

В.Г. Загорянский, к. т. н., доцент,

А.А. Шаповал, к. т. н., доцент,

Д.В. Мосьпан, к. т. н., доцент

Кременчугский национальный университет имени Михаила Остроградского

АНАЛИЗ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ПРИ ПЛАСТИЧЕСКОМ ИЗГИБЕ ДВУХСЛОЙНЫХ ЛИСТОВ ПЛАКИРУЮЩИМ СЛОЕМ ВНУТРЬ

В статье, на основе анализа напряженного состояния двухслойных листов при пластическом изгибе плакирующим слоем внутрь, разработана математическая модель, по которой можно определить распределение напряжений по толщине листа. На основе этих зависимостей определяется радиус кривизны нейтральной поверхности напряжений, необходимый для определения изгибающего момента и предельных и допустимых радиусов гибки двухслойных листов. Полученные зависимости позволяют определять положение нейтральной поверхности в двухслойных листах, изготовленных из любых металлов.

Ключевые слова: *пластический изгиб, двухслойный лист, гибка плакирующим слоем внутрь, распределение напряжений, радиус кривизны нейтрального слоя.*

Введение. При гибке двухслойного листа или широкой полосы (случай пластического изгиба моментом) распределение по поперечному сечению изгибаемого листа растягивающих и сжимающих напряжений будет влиять, по аналогии со случаем изгиба листа монометалла, на положение нейтрального слоя напряжений, и, соответственно, на радиус кривизны нейтрального слоя изогнутого листа, что определяет изгибающий момент, величину упругого пружинения, а также значения предельных и допустимых радиусов гибки двухслойного листа.

Обзор последних источников исследований и публикаций. Отметим, что традиционно освещались вопросы анализа напряженно-деформированного состояния (с учетом упрочнения при пластической деформации и без его учета) для процесса гибки монометаллов [1, 2, 3].

Следует отметить, что теоретической разработке проблемы определения параметров процесса пластической деформации при гибке листов двухслойных сталей и других биметаллов и соответствующим расчетным зависимостям уделялось недостаточное внимание. Освещались отдельные аспекты данной проблемы (например, [4]).

Выделение нерешенных ранее частей общей проблемы. Таким образом, представляется актуальным анализ напряженного состояния для случая пластического изгиба двухслойного листа (широкой полосы) плакирующим слоем внутрь (имеющего место, в частности, при получении обечаек из двухслойных сталей и других биметаллов для изготовления сосудов и аппаратов в химическом и других отраслях машиностроения), на основе которого будут получены зависимости для распределения напряжений по толщине изгибаемого листа (полосы) и соответствующие эпюры напряжений.

Постановка задачи. Таким образом, целью работы является анализ напряженного состояния при изгибе моментом двухслойного листа (полосы) для случая гибки плакирующим слоем внутрь.

Основной материал и результаты. Принимаются допущения: пластический изгиб двухслойного листа (широкой полосы) плакирующим слоем внутрь при чистом изгибе моментом без учета упрочнения и влияния анизотропии механических свойств изгибаемого листа (полосы).

В радиальном направлении положительным будем считать направление от центра кривизны (для определения знака радиальных напряжений σ_ρ). Тангенциальные напряжения σ_θ при $\rho_\sigma < \rho \leq R$, R – радиус наружной поверхности изгибаемого листа, будут положительными (растягивающими) и при $r \leq \rho < \rho_\sigma$, r – радиус внутренней поверхности, отрицательными (сжимающими).

Распределение напряжений по толщине изгибаемого двухслойного листа находим из совместного решения уравнений равновесия элементарных объемов и энергетических условий пластичности.

Рассмотрим систему нагружения элементарного объема изгибаемого листа (гибки двухслойного листа или полосы плакирующим слоем внутрь – плоский лист (полоса) изогнут на внутренний радиус r (рис. 1)).

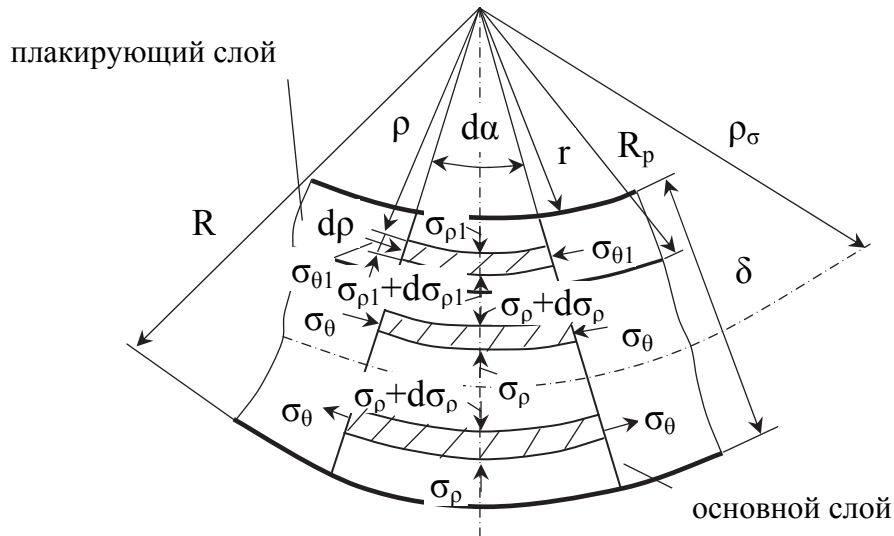


Рис. 1. Схема напряженного состояния при изгибе биметаллического листа (полосы) – гибка плакирующим слоем внутрь:

