС на нерухомій основі у якості таких векторів можна використовувати вектор кутової швидкості обертання Землі, складові яких у базисі  $OX_1Y_1Z_1$  вимірюються акселерометрами і датчиками кутової швидкості.

Для відомого двовекторного способу автономної початкової виставки БІНС [4] оцінка матриці направляючих косинусів  $\hat{N}$ , що характеризує перетворення від осей географічного тригранника  $ONHE$  до осей тригранника  $OX_1Y_1Z_1$ , розраховується за такою формулою:

$$\hat{C} = (\tilde{\delta}_N, \tilde{\delta}_H, \tilde{\delta}_E), \quad (1)$$

де  $\tilde{\delta}_N = \tilde{\delta}_1 / \|\tilde{\delta}_1\|$ ;  $\tilde{\delta}_H = \tilde{\delta}_2 / \|\tilde{\delta}_2\|$ ;  $\tilde{\delta}_E = \tilde{\delta}_3 / \|\tilde{\delta}_3\|$ ;  $\tilde{\delta}_1 = \tilde{a} \times (\tilde{\omega} \times \tilde{a})$ ;  $\tilde{\delta}_2 = \tilde{\omega} \times \tilde{a}$ ;

$\tilde{a}$  і  $\tilde{\omega}$  – вектори-стовбці показань акселерометрів і датчиків кутової швидкості БІНС при вимірюванні вектора уявного прискорення (рівного за модулем і протилежного за знаком вектору прискорення сили тяжіння) і вектора кутової швидкості обертання Землі;  $\times$  – символ векторного добутку;  $\|\tilde{\delta}_3\|$  – модуль вектора-стовбця  $\tilde{\delta}_3$ .

Аналіз показує, що для оцінки погрішностей відомого способу автономної початкової виставки БІНС на нерухомій основі можна використати такі формули:

$$\begin{aligned} \delta\psi &= \frac{\delta a_H}{g} \operatorname{tg} \varphi_0 - \frac{\delta \omega_E}{\omega_\zeta \cos \varphi_0}; \\ \delta\vartheta &= \frac{\delta a_N}{g}; \\ \delta\gamma &= -\frac{\delta a_E}{g}, \end{aligned} \quad (2)$$

де  $\delta\psi, \delta\vartheta, \delta\gamma$  – похибки оцінок кутів Ейлера (курсу, тангажу і крену), які відповідають матриці направляючих косинусів  $\hat{C}$ ;  $\delta a_N, \delta a_H, \delta a_E, \delta \omega_E$  – систематичні погрішності акселерометрів і датчиків кутової швидкості, приведені до осей географічного базису;  $\omega_\zeta$  – кутова швидкість обертання Землі;  $g$  і  $\varphi_0$  – модуль прискорення сили тяжіння і географічна широта точки  $O$ .

Аналіз показує, що точність автономної початкової виставки БІНС може бути суттєво підвищена з використанням запропонованого способу виставки із попереднім калібруванням інерціальних датчиків, в основу якого покладено ефект зміни орієнтації осей чутливості датчиків відносно опорних векторів прискорення сили тяжіння та кутової швидкості обертання Землі за рахунок відповідних обертів блоку датчиків відносно географічного координатного базису, які реалізуються за допомогою спеціального поворотного пристрою.

Передбачається, що з рухомою платформою поворотного пристрою, на якій розміщено блок інерціальних датчиків, зв'язана установочна система координат  $OXYZ$ , а сам пристрій забезпечує оберти платформи на задані фіксовані кути відносно опорного географічного базису  $ONHE$ . Орієнтація тригранника  $OX_1Y_1Z_1$  відносно установочної системи координат  $OXYZ$  характеризується заданою матрицею направляючих косинусів  $Q$ . Для калібрування інерціальних датчиків пропонується виконати дві серії обертів платформи з блоком датчиків.

