

## АНАЛІЗУВАННЯ ЖИТТЄВОГО ЦИКЛУ МОДЕЛЮВАННЯ КОСМІЧНИХ ЛІТАЛЬНИХ АПАРАТІВ

*Розглянуто життєвий цикл моделювання космічних літальних апаратів та побудовано його ймовірнісну модель. Запропоновано систему рівнянь Колмогорова, що визначає потоки ймовірностей станів моделі життєвого циклу. Досліджено тривалості ітерацій етапів життєвого циклу, ймовірності внесення дефектів під час виконання реальних програмних проєктів та їх вплив на програмні ризики. Досліджено чисельні розв'язки математичної моделі життєвого циклу моделювання космічних літальних апаратів для різноманітних вхідних даних. Запропоновано способи зменшення ризиків.*

**Ключові слова:** математична модель, життєвий цикл моделювання, рівняння Колмогорова, верифікація програмного забезпечення.

### Вступ

Розроблення об'єктів космічної техніки вимагає надавати велику увагу якості програмного забезпечення (ПЗ) їх систем керування, що реалізує значну частку функціональності. Для цього використовують складну багатоконтурну та багатоетапну технологію розроблення програмних комплексів, якій властиві досить значні ризики, що характеризуються ймовірністю небажаних подій та пов'язаними з ними втратами. Ці ризики стосуються не тільки розроблення неадекватних моделей космічних літальних апаратів (КЛА) та некоректного ПЗ, що формує функціональність систем керування, але й втрат самих літальних апаратів.

Ось чому сьогодні є актуальним розроблення та дослідження математичної моделі життєвого циклу моделювання космічних літальних апаратів (КЛА), що дозволить не тільки кількісно оцінити ризики, але й надати певних рекомендацій щодо їх зменшення.

### Огляд останніх джерел і публікацій

На першому етапі ЖЦ [1] моделювання КЛА створюється математична модель (ММ) об'єкту керування. На підставі якої розробляється програмна модель (ПМ) об'єкту. Далі – розробляються моделі алгоритмів системи керування, які тестуються на моделі об'єкту. Потім модель об'єкту використовується для верифікації вбудованого ПЗ та супроводу космічної техніки під час життєвого циклу [2]. Нерідко розроблення ПЗ системи керування потребує використання кількох моделей об'єктів, наприклад через зміну механічних характеристик апарату під час експлуатації. Крім того ПМ майбутнього космічного апарату дозволяє адаптувати або повторно використати вже існуюче ПЗ для створення нової системи керування, що значно зменшує час розроблення космічної системи. Таким чином, для створення якісного ПЗ систем керування та зменшення різноманітних ризиків дуже важливо мати математичну та програмну моделі КЛА.

Слід відмітити, що математичними моделями космічних апаратів [3,4] є найчастіше системи диференційних рівнянь, що характеризуються нелінійністю, високим порядком та жорсткістю [5, 6]. Це вимагає використання спеціальних методів інтегрування [7,8], що обумовлює досить високі ризики.

Таким чином, розроблення адекватних моделей об'єктів космічної техніки є актуальною задачею, що дозволяє зменшити ризики під час життєвого циклу складних космічних систем.

Необхідною умовою підвищення якості ПЗ систем керування є можливість кількісного оцінювання ризиків. Нажаль сучасна наукова література, що присвячена ЖЦ ПЗ [1] не розглядає математичну модель безпосередньо ЖЦ. На наш погляд найбільш доцільним буде використання теорії випадкових процесів та харківських ланцюгів [9], що обумовлює використання апарату математичної статистики [9] для аналізування часових даних, про різні етапи життєвого циклу.

### Виділення невирішених раніше частин загальної проблеми

Одну з найважливіших ролей для оцінювання ризиків грає ймовірність здійснення небажаної події, або відповідно – ймовірність нездійснення бажаної події. У нашому випадку ми спробуємо оцінити ймовірність створення коректних математичної та програмної моделей космічного літального апарату, а також вплив на ймовірність характеристик етапів життєвого циклу. При цьому питання, пов'язані з втратами, не будуть розглядатися. Це дещо спростить підхід і дозволить абстрагуватися від особливостей конкретних розробок та установ.

### Постановка завдання

Для досягнення поставленої мети дослідження необхідно:

Проаналізувати життєвий цикл моделювання об'єктів космічної техніки та визначити статистичні характеристики його етапів

Розробити математичну модель ЖЦ моделювання КЛА, що ґрунтується на математичному апараті теорії випадкових процесів, та відтворює ймовірнісні потоки системою алгебро-диференціальних рівнянь.

Визначити чисельні значення характеристик етапів життєвого циклу моделювання шляхом статистичного оброблення реальних даних.

Розв'язати чисельно та проаналізувати вплив на розв'язку початкових даних та характеристик етапів.

Запропонувати рекомендації до зменшення ризиків у ЖЦ моделювання космічних літальних апаратів.

Розглянемо більш детально ці питання.

### Основний матеріал і результати

Життєвий цикл моделювання об'єктів космічної техніки.

Життєвий цикл розроблення ПЗ, що моделює об'єкти космічної техніки зручно подати у вигляді графа, зображено на рис. 1.

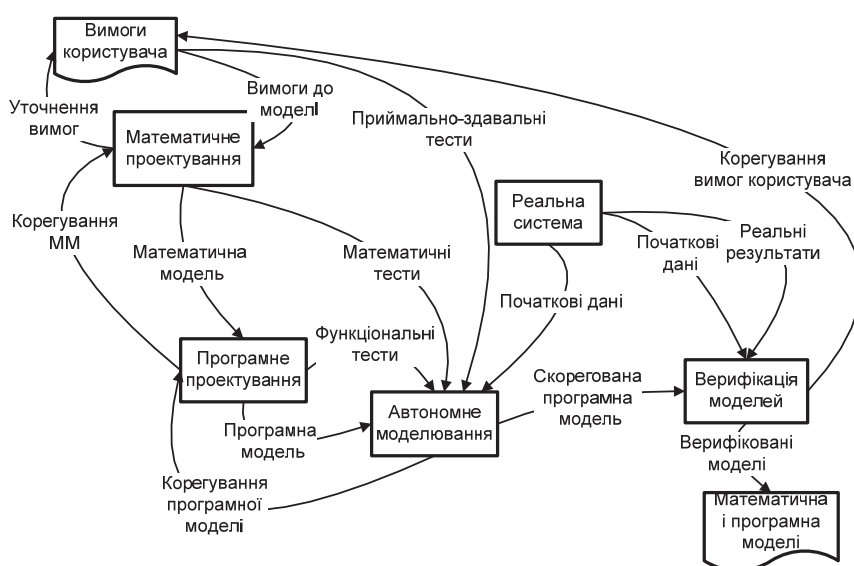


Рис. 1 Життєвий цикл розроблення моделей об'єктів космічної техніки.