R – радиус наружной поверхности; r – радиус внутренней поверхности; ρ – текущий радиус; ρ_σ – радиус нейтрального слоя напряжений; R_p – радиус поверхности раздела слоев (межслойной границы); σ_θ – тангенциальное напряжение; σ_ρ – радиальное напряжение; δ – толщина листа (полосы)

Запишем, в соответствии с обозначениями рис. 1, уравнение равновесия элементарного объема, расположенного в основном слое в зоне растяжения (элементарные объемы рассматриваем в направлении от наружной поверхности к внутренней):

$$(\sigma_\rho + d\sigma_\rho)\rho d\alpha - \sigma_\rho(\rho + d\rho)d\alpha + 2\sigma_\theta d\rho \sin \frac{d\alpha}{2} = 0 \quad (1)$$

Так как синус малого угла приблизительно равен радианной мере соответствующей дуги, то для малого значения угла $d\alpha$

$$\sin \frac{d\alpha}{2} = \frac{d\alpha}{2} \quad (2)$$

Тогда, после раскрытия скобок, зависимость (1) примет вид:

$$\sigma_\rho \rho d\alpha + d\sigma_\rho \rho d\alpha - \sigma_\rho \rho d\alpha - \sigma_\rho d\rho d\alpha = -2\sigma_\theta d\rho \frac{d\alpha}{2}. \quad (3)$$

Сокращая и вынося $d\alpha$ за скобки, получим

$$(d\sigma_\rho \rho - \sigma_\rho d\rho) d\alpha = -\sigma_\theta d\rho d\alpha, \quad (4)$$

откуда

$$d\sigma_\rho = (\sigma_\rho - \sigma_\theta) \frac{d\rho}{\rho} \quad (5)$$

Уравнение пластичности для основного слоя, находящегося в наружной (растянутой) зоне, в соответствии с [1]:

$$\sigma_\theta - \sigma_\rho = 1,15\sigma_s, \quad (6)$$

Подставляем выражение для σ_θ из (6) в уравнение (5):

$$d\sigma_\rho = \frac{d\rho(\sigma_\rho - 1,15\sigma_s - \sigma_\rho)}{\rho} = -1,15\sigma_s \frac{d\rho}{\rho} \quad (7)$$

Интегрируем уравнение (7). Здесь имеет место простейший неопределенный интеграл [5]

$$\int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C, \quad x \neq 0 \quad (8)$$

Для отыскания постоянной интегрирования C будем использовать граничное условие, по которому для растянутой зоны напряжение σ_ρ будет равно нулю на наружной поверхности изгибаемого листа (при $\rho = R$) [1].

Таким образом, $\sigma_\rho = 0$ при $\rho = R$, где R – наружный радиусгиба.

Постоянная интегрирования C будет равна

$$C = -\ln R, \quad (9)$$

тогда

$$\sigma_\rho = -1,15\sigma_s (\ln R - \ln \rho) \quad (10)$$

Таким образом:

$$\sigma_\rho = -1,15\sigma_s \ln \frac{R}{\rho} \quad (11)$$

Подставляя в уравнение пластичности (6) значение σ_ρ из (11), получаем выражение для σ_θ :

$$\sigma_\theta = 1,15\sigma_s - 1,15\sigma_s \ln \frac{R}{\rho} = 1,15\sigma_s \left(1 - \ln \frac{R}{\rho}\right), \quad (12)$$

Примем, что уширение листа при изгибе равно нулю, тогда аксиальные напряжения

$$\sigma_z = \frac{\sigma_\theta + \sigma_\rho}{2} \quad (13)$$

Подставляем выражения для напряжений из (11) и (12). Аксиальное напряжение будет равно:

$$\sigma_z = \frac{1,15\sigma_s \left(1 - \ln \frac{R}{\rho}\right) - 1,15\sigma_s \ln \frac{R}{\rho}}{2} = \frac{1,15\sigma_s}{2} \left(1 - 2 \ln \frac{R}{\rho}\right), \quad (14)$$

Рассмотрим теперь элементарные объемы, расположенные в сжатой зонегиба (движемся от наружной поверхностигиба к внутренней).