Перша серія обертів призначена для калібрування датчиків кутової швидкості, модель показань яких приймається у такому вигляді:

$$\tilde{\omega} = \bar{\omega} + \Delta\bar{\omega} + \bar{\eta}_{\omega} \quad (3)$$

де  $\bar{\omega}$  – вектор-стовбець складових кутової швидкості обертання Землі, що вимірюються датчиками, по вісям тригранника  $OX_1Y_1Z_1$ ;  $\Delta\bar{\omega}$   $\bar{\eta}_{\omega}$  – вектори-стовбці систематичних і випадкових (шумових) складових помилок датчиків кутової швидкості.

Для цієї серії обертів платформи передбачається, що вихідна орієнтація осі OZ установочної системи координат близька до вертикальної, а вихідна орієнтація осі OX установочної системи координат близька до зворотнього напрямку осі OE географічного базису, причому ступінь близькості не є критичним і може складати одиниці градусів.

Для вихідного положення платформи за показаннями акселерометрів  $\tilde{a}$  і датчиків кутової швидкості  $\tilde{\omega}$ , перерахованими на вісі установочної системи координат OXYZ з використанням заданої матриці Q, за допомогою алгоритму (1) знаходиться оцінка  $\tilde{N}$  матриці направляючих косинусів C, яка характеризує орієнтацію установочної системи координат відносно базису ONHE. Погрішності цієї оцінки характеризуються значеннями помилок за кутами Ейлера  $\Delta\varphi_0^{(1)}, \Delta\vartheta_0^{(1)}, \Delta\gamma_0^{(1)}$ . Далі виконується серія із n обертів платформи навколо вертикальної осі OZ установочної системи координат на заданий кут  $\delta$  кожен оберт. Для всіх орієнтацій платформи, включаючи вихідну, фіксуються вектори-стовбчики показань датчиків кутової швидкості  $\tilde{\omega}_s, s=0, 1, \dots, n$ . Рекомендуються наступні значення параметрів серії обертів  $\delta = \pi/8$  [рад],  $n=4$ .

Для кожної орієнтації платформи формується вектор-стовбець спостережень

$$\bar{y}_{\omega_i} = \tilde{\omega}_i - \tilde{\omega}_{pi}, \quad (4)$$

де  $\tilde{\omega}_i = C_i \bar{\omega}_3 + \Delta\bar{\omega} + \bar{\eta}_{\omega_i}$ ;  $\tilde{\omega}_{pi} = \tilde{C}_i \bar{\omega}_3$ ;  $\bar{\omega}_3 = (\omega_\zeta \cos \varphi_0, \omega_\zeta \sin \varphi_0, 0)^T$ ;  $C_i$  і  $\tilde{C}_i$  – матриця переходу від осей ONHE до осей тригранника  $OX_1Y_1Z_1$  для і-тої орієнтації платформи та її оцінка на основі оцінки  $\tilde{C}$ .

Оцінки  $\tilde{C}_i, i=0, 1, 2, 3, 4$  задовольняють співвідношенням виду:

$$\begin{aligned} \tilde{C}_0 &= Q\tilde{C}; \\ \tilde{C}_1 &= Q\Delta C\tilde{C}; \\ \tilde{C}_2 &= Q\Delta C\tilde{C}_{11}; \tilde{C}_{11} = \Delta C\tilde{C}; \\ \tilde{C}_3 &= Q\Delta C\tilde{C}_{12}; \tilde{C}_{12} = \Delta C\tilde{C}_{11}; \\ \tilde{C}_4 &= Q\Delta C\tilde{C}_{13}; \tilde{C}_{13} = \Delta C\tilde{C}_{12}, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\text{де } \Delta C = \begin{pmatrix} \cos \delta & \sin \delta & 0 \\ -\sin \delta & \cos \delta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

При формуванні рівнянь спостережень, що відповідають векторам спостережень (4), використовується підставлення виду:

$$\tilde{C}_i = \tilde{N}_i \Delta L (\Delta \psi_0^{(1)}, \Delta \vartheta_0^{(1)}, \Delta \gamma_0^{(1)}), \quad i=0,1,2,3,4, \quad (6)$$