На першому етапі формуються вимоги користувача до ММ об'єкту та сукупність приймально-здавальних тестів за допомогою яких буде здійснюватися верифікація математичної та програмної моделей. По закінченню формування вимог користувача розпочинається математичне проектування, метою якого є побудова математичної моделі, що є адекватною реальному об'єкту. На цьому етапі формується система диференціальних або інтегро-диференціальних рівнянь, яка у разі необхідності лінеаризується та обов'язково досліджується на стійкість. У певних випадках цей етап потребує додаткового уточнення вимог користувача. Після чого формується лінійна ММ на підставі якої розпочинається розроблення ПМ, відповідність якої математичній моделі перевіряється за допомогою функціональних та математичних тестів на етапі автономного моделювання. Початкові дані для автономного моделювання формуються на підставі характеристик об'єкту, які визначаються за результатами досліджень поведінки реального космічного об'єкту або його фізичної моделі. За результатами верифікації може відбуватися додаткове корегування програмної або математичної моделі космічного апарату. Результатом ЖЦ є програмна та математична моделі, що є адекватними реальному об'єкту та призначені для верифікації вбудованого ПЗ системи керування або для довгострокового супроводження космічного об'єкту під час його польоту.

#### Ймовірнісні моделі переходів

Аналізування ЖЦ та пов'язаних з ним ризиків зручно виконати з використанням методів теорії випадкових процесів [9]. Відправною точкою аналізу мають бути множини станів, що відповідають етапам ЖЦ [1]: «вимоги користувача» - UR; «математичне проектування» - MD; «програмне проектування» - SD; «автономне моделювання» - AM; «верифікація алгоритмів вбудованого ПЗ» - V, а також статистичні дані, які накопичені під час розроблення ПЗ систем керування космічних апаратів, у яких приймав участь один з авторів.

**Таблиця 1. Етапи життєвого циклу та стани моделі.**

Етап циклу	Стан моделі	Призначення стану
Вимоги користувача	UR	Моделює тривалість формування вимог користувача
	PUR	Моделює внесення дефектів до вимог користувача
Математичне проектування	MD1, MD2	Моделює тривалість математичного проектування (побудову математичної моделі та її корегування)
	PMD1, PMD2	Моделює внесення дефектів у математичну модель під час її розроблення або корегування
Програмне проектування	SD1...SD4	Моделює тривалість програмного проектування (побудову програмної моделі та її корегування)
	PSD1...PSD4	Моделює внесення дефектів у програмну модель під час її розробки або корегування
Автономне моделювання	AM1...AM8	Моделює тривалість автономного моделювання
Верифікація	V	Моделює тривалість верифікації ( натурних випробувань) моделей об'єктів космічної техніки.

Теорія випадкових процесів пропонує два підходи до аналізу технічних систем [9]: дискретний та безперервний. У першому підході використовуються дискретний час, множини станів системи та переходів між ними, що мають певні ймовірності. Другий підхід використовує безперервний час, множини станів та інтенсивностей переходів між ними.

Статистичне аналізування часових витрат на різні етап ЖЦ показало, що вони розподілені за експоненціальним законом [9,10], тому для подальшого аналізування доцільно

обрати безперервну модель, у якій інтенсивність переходів буде випадковою величиною, оберненою до тривалості відповідного етапу ЖЦ. Наявність ітеративних повторів етапів, обумовлена внесенням та ліквідацією відповідних дефектів, потребувала розщеплення окремих станів ЖЦ у множини станів ймовірнісної моделі. Внесення дефектів на кожному із станів визначається відповідними ймовірностями та додатковими станами.

Таким чином була побудована так звана комбінована ймовірнісна модель, яка використовує елементи як дискретної так і безперервної моделей, побудованих за методологією теорії випадкових процесів, що відображена на рис. 2, яку розглянемо більш детально.

У комбінованій ймовірнісній моделі більшості етапів ЖЦ відповідають певні множини станів, що мають безперервну природу, та вузол, що має дискретну природу. Відповідність між станами моделі та етапами життєвого циклу, а також призначення станів подано у таблиці 1.

Початковим станом комбінованої моделі є  $UR$ , що відповідає формуванню вимог

$$\lambda_{UR} = \frac{1}{T_{UR}}$$

користувача, тривалість якого  $T_{UR}$ . З інтенсивністю  $\lambda_{UR}$  з цього стану здійснюється перехід до стану  $PUR$ , що позначений пунктирним колом і моделює внесення дефектів у вимоги користувача. Надалі будемо вважати, що відсутність дефектів у вимогах користувача має ймовірність  $P_{UR}$ , а наявність дефектів у вимогах користувача - ймовірністю  $1 - P_{UR}$ . Далі здійснюється математичне проектування, якому відповідають стани  $MD_1$  (відсутність дефектів у вимогах користувача) та  $MD_2$  (наявність дефектів у вимогах користувача).

$$\lambda_{MD} = \frac{1}{T_{MD}}$$

Із стану  $MD_1$ , тривалість якого  $T_{MD}$ , з інтенсивністю  $\lambda_{MD}$  здійснюється перехід до стану  $PMD_1$ , що моделює внесення дефектів у математичну модель з ймовірністю  $1 - P_{MD}$ , та їх відсутність з ймовірністю  $P_{MD}$ . У разі відсутності дефектів у математичній моделі, відбувається перехід до стану  $SD_1$ , інакше – до стану  $SD_2$ .

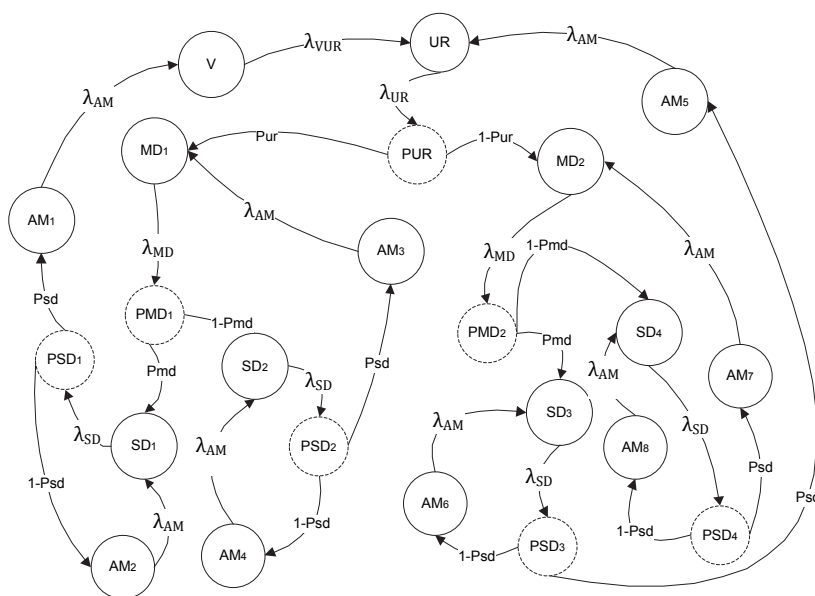


Рис. 2. Комбінована ймовірнісна модель переходів між станами життєвого циклу розроблення моделей об'єктів космічної техніки.

