

ЗАСТОСУВАННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ТЕПЛОПРОВІДНОЇ СТІНКИ ЗІ ЗМІННИМИ ТЕПЛОФІЗИЧНИМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ

Статтю присвячено різним аспектам прикладного застосування цифрового методу розрахунку нестационарних теплових режимів плоских стінок в умовах змінних теплофізичних характеристик матеріалів. Результати досліджень можуть застосовуватися для аналізу теплового режиму огорожувальних конструкцій, термічних печей та будівельних матеріалів.

Ключові слова: теплопровідність, математична модель, обмурування печі.

Постановка проблеми у загальному вигляді та її зв'язок із важливими практичними завданнями. Відомо, що в результаті нагрівання теплофізичні властивості більшості матеріалів змінюються [1]. При розгляді задач нестационарного теплообміну в топках печей необхідно враховувати залежність теплофізичних характеристик матеріалів обмурування від температури.

Аналіз останніх досліджень і публікацій, у яких розглянуто можливості розв'язання проблеми. Завдання визначення температурного поля в обмуруванні печі у будь-який момент часу за умови змінних коефіцієнтів теплопровідності та теплоємності належить до задач нелінійної теплопровідності. Існуючі методики розрахунку, які дають можливість аналізувати теплові режими топки в умовах нестационарного теплообміну, громіздкі й потребують для вирішення залучення ЕОМ і складного програмного забезпечення. Зазвичай для таких задач немає формул, що дають точне рішення, тому на практиці застосовують переважно наближені методи обчислень [2, 3, 4, 5].

У роботі [6] розглянуто рішення подібної задачі методом скінчених різниць для плоскої стінки. Важливою проблемою цього методу є жорсткий зв'язок між координатним кроком та часовим інтервалом. Якщо температуропровідність шарів конструкції різна (або змінюється), то для дотримання постійного інтервалу часу необхідно змінювати координатний крок. Це суттєво ускладнює процес розрахунку.

Виділення не розв'язаних раніше частин проблеми, котрим присвячується стаття. У роботі [7] запропоновано вдосконалену математичну модель теплопровідності плоскої стінки зі змінними теплофізичними характеристиками, яку видається можливим застосувати для вирішення задачі нелінійної теплопровідності обмурування топки. Важливим критерієм істинності математичного моделювання є порівняння його результатів із дослідженнями інших авторів, із результатами натурних спостережень та експериментів.

Формулювання цілей статті. Метою статті є порівняння результатів розрахунку запропонованої в роботі [7] математичної моделі з результатами натурних досліджень. Для експериментальних досліджень використано результати, отримані під час випробовування термічної печі, обмурування якої виконано із шамотної цегли. Режим роботи печі – нестационарний (розігрівання–охолодження).

Виклад основного матеріалу. У першому наближенні обмурування печі можна розглядати як одношарову плоску стінку. Для знаходження розподілу температур усередині цієї стінки за допомогою методів цифрового моделювання розділимо її паралельними площинами на ряд шарів, застосовавши крок $2 \cdot \Delta x$. Будемо вважати, що в межах одного шару ($\pm \Delta x$), теплофізичні характеристики матеріалу стінки в даний момент часу постійні, а масу частини конструкції, обмежену кроком $\pm \Delta x$ зосереджено в площині цього шару.

Якщо біля внутрішньої та зовнішньої поверхонь обмурування печі задати граничні умови третього роду, то можна записати систему рівнянь теплового балансу для внутрішнього ($i=1$), всіх середніх (i) та зовнішнього шару ($i=n$). Її рішення дозволяє визначити зміну температури в кожному шарі конструкції. Записана у формі, придатній для застосування цифрових методів розв'язку, вона матиме такий вигляд:

$$\begin{aligned} \frac{dt_1}{d\tau} &\approx \frac{\Delta t_1}{\Delta \tau} = \frac{1}{c_1 \Delta x_1 \rho_1} \left[\alpha_{\Pi} (t_T - t_1) - \frac{t_1 - t_2}{\frac{\Delta x_1}{\lambda_1} + \frac{\Delta x_2}{\lambda_2}} \right] \\ \frac{dt_i}{d\tau} &\approx \frac{\Delta t_i}{\Delta \tau} = \frac{1}{2c_i \Delta x_i \rho_i} \left[\frac{t_{i-1} - t_i}{\frac{\Delta x_{i-1}}{\lambda_{i-1}} + \frac{\Delta x_i}{\lambda_i}} - \frac{t_i - t_{i+1}}{\frac{\Delta x_i}{\lambda_i} + \frac{\Delta x_{i+1}}{\lambda_{i+1}}} \right], \\ \frac{dt_n}{d\tau} &\approx \frac{\Delta t_n}{\Delta \tau} = \frac{1}{c_n \Delta x_n \rho_n} \left[\frac{t_{n-1} - t_n}{\frac{\Delta x_{n-1}}{\lambda_{n-1}} + \frac{\Delta x_n}{\lambda_n}} - \alpha_{3K} (t_n - t_B) - \alpha_{3\Pi} (t_n - t_R) \right] \end{aligned} \quad (1)$$

де Δt_i – зміна температури в i -му шарі конструкції, $^{\circ}\text{C}$; $\Delta \tau$ – часовий крок, с; c_i – теплоємність i -го шару матеріалу огорожувальної конструкції, Дж/(кг \cdot $^{\circ}\text{C}$); ρ_i – густина матеріалу i -го теплоакумуючого прошарку, кг; t_1, t_2, \dots, t_i – температура відповідного прошарку огорожувальної конструкції, $^{\circ}\text{C}$; α_{Π} – коефіцієнт променевого теплообміну біля внутрішньої поверхні, Вт/(м 2 \cdot $^{\circ}\text{C}$); t_T – температура димових газів усередині топки, $^{\circ}\text{C}$; λ_i – теплопровідність i -го прошарку матеріалу, Вт/(м \cdot $^{\circ}\text{C}$); α_{3K} – коефіцієнт конвективного теплообміну біля зовнішньої поверхні обмурування, Вт/(м 2 \cdot $^{\circ}\text{C}$); $\alpha_{3\Pi}$ – коефіцієнт променевого теплообміну біля зовнішньої поверхні обмурування, Вт/(м 2 \cdot $^{\circ}\text{C}$); t_B – температура повітря в приміщенні, $^{\circ}\text{C}$; t_R – середньорадіаційна температура поверхонь, що оточують піч, $^{\circ}\text{C}$.

Теплопровідність та теплоємність матеріалу кожного прошарку визначається з урахуванням його температури за емпіричними формулами, що мають такий загальний вигляд:

$$\lambda_i = n + k \cdot t_i \quad \text{та} \quad c_i = m + s \cdot t_i, \quad (2)$$

де n, k, m, s – експериментальні коефіцієнти.

Коефіцієнт променевого теплообміну біля внутрішньої поверхні обмурування визначено за формулою, Вт/(м 2 \cdot $^{\circ}\text{C}$),

$$\alpha_{\Pi} = \frac{5,77}{\frac{1}{\varepsilon_{CT}} + \frac{1}{\varepsilon_T} - 1} \cdot \frac{\left[\frac{t_T + 273}{100} \right]^4 - \left[\frac{t_1 + 273}{100} \right]^4}{t_T - t_1}, \quad (3)$$

де ε_{CT} – ступінь «чорноти» внутрішньої поверхні обмурування печі; ε_T – ступінь «чорноти» димових газів у топці. Коефіцієнти променевого і конвективного теплообміну біля зовнішньої поверхні обмурування можна визначити за формулами, Вт/(м 2 \cdot $^{\circ}\text{C}$):

$$\alpha_{3\Pi} = 5,77 \varepsilon_{\Pi P} \frac{\left[\frac{t_n + 273}{100} \right]^4 - \left[\frac{t_R + 273}{100} \right]^4}{t_n - t_R}, \quad (4)$$

$$\alpha_{3K} = 1,66 (t_n - t_B)^{0,33}, \quad (5)$$

де $\varepsilon_{\Pi P}$ – приведений ступінь «чорноти» зовнішньої поверхні обмурування печі та поверхонь у приміщенні. Для розрахунків прийнято середнє значення $\varepsilon_{\Pi P} = 0,85$.