де  $\Delta L = \begin{pmatrix} 1 & -\Delta \vartheta_0^{(1)} & \Delta \psi_0^{(1)} \\ -\Delta \vartheta_0^{(1)} & 1 & -\Delta \gamma_0^{(1)} \\ -\Delta \psi_0^{(1)} & \Delta \gamma_0^{(1)} & 1 \end{pmatrix}$  – матриця, яка виконує компенсацію помилок

оцінки матриці орієнтації  $\tilde{C}_i$  (у лінійному наближенні).

З використанням підставлення (6) із формули (4) з урахуванням (3) виходить таке рівняння спостережень:

$$\bar{y}_{\omega_i} = H_{\omega_i} \bar{X}_{\omega} + \bar{\eta}_{\omega_i}, \quad (7)$$

де  $\bar{X}_{\omega} = (\Delta \omega_1, \Delta \omega_2, \Delta \omega_3, \psi_0^{(1)})^T$ ;  $H_{\omega_i} = \begin{pmatrix} -\omega_{\varphi} \tilde{n} \cos \varphi_0 \tilde{C}_i(1,3) \\ E_3 - \omega_{\varphi} \tilde{n} \cos \varphi_0 \tilde{C}_i(2,3) \\ -\omega_{\varphi} \tilde{n} \cos \varphi_0 \tilde{C}_i(3,3) \end{pmatrix}$ ;  $E_3$  – одинична матриця.

Для оцінювання вектора-стовбчика  $\bar{X}_{\omega}$  після виконання серії обертів навколо вертикальної осі OZ пропонується використовувати регресійну процедуру виду [3]:

$$\hat{\bar{X}}_{\omega} = H_{\omega}^{\oplus} \bar{y}_{\omega}, \quad (8)$$

де  $H_{\omega} = (H_{\omega_0}^T, H_{\omega_1}^T, H_{\omega_2}^T, H_{\omega_3}^T, H_{\omega_4}^T)^T$ ;  $\bar{Y}_{\omega} = (Y_{\omega_0}^T, Y_{\omega_1}^T, Y_{\omega_2}^T, Y_{\omega_3}^T, Y_{\omega_4}^T)^T$ ;

«Т» і  $\oplus$  – символи операцій транспонування і псевдообертання матриці методом Гревіля.

Друга серія обертів платформи забезпечує калібрування акселерометрів, модель показань яких приймається у такому вигляді:

$$\tilde{\bar{a}} = (\hat{A}_3 + \Delta D) \bar{a} + \Delta \bar{a} + \bar{\eta}_{\bar{a}}, \quad (9)$$

де  $\tilde{\bar{a}}$  і  $\bar{a}$  – вектори-стовбчики показань акселерометрів та вимірюємих складових уявного прискорення у базисі  $OX_1Y_1Z_1$ ;  $\Delta D$  – діагональна матриця помилок масштабних коефіцієнтів акселерометрів;  $\Delta \bar{a}$  і  $\bar{\eta}_{\bar{a}}$  – вектори-стовбчики систематичних і випадкових (шумових) складових помилок акселерометрів.

Для цієї серії обертів платформи, які виконуються після завершення першої серії обертів, вихідна орієнтація осі OX установочної системи координат близька до орієнтації осі ON географічного базису, а вихідна орієнтація осі OZ близька до вертикальної. Перед виконанням другої серії обертів за показаннями акселерометрів і датчиків кутової швидкості, перерахованими на вісі установочної системи координат з використанням заданої матриці Q, за допомогою алгоритма (1) знаходиться оцінка  $\tilde{C}$  матриці направляючих косинусів C, що характеризує вихідну орієнтацію установочної системи координат відносно базису ONHE для другої серії

обертів платформи. Погрішності оцінки  $\tilde{C}$  характеризуються значеннями помилок  $\Delta\psi_0^{(2)}, \Delta\vartheta_0^{(2)}, \Delta\gamma_0^{(2)}$ .