Зі стану  $SD_1$ , що відповідає програмному проектуванню та має тривалість  $T_{SD}$ , з інтенсивністю  $\lambda_{SD} = \frac{1}{T_{SD}}$  відбувається перехід до стану  $PSD_1$ , що моделює внесення програмних дефектів. З цього стану з ймовірністю  $P_{SD}$  відбувається перехід до стану  $AM_1$  (у разі відсутності програмних дефектів) та з ймовірністю  $1-P_{SD}$  до стану  $AM_2$  (у разі наявності програмних дефектів), що відповідає одній з ітерацій автономного моделювання.

Автономне моделювання, що відповідає відсутності дефектів у вимогах користувача, математичній та програмній моделях, позначене станом  $AM_1$  і має тривалість  $T_{AM}$ . З

цього стану з інтенсивністю  $\lambda_{AM} = \frac{1}{T_{AM}}$  відбувається перехід до стану  $V$ , що відповідає

етапу верифікації моделей об'єкту та алгоритмів системи керування за допомогою даних про поведінку реальної системи. У космічній галузі цей етап називається натурними випробуваннями, під час яких здійснюється політ та дослідна експлуатація об'єктів космічної техніки. Тривалість цього етапу  $T_{VUR}$  визначається терміном життя поточного покоління космічної техніки. За результатами верифікації здійснюється корегування, або повна переробка вимог користувача. Після завершення натурних випробувань життєвий цикл об'єктів космічної техніки повторюється і з інтенсивністю  $\lambda_{VUR} = \frac{1}{T_{VUR}}$  здійснюється перехід до початкового стану комбінованої ймовірнісної моделі життєвого циклу.

У випадку існування програмних дефектів, коректної ММ та вимогах користувача здійснюється перехід до стану  $AM_2$ , що відповідає автономному моделюванню, з якого з інтенсивністю  $\lambda_{AM}$  ми повертаємося до стану  $SD_1$  для корегування програмної моделі.

У випадку існування дефектів математичної моделі ми переходимо до стану  $SD_2$ , що відповідає програмному проектуванню на підставі некоректної математичної моделі. З цього стану з інтенсивністю  $\lambda_{SD}$  ми переходимо до стану  $PSD_2$ , який моделює внесення програмних дефектів з ймовірністю  $P_{SD}$ , що визначає відсутність програмних дефектів, ми переходимо до стану автономного моделювання  $AM_3$  за результатами якого з інтенсивністю  $\lambda_{AM}$  ми повертаємося на стан  $\lambda_{AM}$  до стану  $MD_1$  для корегування математичної моделі. У випадку внесення додаткових програмних дефектів у некоректну математичну модель із стану  $PSD_2$  з ймовірністю  $1-P_{SD}$  ми переходимо до однієї з ітерацій автономного моделювання, що позначена станом  $AM_4$ , по завершенню якого з інтенсивністю  $\lambda_{AM}$  повертаємося до стану  $SD_2$ . Ітераційні цикли між станами:  $MD_1, PMD_1, SD_1, SD_2, PSD_1, PSD_2, AM_2, AM_3, AM_4$  повторюється до вилучення математичних та програмних дефектів.

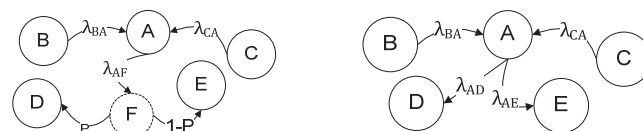
Зі стану  $PUR$  з ймовірністю  $1-P_{UR}$ , що відповідає ймовірності існування дефектів у вимогах користувача, здійснюється перехід до стану  $MD_2$  - математичному проектуванню, з якого з інтенсивністю  $\lambda_{MD}$  здійснюється перехід до стану  $PMD_2$ , що моделює внесення додаткових, математичних, дефектів, з ймовірністю  $1-P_{MD}$  здійснюється перехід до стану  $SD_4$ , а у випадку їх відсутності з ймовірністю  $P_{MD}$  до стану  $SD_3$ . Зі стану  $SD_3$ , що відповідає розробці та корегуванню програмної моделі на підставі некоректних вимог користувача та відповідній ним математичній моделі, з інтенсивністю  $\lambda_{SD}$  переходимо до стану  $P_{SD3}$ , що моделює внесення програмних дефектів. З цього стану з ймовірністю  $P_{SD}$ , що відповідає відсутності програмних дефектів, здійснюється перехід до автономного мо-

делювання, позначеного станом  $AM_5$ , звідки з інтенсивністю  $\lambda_{AM}$  ми повертаємося до усунення дефектів у вимогах користувача. Зі стану  $PSD_3$  з ймовірністю  $1-P_{SD}$ , що відповідає ймовірності внесення додаткових, програмних, дефектів, здійснюється перехід до автономного моделювання, що відповідає стану  $AM_6$ . По завершенню якого з інтенсивністю  $\lambda_{AM}$  ми повертаємося до стану  $SD_3$  для усунення програмних дефектів.

У випадку внесення дефектів у математичну модель, побудовану на підставі некоректних вимог користувача, зі стану  $PMD_2$  з ймовірністю  $1-P_{MD}$  ми переходимо до програмного проектування, позначеного станом  $SD_4$ , з якого з інтенсивністю  $\lambda_{SD}$  переходимо до стану  $PSD_4$ , що моделює внесення програмних дефектів. Зі стану  $PSD_4$  з ймовірністю  $1-P_{SD}$ , що відповідає існуванню додаткових програмних дефектів, переходимо до автономного моделювання  $AM_8$ , по завершенню якого з інтенсивністю  $\lambda_{AM}$  повертаємося до корегування програмної моделі, позначеного станом  $SD_4$ . Цикл:  $SD_4, PSD_4, AM_8, SD_4$  повторюється до усунення програмних дефектів.