Систему диференціальних рівнянь (1) разом із граничними умовами (3, 4) і початковим розподілом температур (часовими умовами) можна розв'язувати за

допомогою цифрових методів, наприклад методом Рунге–Кутта 4-го порядку [8]. На основі цієї математичної моделі розроблена комп'ютерна програма «ОВМΥΡΟΒ» мовою BASIC.

Для перевірки достовірності запропонованої математичної моделі розглянемо режим нагрівання камерної ковальської печі, яка застосовується для розігрівання металу перед куванням. Обмурування печі виконано із шамотної цегли. Середня товщина стінок та склепіння становить 319 мм. За результатами натурних вимірювань у режимі розігрівання температура всередині печі зростає до 1202 °С, температура повітря ззовні печі становить 30 °С. Для вимірювання температур на внутрішній і зовнішній поверхнях обмурування печі були рівномірно розташовані термомпари. Вимірювання проводилися після періоду охолодження тривалістю 60 годин.

За результатами натурних спостережень, у процесі розігрівання отримані середні температури на внутрішній (t_1) та зовнішній (t_n) поверхнях обмурування печі (таблиця 1).

Таблиця 1– Виміряні температури на поверхнях обмурування печі

Час, год	t_1 , °С	t_n , °С
1	930	42
2	1015	51
3	1050	64

Незважаючи на тривалий період охолодження печі, всередині обмурування спостерігався початковий (нелінійний) розподіл температур. Для порівняння результатів розрахунку з експериментальними даними початковий розподіл температур у моделі задано з урахуванням фактичного періоду охолодження.

За результатами досліджень, фактична густина шамоту обмурівки становить $\rho = 2200 \text{ кг/м}^3$, що перевищує відомі довідкові дані (1900 кг/м^3). Це можна пояснити значною кількістю склоподібної фази всередині шамоту, яка утворилася внаслідок тривалого часу експлуатації обмурування при температурах у печі, що перевищують нормовані. Теплопровідність склоподібної фази приблизно вдвічі перевищує теплопровідність шамотної цегли. Ураховуючи реальний склад обмурування (50 % склоподібної фази та 50% шамоту) теплопровідність матеріалу обмурування можна визначати за формулою $\lambda_i = 1,5 \cdot (1,04 + 0,00015 \cdot t_i)$, Вт/(м·°С). Теплоємність шамотної цегли (незалежно від її густини) можна обчислити за формулою $c_i = 837 + 0,264 \cdot t_i$, Дж/(кг·°С). Для внутрішньої поверхні обмурування печі прийнято $\varepsilon_{CT} = 0,85$, внутрішній простір топки (газовий факел) має ступінь чорноти $\varepsilon_T = 0,13$. Температура факела $t_\phi = 1202$ °С. Результати розрахунку наведено в таблиці 2.

Таблиця 2– Розрахункові температури обмурування печі

Час, год	Товщина обмурування (x), м										
	0	0,032	0,064	0,096	0,128	0,16	0,192	0,224	0,256	0,288	0,32
0	54	54	54	53	52	51	50	48	46	44	42
1	918	584	342	192	112	74	57	50	46	44	42
2	1014	760	542	370	244	161	108	77	60	50	46
3	1053	843	651	487	353	251	177	126	92	72	61

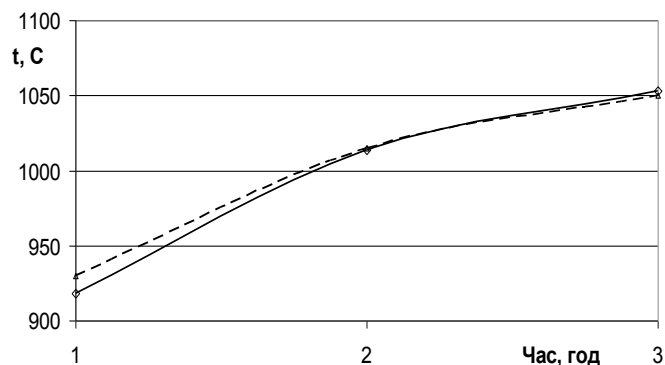


Рисунок 1 – Нагрівання внутрішньої поверхні обмурування ковальської печі: – розрахункові дані; -- експериментальні дані

Порівняння результатів натурних досліджень із розрахунками подано на рис.1.