Далі виконується серія із чотирьох обертів платформи навколо горизонтальної осі ОХ на заданий кут  $\delta = \pi/8$  [рад].

Для кожної орієнтації платформи, включаючи вихідну, формується вектор-стовбець спостережень  $\bar{y}_{ai}$  у такому вигляді:

$$\bar{y}_{ai} = \tilde{\bar{a}}_i - \bar{a}_{\delta^3}, \quad (10)$$

де  $\tilde{\bar{a}}_i = (E_3 + \Delta D)C_i \bar{g} + \Delta \bar{a} + \eta_{ai}$  – вектор-стовбець показань акселерометрів;  $\bar{g} = (0, g, 0)^T$  – вектор-стовбець складових уявного прискорення у базисі ОННЕ;  $\bar{a}_{\delta^3} = \tilde{N}_i \bar{g}$ ;  $C_i$  і  $\tilde{C}_i$  – фактична матриця орієнтації та її оцінка.

Як і для першої серії обертів платформи, оцінки  $\tilde{C}_i$ ,  $i=0,1,2,3,4$  задовільняють співвідношенням (5), тільки для другої серії обертів

$$\Delta \tilde{N} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \tilde{n} \cos \delta & \sin \delta \\ 0 & -\sin \delta & \tilde{n} \cos \delta \end{pmatrix}. \quad (11)$$

Для другої серії обертів платформи при формуванні рівнянь спостережень використовується підставлення виду:

$$\tilde{C}_i = \tilde{N}_i \Delta L (\Delta\psi_0^{(2)}, \Delta\vartheta_0^{(2)}, \Delta\gamma_0^{(2)}), \quad (12)$$

$$\text{де } \Delta L = \begin{pmatrix} 1 & -\Delta\vartheta_0^{(2)} & \Delta\psi_0^{(2)} \\ -\Delta\vartheta_0^{(2)} & 1 & -\Delta\gamma_0^{(2)} \\ -\Delta\psi_0^{(2)} & \Delta\gamma_0^{(2)} & 1 \end{pmatrix}.$$

У підсумку із формули (10) виходить таке рівняння спостережень:

$$\bar{y}_{ai} = H_{ai} \bar{X}_a + \bar{y}_{a^3}, \quad (13)$$

де  $\bar{X}_a = (\Delta a_1, \Delta a_2, \Delta a_3, \Delta\vartheta_0^{(2)}, \Delta\gamma_0^{(2)}, d_{11}, d_{22}, d_{33})^T$ ;

$$H_{ai} = \begin{pmatrix} -g\tilde{C}_i(1,1) & g\tilde{C}_i(1,3) & g\tilde{C}_i(1,2) & 0 & 0 \\ E_3 - g\tilde{C}_i(2,1) & g\tilde{C}_i(2,3) & 0 & g\tilde{C}_i(2,2) & 0 \\ -g\tilde{C}_i(3,1) & g\tilde{C}_i(3,3) & 0 & 0 & g\tilde{C}_i(3,2) \end{pmatrix}.$$

Після завершення другої серії обертів платформи оцінка вектора-стовбця  $\bar{X}_a$  може бути отримана з використанням регресійної процедури виду:

$$\bar{X}_a = H_a^\oplus \bar{y}_a, \quad (14)$$

де  $\dot{I}_a = (H_{a_0}^T, H_{a_1}^T, H_{a_2}^T, H_{a_3}^T, H_{a_4}^T)^{\dot{O}}$ ,  $\bar{y}_a = (\bar{y}_{a_0}^T, \bar{y}_{a_1}^T, \bar{y}_{a_2}^T, \bar{y}_{a_3}^T, \bar{y}_{a_4}^T)^T$ .