У випадку відсутності додаткових програмних дефектів зі стану  $PSD_4$  з ймовірністю  $P_{SD}$  переходимо до автономного моделювання  $AM_7$ , по завершенню якого з інтенсивністю  $\lambda_{AM}$  повертаємося до корегування математичної моделі позначеного станом  $MD_2$ . Цикл повторюється до повного усунення дефектів у математичній моделі.

Для подальших досліджень кількісних характеристик життєвого циклу розроблення об'єктів космічної техніки розглянуту вище комбіновану ймовірнісну модель необхідно перетворити на форму, що дозволяє використати всю міць математичного апарату теорії випадкових процесів, тобто перейти від використання ймовірностей до використання інтенсивностей переходів. В основі перетворення буде використана операція над фрагментами графа, що зображена на рис.3:



**Рис. 3. Перетворення фрагменту графа**

Можливість такого перетворення обумовлена статистичними характеристиками процесів ЖЦ, зображених на рис.1.

У першому наближенні можливо вважати, що потоки подій, які відповідають завершенню ітерацій етапів життєвого циклу є стаціонарним, тобто ймовірність появи  $k$  - подій на проміжку часу  $(t, t + \tau)$  залежить тільки від кількості цих подій та довжини часового інтервалу  $\tau$ , але не від моменту початку інтервалу  $t$ . Тобто математичне очікування кількості подій за одиницю часу – середня інтенсивність подій, або щільність потоку, має постійне значення. Потоки подій, що відповідають окремим ітераціям етапів життєвого циклу розробки моделей об'єктів космічної техніки, не має післядії, тобто ймовірність дій на протязі інтервалу  $(t, t + \tau)$  не залежить від кількості та моментів появи подій до моменту  $t$ . Тобто має місце взаємна незалежність появ певної кількості подій у інтервали, що не перетинаються. Потоки подій є ординарними, тобто ймовірність появи двох або більше подій на протязі елементарного проміжку часу  $(t, t + \tau)$  набагато менше у порівнянні з появою лише одної події, або, іншими словами ймовірність одночасної появи кількох подій дорівнює нулю. Потоки подій, що мають перелічені вище властивості називають найпростішими. Кількість однорідних подій на інтервалі  $(t, t + \tau)$  розподілена по закону Пуа-

сона, а випадковий час  $X$  появи чергової події підкорюється експоненціальному розподілу, головною характеристикою якого є інтенсивність або щільність потоку подій. Щільність ймовірності подій залежить як від інтенсивності подій, так і від часу:

$$f(t, \rho) = \begin{cases} 0 & t \leq 0 \\ \rho e^{-\rho t} & t > 0 \end{cases}, \text{ де } \rho - \text{інтенсивність подій, } t - \text{час.}$$

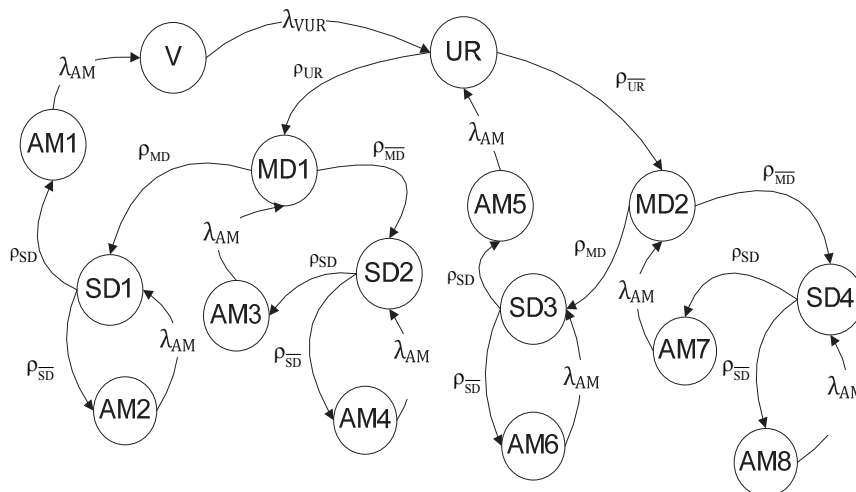
Для перетворення, що зображено на рис.3, необхідно визначити по відомій ймовірності його інтенсивність. Залежність ймовірності від інтенсивності та часу визначається як  $P = \int_0^T \rho e^{-\rho t} dt$ , де  $P$  - ймовірність події, а  $T$  - її середня тривалість. При цьому будемо і

$$\text{надалі вважати стаціонарність потоків подій, тобто незалежність інтенсивності подій від часу. Тоді } P = 1 - e^{-\rho T} \Big|_0^T, \text{ звідки } e^{-\rho T} = 1 - P \text{ і } \rho = -\frac{\ln(1 - P)}{T}.$$

Таким чином, якщо існує повна група подій  $P_E, P_{\bar{E}}$ , розподілених по експоненційному закону, то їх інтенсивності визначаються як:

$$\rho_E = -\frac{\ln(1 - P_E)}{T}, \quad \rho_{\bar{E}} = -\frac{\ln(1 - P_{\bar{E}})}{T} = -\frac{\ln(P_E)}{T} \quad (1)$$

Використання перетворення, зображеного на рис.3 надало можливість перейти до наступної, приведеної, ймовірнісної моделі переходів між станами життєвого циклу, що зображена на рис.4.



**Рис. 4. Приведена ймовірнісна модель переходів між станами життєвого циклу розроблення моделей об'єктів космічної техніки.**

Головною особливістю є відсутність дискретних елементів комбінованої моделі та введення нових інтенсивностей й переходів, які мають відношення до наявності трьох рівнів дефектів: вимог, математичних та програмних моделей.

Початковим станом моделі є стан  $UR$ , що відповідає формуванню вимог користувача, з якого у разі відсутності дефектів вимог, з інтенсивністю  $\rho_{UR}$  відбувається перехід до стану  $MD_1$ . У випадку наявності дефектів вимог, з інтенсивністю  $\rho_{\bar{UR}}$  відбувається перехід до стану  $MD_2$ .

У разі відсутності дефектів вимог після переходу до стану  $MD_1$  проектується математична модель об'єкту, яка може бути коректною. Це обумовить перехід з інтенсивністю  $\rho_{MD}$  до стану  $SD_1$ .