Порівняння результатів натурального експерименту з даними математичного моделювання показує, що запропонована математична модель дозволяє коректно враховувати зміну теплофізичних характеристик сусідніх прошарків огорожувальної конструкції топки печі.

Висновки:

1. Отримані результати розрахунку добре співпадають з результатами натурних спостережень, а розроблена математична модель достовірно відтворює нестационарний тепловий режим стінки за умови $\lambda = f(t)$ та $c = f(t)$.

2. Невелика розбіжність між розрахунковими й експериментальними даними зумовлена: впливом 2-х вимірних елементів, різною товщиною склепіння та стінок печі, суттєвим оплавленням внутрішньої поверхні шамотної кладки печі й дифузією металу в цеглі.

3. Запропонована математична модель нестационарних теплових режимів стінок зі змінними теплофізичними характеристиками може застосовуватися для різноманітних теоретичних та експериментальних досліджень у галузі будівельної теплофізики.

Література

1. Фокин, К.Ф. *Строительная теплотехника ограждающих частей зданий* / К.Ф. Фокин. 4-е изд. перераб. и доп. – М.: Стройиздат, 1973. – 287 с.

2. Цой, П.В. *Методы расчета отдельных задач тепломассопереноса* / П.В. Цой. – М.: Энергия, 1971. – 384 с.

3. Мачинский, В.Д. *Теплотехнические основы строительства* / В.Д. Мачинский. – М.: Гос. издат. строит. литер., 1949. – 326 с.

4. Лыков, А.В. *Теория теплопроводности* / А.В. Лыков. – М.: Высш. шк., 1967. – 599 с.

5. Левченко, П.В. *Расчеты печей и сушил силикатной промышленности* / П.В. Левченко. – М.: Высш. шк., 1968. – 367 с.

6. Богословский, В.Н. *Строительная теплофизика (теплофизические основы отопления, вентиляции и кондиционирования воздуха): учебник для вузов* / В.Н. Богословский. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. школа, 1982. – 415 с.

7. Кутний, Б.А. *Математична модель теплопровідної стінки зі змінними теплофізичними характеристиками* / Б.А. Кутний, О.Б. Борщ // *Комунальне господарство міст: наук.-техн. зб.* – Х: ХНАМГ, 2011. – Вип.97, С.149 – 155.

8. *Численные методы анализа* / Б.П. Демидович, И.А. Марон, Э.З. Шувалова. – М.: Физматгиз, 1963. – 400 с.

Надійшла до редакції 17.10. 2011

© Б.А. Кутний, Б.М. Федяй

Б.А. Кутний, к.т.н., доцент, Б.М. Федяй, к.т.н., доцент

Полтавский национальный технический университет имени Юрия Кондратюка

ПРИМЕНЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ТЕПЛОПРОВОДНОЙ СТЕНКИ С ПЕРЕМЕННЫМИ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ

Статья посвящена различным аспектам практического использования численного метода расчета нестационарных тепловых режимов плоских стенок в условиях переменных теплофизических характеристик материалов. Результаты исследований могут использоваться для анализа теплового режима, ограждающих конструкций, термических печей и строительных материалов.

Ключевые слова: *теплопроводность, математическая модель, обмуровка печи.*

B.A. Kutny, ph.d., associate professor, B.M. Fediai, ph.d., associate professor

Poltava National Technical University named after Juri Kondratyuk

APPLICATION OF A MATHEMATICAL MODEL OF HEAT- CONDUCTING WALL WITH THE VARIABLE THERMOPHYSICAL CHARACTERISTICS

Article is dedicated to the development of the numerical method of calculation of the nonstationary thermal conditions of flat walls under the conditions of the variable thermophysical characteristics of materials. The results of studies can be used for the analysis of the thermal condition of the enclosing constructions, thermal furnaces and the building materials.

Keywords: *the thermal conductivity, mathematical model, the brickwork of the furnace.*