Після завершення другої серії обертів платформи для її кінцевого кутового положення за допомогою алгоритму виду (1) знаходиться оцінка матриці орієнтації тригранника  $OX_1Y_1Z_1$  відносно базису  $ONHE$ . При цьому попередньо у показання датчиків вносяться поправки з урахуванням результатів калібрування датчиків на першій і другій серіях обертів.

При порівняльній оцінці погрішностей відомого способу автономної початкової виставки БІНС та запропонованого способу із попереднім автокалібруванням систематичні погрішності датчиків кутової швидкості задавались на рівні  $\pm 0,01$  град/год, систематичні погрішності акселерометрів – на рівні  $\pm 0,0002g$ , а помилки масштабних коефіцієнтів акселерометрів – на рівні  $\pm 0,00001$ . Розглядався випадок, коли вісі тригранника  $OX_1Y_1Z_1$  співпадають з вісями установочної системи координат ( $Q=E_3$ ), а географічна широта  $\varphi_0 = 60^0$ .

Передбачувалось, що погрішності реалізації заданих кутів обертів платформи навколо вертикальної і горизонтальної осей не перевищують  $\pm 0,1$  мрад. При оцінці погрішностей автономної виставки БІНС не враховувались шумові складові помилок датчиків, вплив яких може бути суттєво зменшено при усередненні показань датчиків на заданих інтервалах часу.

Для прийнятих вихідних даних погрішність відомого двовекторного способу автономної виставки БІНС (без автокалібрування) в азимуті складає  $\pm 5$  кут.хв., а погрішності виставки по вертикалі не перевищують  $\pm 1$  кут.хв.

Для запропонованого способу виставки БІНС після першої серії обертів платформи (навколо вертикальної осі) забезпечується точність калібрування систематичних помилок датчиків кутової швидкості на рівні не гірше  $\pm 0,0008$  град/год. Після другої серії обертів платформи (навколо горизонтальної осі) досягається точність калібрування акселерометрів, вісі чутливості яких ортогональні вісі обертів, на рівні  $\pm 10^{-6}g$ .

Аналіз точності оцінки матриці орієнтації тригранника  $OX_1Y_1Z_1$  відносно базису  $ONHE$ , отриманої для останнього положення платформи після внесення поправок у показання датчиків за результатами калібрування, показує, що застосування процедури автокалібрування датчиків дозволяє зменшити погрішність виставки БІНС в азимуті у порівнянні з відомим способом приблизно на порядок – до рівня  $\pm 0,46$  кут.хв. Помилки автономної виставки БІНС по вертикалі не перевищують  $\pm 0,6$  кут.хв. і можуть бути знижені далі більше, ніж на порядок за рахунок автокалібрування акселерометрів при введенні додаткової серії обертів платформи навколо горизонтальної осі  $OZ$  установочної системи координат.

Таким чином, використання запропонованого способу автономної початкової виставки БІНС із попереднім автокалібруванням датчиків дозволяє суттєво підвищити точність виставки у порівнянні з відомим способом.

## **ЛІТЕРАТУРА**

1. Липтон А. Выставка инерциальных систем на подвижном основании.–М.: Наука,1971.– 168 с.
2. Синеглазов В.М., Захарин Ф.М. Теоретические основы проектирования навигационных комплексов беспилотных летательных аппаратов. – К.: Освіта України, 2015.– 340 с.
3. Захарин Ф.М. Методы и алгоритмы прикладного анализа. Вып.2. Статистическая фильтрация. К.: КВВАИУ, 1978, 148 с.
4. Водичева Л.В., Алиевская Е.Л., Парышева Ю.В. Начальная выставка бесплатформенной инерциальной навигационной системы на неподвижном основании: методы и их погрешности.// Труды XX международной НТК по интегрированным навигационным системам. – Санкт-Петербург, 2013, с.71-74.

*Надійшла до редакції 14.11.2018*

*Рецензент: ДТН Федотов Б.М.*