Під час програмного проектування, що відповідає стану  $SD_1$ , можливо внесення дефектів у програмну модель. Це обумовлює перехід з інтенсивністю  $\rho_{SD}$  до стану  $AM_2$ , що відповідає етапу автономного моделювання, по завершенню якого з інтенсивністю  $\lambda_{AM}$  відбувається повернення до стану  $SD_1$  для коригування програмної моделі до повного вилучення програмних дефектів. Якщо у стані  $SD_1$  програмні дефекти не вносяться, то з інтенсивністю  $\rho_{SD}$  відбувається перехід до стану  $AM_1$ , по завершенню якого з інтенсивністю  $\lambda_{AM}$  відбувається перехід стану верифікації (натурних випробувань), після завершення яких з інтенсивністю  $\lambda_{UR}$ , що визначається тривалістю існування поколінь космічної техніки, відбувається повернення до початкового стану моделі життєвого циклу.

У випадку наявності дефектів  $MM$  з інтенсивністю  $\rho_{MD}$  відбувається перехід зі стану  $MD_1$  до стану  $SD_2$ . Якщо у стані  $SD_2$  програмні дефекти не вносяться, то з інтенсивністю  $\rho_{SD}$  відбувається перехід до стану  $AM_3$ , по завершенню якого з інтенсивністю  $\lambda_{AM}$  відбувається перехід до стану  $MD_1$  - що відповідає корегуванню математичної моделі. Цикл  $MD_1 SD_2 AM_3 MD_1$  повторюється до повного усунення дефектів математичної моделі.

У випадку привнесення програмних дефектів під час однієї з ітерацій програмного проектування позначеної станом  $SD_2$  з інтенсивністю  $\rho_{SD}$  переходимо до автономного моделювання позначеного станом  $AM_4$  по завершенню якого з інтенсивністю  $\lambda_{AM}$  відбувається повернення до стану  $SD_2$  для коригування програмної моделі до повного вилучення програмних дефектів.

Якщо вимоги користувача, сформовані на початковому етапі, мають дефекти ми потрапляємо з ймовірністю  $\rho_{UR}$  до стану  $MD_2$ , що відповідає побудові математичної моделі на підставі некоректних вимог. У цьому випадку сама  $MM$  може також отримати додаткові, математичні, дефекти. Це моделюється переходом з інтенсивністю  $\rho_{MD}$  зі стану  $MD_2$  до стану  $SD_4$ . Якщо додаткові, математичні, дефекти відсутні, то з інтенсивністю  $\rho_{MD}$  відбувається перехід зі стану  $MD_2$  до стану  $SD_3$ .

Під час програмного проектування, що відповідає стану  $SD_3$ , можлива поява програмних дефектів, що обумовлює з інтенсивністю  $\rho_{SD}$  перехід до стану  $AM_6$ . Далі відбувається повернення до стану  $SD_3$  де буде відбуватися корегування програмної моделі до повного усунення усіх програмних дефектів. Якщо ж у стані  $SD_3$  програмних дефектів не було додано, то з інтенсивністю  $\rho_{SD}$  відбувається перехід до автономного моделювання  $AM_5$ , після завершення якого з інтенсивністю  $\lambda_{AM}$  відбувається повернення до початкового стану  $UR$  для корегування вимог користувача.

Зі стану  $SD_4$  ( програмного проектування) на підставі некоректних вимог та некоректної математичної моделі, у випадку привнесення програмних дефектів з інтенсивністю  $\rho_{SD}$  переходимо до автономного моделювання  $AM_8$  по завершенню якого з інтенсивністю  $\lambda_{AM}$  повертаємося до стану  $SD_4$  для корегування програмної моделі.

У випадку відсутності програмних дефектів з інтенсивністю  $\rho_{SD}$  відбувається перехід зі стану  $SD_4$  до автономного моделювання  $AM_7$ , по завершенню якого з інтенсивністю  $\lambda_{AM}$  відбувається перехід до стану  $MD_2$  корегування математичної моделі.

Математична модель життєвого циклу



Граф зображений на рисунку 4 дозволяє побудувати систему алгебрично-диференціальних рівнянь Колмогорова (2).

Ця система визначає ймовірності знаходження в кожному зі станів моделі на підставі потоків ймовірностей для кожного зі станів, а також підсумковій ймовірності знаходження у кожному зі станів, що має у будь-який момент дорівнювати одиниці. При побудові системи рівнянь функції ймовірностей знаходження у станах моделі були позначені як  $V_k(t)$  де  $k$  – назва відповідного стану моделі, які було розглянуто у попередньому розділі.

$$\left\{ \begin{array}{l}
 V_{UR} + V_{MD1} + V_{MD2} + \\
 + \sum_{i=1}^4 V_{SDi} + \sum_{i=1}^8 V_{AMi} + V_V = 1 \\
 \dot{V}_{UR} = \lambda_{VUR} V_V + \lambda_{AM} V_{AM5} - \rho_{UR\Sigma} V_{UR} \\
 \dot{V}_{MD1} = \rho_{UR} V_{UR} + \lambda_{AM} V_{AM3} - \rho_{MD\Sigma} V_{MD1} \\
 \dot{V}_{MD2} = \rho_{UR} V_{UR} + \lambda_{AM} V_{AM7} - \rho_{MD\Sigma} V_{MD2} \\
 \dot{V}_{SD1} = \rho_{MD} V_{MD1} + \lambda_{AM} V_{AM2} - \rho_{SD\Sigma} V_{SD1} \\
 \dot{V}_{SD2} = \rho_{MD} V_{MD1} + \lambda_{AM} V_{AM4} - \rho_{SD\Sigma} V_{SD2} \\
 \dot{V}_{SD3} = \rho_{MD} V_{MD2} + \lambda_{AM} V_{AM6} - \rho_{SD\Sigma} V_{SD3} \\
 \dot{V}_{SD4} = \rho_{MD} V_{MD2} + \lambda_{AM} V_{AM8} - \rho_{SD\Sigma} V_{SD4} \\
 \dot{V}_{AM1} = \rho_{SD} V_{SD1} - \lambda_{AM} V_{AM1} \\
 \dot{V}_{AM2} = \rho_{SD} V_{SD1} - \lambda_{AM} V_{AM2} \\
 \dot{V}_{AM3} = \rho_{SD} V_{SD2} - \lambda_{AM} V_{AM3} \\
 \dot{V}_{AM4} = \rho_{SD} V_{SD2} - \lambda_{AM} V_{AM4} \\
 \dot{V}_{AM5} = \rho_{SD} V_{SD3} - \lambda_{AM} V_{AM5} \\
 \dot{V}_{AM6} = \rho_{SD} V_{SD3} - \lambda_{AM} V_{AM6} \\
 \dot{V}_{AM7} = \rho_{SD} V_{SD4} - \lambda_{AM} V_{AM7} \\
 \dot{V}_{AM8} = \rho_{SD} V_{SD4} - \lambda_{AM} V_{AM8} \\
 \rho_{UR\Sigma} = \rho_{UR} + \rho_{UR} \\
 \rho_{MD\Sigma} = \rho_{MD} + \rho_{MD} \\
 \rho_{SD\Sigma} = \rho_{SD} + \rho_{SD}
 \end{array} \right. \quad (2)$$

Необхідною умовою є нормування повної групи подій для кожного зі станів моделі:

$$\begin{aligned}
 & V_{UR}(t) + V_{MD1}(t) + V_{MD2}(t) + \\
 & + \sum_{i=1}^4 V_{SDi}(t) + \sum_{i=1}^8 V_{AMi}(t) + V_V(t) = 1
 \end{aligned} \quad (3)$$

Інтенсивності невідомих переходів  $\rho$  визначаються через ймовірності та тривалості подій як

$$\rho_{MD} = \frac{-\ln(1 - P_{MD})}{T_{MD}} \quad \rho_{MD} = \frac{-\ln P_{MD}}{T_{MD}} \quad \rho_{SD} = \frac{-\ln(1 - P_{SD})}{T_{SD}} \quad \rho_{SD} = \frac{-\ln P_{SD}}{T_{SD}}$$

$$\rho_{UR} = \frac{-\ln(1 - P_{UR})}{T_{UR}} \quad \rho_{UR} = \frac{-\ln(P_{UR})}{T_{UR}}$$

Початкові умови для інтегрування системи (2):

$$\begin{cases} V_{UR}(0) = 1, \\ V_{MD1}(0) \dots V_{MD2}(0) = 0, \\ V_{SD1}(0) \dots V_{SD4}(0) = 0, \\ V_{AM1}(0) \dots V_{AM8}(0) = 0, \\ V_V(0) = 0 \end{cases} \quad (4)$$

відповідають природній ситуації, коли розроблення моделей розпочинається з визначення вимог.

Через те, що між етапами ЖЦ та станами моделі існує відображення, що відповідає таблиці 1, функції ймовірностей знаходження на етапах ЖЦ визначаються як:

$$\begin{cases} L_{UR}(t) = V_{UR}(t) \\ L_{MD}(t) = V_{MD1}(t) + V_{MD2}(t) \\ L_{SD}(t) = V_{SD1}(t) + \dots + V_{SD4}(t) \\ L_{AM}(t) = V_{AM1}(t) + \dots + V_{AM8}(t) \\ L_V(t) = V_V(t) \end{cases} \quad (5)$$

При цьому для будь-якого моменту має виконуватися умова

$$L_V(t) + L_{AM}(t) + L_{SD}(t) + L_{MD}(t) + L_{UR}(t) = 1 \quad (6)$$

Подальше дослідження моделі ЖЦ вимагає визначення невідомих інтенсивностей та ймовірностей внесення різноманітних дефектів під час виконання реальних програмних проєктів з розроблення програмного забезпечення систем керування.

#### Дослідження статистичних характеристик життєвого циклу

Необхідні дані були отримані шляхом статистичного оброблення тривалостей різних ітерацій етапів життєвого циклу. Ці дані було отримано з робочих журналів, де реєструвалися знайдені програмні дефекти та помилки у даних, що стосувалися розроблення кількох космічних систем - великогабаритних модулів орбітальних станцій Мир, МКС, а також беспілотних космічних апаратів. Довжина виборки була обмежена 200 ітераціями.

Узагальнені статистичні характеристики етапів ЖЦ вміщені у табл. 2.

**Таблиця 2 – Характеристики етапів**

Етап	Тривалість, днів	Ймовірність невнесення дефектів
Визначення вимог	5	0,8
Математичне проєктування	5	0,8
Програмне проєктування	15	0,8
Автономне моделювання	20	-

Результати дослідження відображені на рис.5-8, де по осі абсцис відкладені тривалості відповідних етапів у днях, а по осі ординат – кількість етапів.

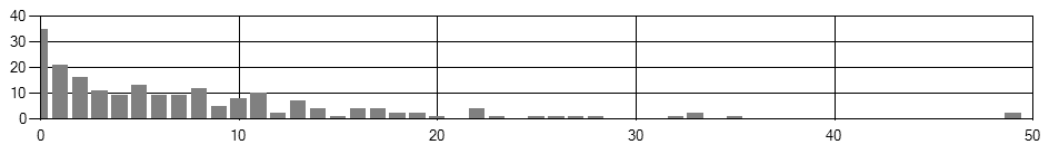


Рис. 5 Гістограма тривалості визначення вимог

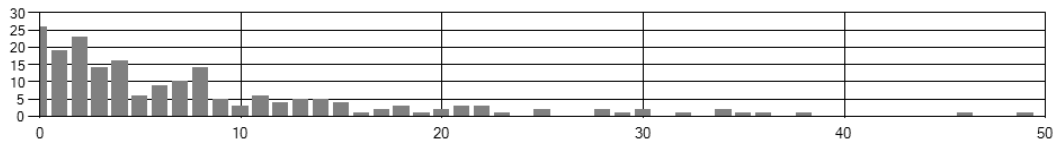


Рис. 6 Гістограма тривалості математичного проектування

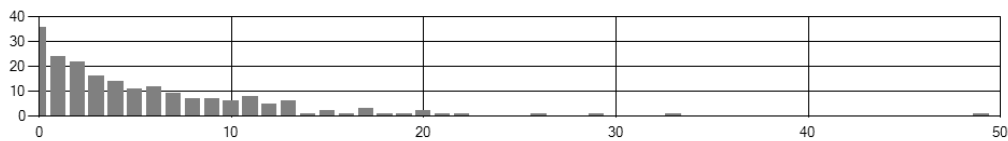


Рис. 7 Гістограма тривалості програмного проектування

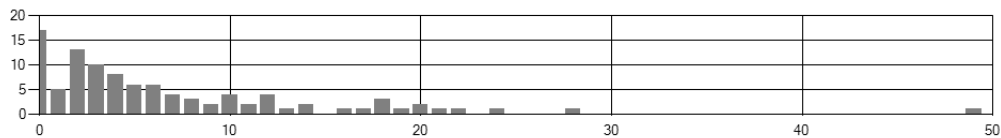


Рис. 8 Гістограма тривалості автономного моделювання

Як видно з графіків, тривалості етапів ЖЦ підпорядковуються експоненціальному розподілу, що підтверджує можливість використання апарату теорії випадкових процесів для дослідження кількісних характеристик життєвого циклу. Таким чином, ми маємо всі необхідні дані для дослідження ЖЦ шляхом інтегрування системи рівнянь Колмогорова (2).

#### Кількісний аналіз життєвого циклу

Результати чисельного моделювання системи Колмогорова (2) для початкових умов (4) з урахуванням відповідності між станами моделі та етапами ЖЦ (5) та характеристик етапів, відображених у табл. 2, подано на рис.9

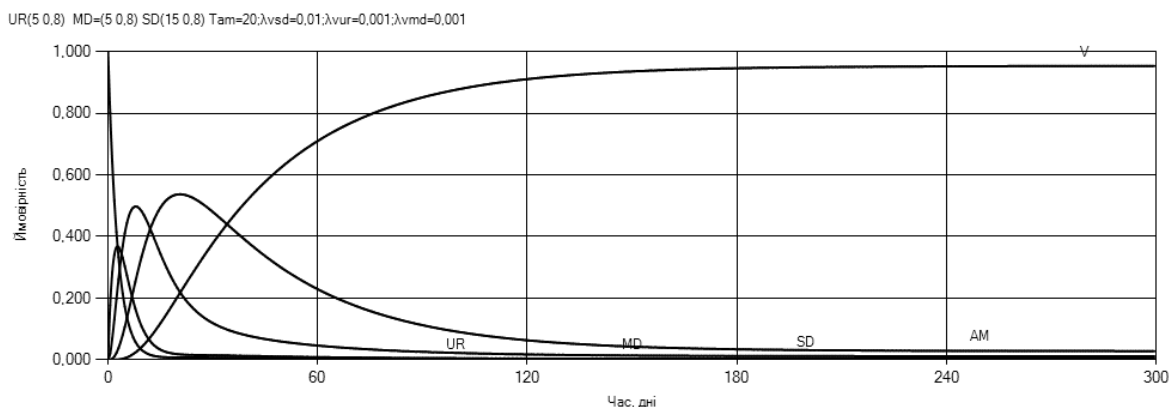
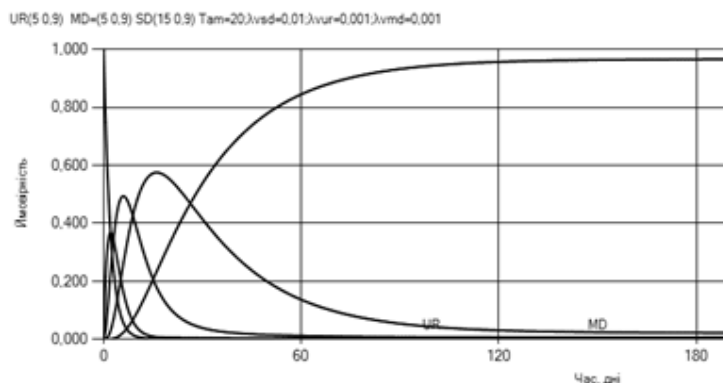


Рис. 9 Функції ймовірностей знаходження проекту на різних етапах (V- етап верифікації програмного забезпечення системи керування, AM – автономне моделювання; SD – програмне проектування; MD – математичне проектування, UR – визначення вимог)

Як видно з графіку, зображеному на рис.9, через досить високу ймовірність внесення додаткових дефектів на кожному з етапів, а також їх значну тривалість, значення ймовір-

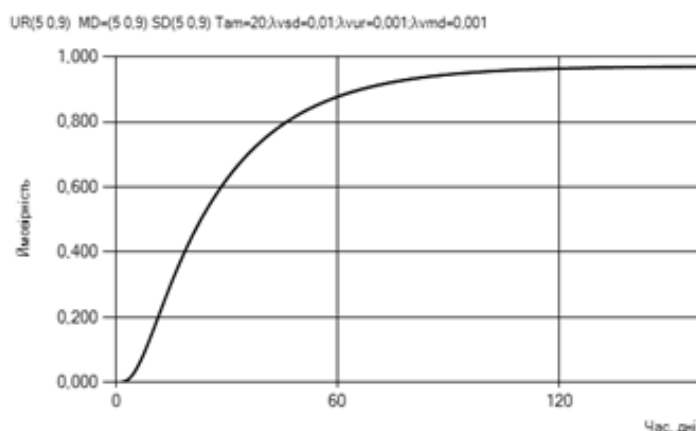
ності знаходження на етапі верифікації 0.9 досягається приблизно на 120 день роботи. Ці данні відповідають реальності.

Як ризик слід вважати ймовірність незнаходження ЖЦ на етапі верифікації V, яка для обраних даних сягає 0.1 на 180 день розроблення, що є досить неприємним значенням, якщо урахувати, що за цей період були витрачені кошти на обладнання, заробітну платню висококваліфікованим фахівцям. Наприклад, як подано на рис. 10, збільшення ймовірності відсутності внесення дефектів на етапах ЖЦ до 0.9 зменшує ймовірність ризику на 120 день розробки до 5 відсотків.



**Рис. 10** Функції ймовірностей знаходження проекту на різних етапах для ймовірностей відсутності дефектів, що дорівнює 0.9

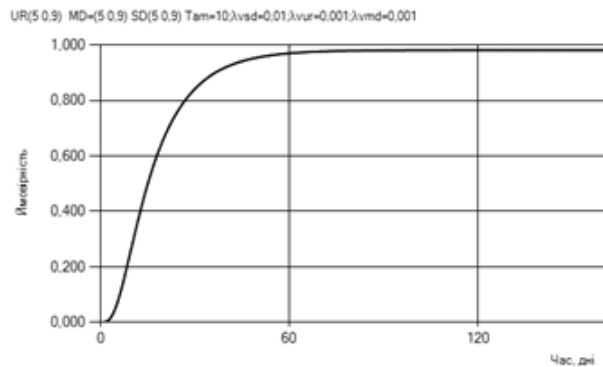
Зменшення етапу програмного проектування з 15 до 5 днів, як це показано на рис. 11 зменшує ризики досить незначно.



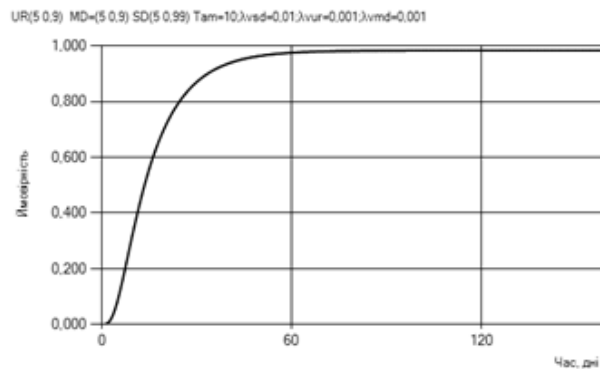
**Рис. 11** Функція ймовірностей знаходження проекту на етапі верифікації для ймовірностей відсутності дефектів, що дорівнює 0.9 та тривалості програмного проектування 5 днів

Подальше істотне зменшення ризиків можливо за рахунок скорочення тривалості автономного моделювання. Так скорочення автономного моделювання до 10 днів ( за умовою виконання всіх перевірок ПМ об'єкту) дозволяє досягти 4 відсоткового ризику уже на 60 день, як це показано на рис. 12.

Нарешті, на зменшення ризиків значно впливає якість програмної розробки. Так зменшення ймовірності внесення програмних дефектів до 1% дозволяє досягти 3 % ризиків на 60 день, як це показано на рис. 13.



**Рис. 12** Функція ймовірностей знаходження проекту на етапу верифікації для ймовірностей відсутності дефектів, що дорівнює 0.9 та тривалості програмного проектування 5 днів, автономного моделювання 10 днів.



**Рис. 12** Функція ймовірностей знаходження проекту на етапу верифікації для ймовірностей відсутності дефектів вимог користувача та ММ 0.9, програмних дефектів 0.99 тривалості програмного проектування 5 днів, автономного моделювання 10 днів

## Висновки

Таким чином, в результаті проведених досліджень було вперше отримано математичну модель, що дозволяє кількісно оцінити ймовірності різноманітних ризиків на підставі статистичних характеристик, властивих життєвому циклу моделювання космічних літальних апаратів. Визначено вплив характеристик етапів життєвого циклу на ризики розроблення некоректної моделі космічного апарату. Доведено, що скорочення термінів розроблення математичної та програмної моделей космічного апарату надає можливість скоротити терміни розроблення системи керування та спростити супроводження довготривалих космічних місій.

Подальші дослідження необхідно проводити у напрямку впровадження як наскрізної автоматичної верифікації всіх етапів ЖЦ – від вимог користувача до супроводу КЛА, так і автоматизації побудови математичної моделей та генерації програмних моделей космічної техніки. Одним із рішень цієї проблеми може бути використання інваріантно-орієнтованого підходу [11].

Ці заходи дозволять не тільки зменшити вплив людського фактору на всіх етапах життєвого циклу та знизити кількість залишкових дефектів у математичній та програмній моделі, але й зменшити ризики та скоротити витрати на розроблення нових зразків космічної техніки та супроводження існуючих літальних апаратів.

## Література

1. Процеси життєвого циклу програмного забезпечення програмно-технічних комплексів критичного призначення. [Електронний ресурс] : СОУ-Н НКАУ 0061:2011 / розробл. Харк. госпрозрахунк. підрозділ «Сертифікац. Центр АСУ» держ. п-ва «Держ. центр регулювання якості поставок та послуг» ; відп. викон. Ю. Алексєєв ; наук. кер. В. С. Харченко. – [Б. м.] : НКАУ, 2011. –

123 с. – (Галузева система управління якістю). – Режим доступу : <http://do.gendocs.ru/docs/index-188894.html?page=2>. – 07.09.2012.

2. Авдеев, Ю.Ф. Полет космических аппаратов. Примеры и задачи [Текст] / Ю.Ф. Авдеев, А.И. Беляков, А.В. Брыков, В.Л. Горьков, М.М. Григорьев, Б.Л. Журин, В.А. Иванов, Г.С. Титов, В.М. Язудин 2-е изд. Переработанное и дополненное. -М.: Машиностроение, 1990. 272 с.

3. Белецкий, В.В. Очерки о движении космических тел [Текст] / В.В. Белецкий М.: Наука, 1997. -432 с.

4. Салмин, В.В. Многошаговые алгоритмы управления движением космических аппаратов [Текст] / В.В. Салмин // Космические исследования. 1979. Т. XVII. Вып. 6. С. 835-845.

5. Степанов, В.В. Курс дифференциальных уравнений [Текст] / В.В. Степанов М.: Гос. Изд-во технико-теоретической литературы, 1950, 473 стр.

6. Петровский, И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. [Текст] / И.Г. Петровский Москва: МГУ, 1984 г., 296 с.

7. Арнольд, В.И. Дополнительные главы теории обыкновенных дифференциальных уравнений [Текст] / В.И.Арнольд -М.: Наука, 1978. – 250 с.

8. Арнольд, В.И. Математические методы классической механики [Текст] / В.И.Арнольд — Едиториал УРСС, 1989. — 408 с.

9. Венцель, Е.С. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения. – Учебн. пособие для вузов. [Текст] / Е.С. Венцель, Л.А. Овчаров – 2-е изд., стер.- М.: Высш. шк., - 2000. – 383 с.

10. Кобзарь, А.И. Прикладная математическая статистика [Текст] / А.И Кобзарь.– М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. – 816 с.

11. Коноров, Б. М. Модель оценивания качества программного обеспечения ИУС критического применения на основе инвариантов [Текст] / Коноров Б. М., Засуха С. А., Манжос Ю. С., Семенов Л. П., Сергиенко В. В., Харченко В. С., Чертков Г. Н. // *Радіоелектронні і комп'ютерні системи*. – 2006. – № 7 (19). – С. 162–170.

© Ю.С. Манжос, А.Л. Берднікова

## АНАЛИЗ ЖИЗНЕННОГО ЦИКЛА МОДЕЛИРОВАНИЯ КОСМИЧЕСКИХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

Рассмотрен жизненный цикл моделирования космических объектов и построены вероятностные модели переходов. Предложена система уравнений Колмогорова, определяющая потоки вероятностей состояний модели жизненного цикла. Исследованы продолжительности итераций этапов жизненного цикла, вероятности внесения дефектов в время реальных программных проектов и их влияние на программные риски. Исследованы численные решения математической модели жизненного цикла для разнообразных исходных данных. Предложены способы уменьшения рисков.

**Ключевые слова:** жизненный цикл моделирования, уравнения Колмогорова, вероятность, верификация программного обеспечения.

## ANALYSIS LIFE CYCLE MODELLING OF SPACE VEHICLES

A life-cycle of space objects simulation have been illustrated. The probabilistic model of transitions was constructed. The system of Kolmogorov equations defining the flow state lifecycle model probabilities was proposed. The duration of iterations and probability of defects for each phase of lifecycle for real space elaboration was investigated. The numerical solution for life cycle for different source data was investigated. The methods for risk reduction was proposed.

**Key words:** modeling life cycle, Kolmogorov equations, software verification