Запишем уравнение равновесия элементарного объема, расположенного в основном слое в зоне сжатия

$$\sigma_\rho \rho d\alpha - (\sigma_\rho + d\sigma_\rho)(\rho + d\rho) d\alpha - 2\sigma_\theta d\rho \sin \frac{d\alpha}{2} = 0 \quad (15)$$

Из (15), по аналогии с выводом зависимости (11), получаем:

$$d\sigma_\rho = \frac{d\rho(-\sigma_\theta - \sigma_\rho)}{\rho} \quad (16)$$

Уравнение пластичности для основного слоя, находящегося во внутренней (сжатой) зоне:

$$\sigma_\theta - \sigma_\rho = -1,15\sigma_s, \quad (17)$$

В (16) подставляем выражение для σ_θ из (17):

$$d\sigma_\rho = \frac{d\rho(-\sigma_\theta - \sigma_\rho)}{\rho} = \frac{d\rho(1,15\sigma_s)}{\rho} \quad (18)$$

После интегрирования и определения постоянной интегрирования из условия $\sigma_\rho = \sigma_{\rho 1}$ при $\rho = R_p$, где R_p – радиус межслойной границы между основным и плакирующим слоями, получаем:

$$\sigma_\rho = 1,15\sigma_s \ln \frac{\rho}{R_p} - 1,15\sigma_{s1} \ln \frac{\rho}{r} \quad (19)$$

Подставляя в уравнение пластичности (17) абсолютное значение σ_ρ из (19), получаем выражение для σ_θ :

$$\sigma_\theta = -1,15\sigma_{s1} \ln \frac{\rho}{r} - 1,15\sigma_s \left(1 - \ln \frac{\rho}{R_p} \right), \quad (20)$$

Аксиальное напряжение, по аналогии с (14):

$$\sigma_z = -\frac{1,15\sigma_s}{2} \left(1 - 2 \ln \frac{\rho}{r} \right) + 1,15\sigma_{s1} \ln \frac{\rho}{R_p}, \quad (21)$$

Запишем уравнение равновесия элементарного объема, расположенного в зоне сжатия в плакирующем слое (напряжения, относящиеся к плакирующему слою, будем отмечать индексом 1):

$$\sigma_{\rho 1} \rho d\alpha - (\sigma_{\rho 1} + d\sigma_{\rho 1})(\rho + d\rho) d\alpha - 2\sigma_{\theta 1} d\rho \sin \frac{d\alpha}{2} = 0 \quad (22)$$

Так как синус малого угла приблизительно равен радианной мере соответствующей дуги, то для малого значения угла $d\alpha$

$$\sin \frac{d\alpha}{2} = \frac{d\alpha}{2} \quad (23)$$

Тогда, после раскрытия скобок, зависимость (22) примет вид:

$$\sigma_{\rho 1} \rho d\alpha - \sigma_{\rho 1} \rho d\alpha - d\sigma_{\rho 1} \rho d\alpha - \sigma_{\rho 1} d\rho d\alpha - d\sigma_{\rho 1} d\rho d\alpha = \sigma_{\theta 1} d\rho d\alpha, \quad (24)$$

откуда

$$d\sigma_{\rho 1} = (-\sigma_{\rho 1} - \sigma_{\theta 1}) \frac{d\rho}{\rho} \quad (25)$$

Уравнение пластичности для плакирующего слоя, находящегося во внутренней (сжатой) зоне:

$$\sigma_{\theta 1} - \sigma_{\rho 1} = -1,15\sigma_{s1}, \quad (26)$$

Подставляем выражение для $\sigma_{\theta 1}$ из (26) в уравнение (25):

$$d\sigma_{\rho 1} = \frac{d\rho(-\sigma_{\rho 1} + 1,15\sigma_{s1} + \sigma_{\rho 1})}{\rho} = 1,15\sigma_{s1} \frac{d\rho}{\rho} \quad (27)$$

Интегрируем уравнение (27). Для отыскания постоянной интегрирования C используем граничные условия, согласно которым для сжатой зоны напряжение σ_r будет равно нулю на внутренней поверхности изгибаемого листа (при $\rho = r$) [1].

Таким образом, $\sigma_{r1} = 0$ при $\rho = r$, где r – внутренний радиусгиба.

Тогда

$$\sigma_{r1} = 1,15\sigma_{s1}(\ln \rho - \ln r) \quad (28)$$

Таким образом:

$$\sigma_{r1} = 1,15\sigma_{s1} \ln \frac{\rho}{r} \quad (29)$$

Подставляя в уравнение пластичности (26) абсолютное значение σ_{r1} из (29), получаем выражение для $\sigma_{\theta1}$:

$$\sigma_{\theta1} = -1,15\sigma_{s1} + |\sigma_{r1}| = -1,15\sigma_{s1} - 1,15\sigma_{s1} \ln \frac{\rho}{r} = -1,15\sigma_{s1} \left(1 + \ln \frac{\rho}{r}\right), \quad (30)$$

Подставляем выражения для напряжений из (29) и (30). Аксиальное напряжение будет равно:

$$\sigma_{z1} = \frac{1,15\sigma_{s1} \ln \frac{\rho}{r} - 1,15\sigma_{s1} \left(1 - \ln \frac{\rho}{r}\right)}{2} = \frac{1,15\sigma_{s1}}{2} \left(2 \ln \frac{\rho}{r} - 1\right), \quad (31)$$

Зависимость для определения радиуса кривизны ρ_σ определяется из условия равенства радиальных напряжений σ_r для границы зон растяжения и сжатия (когда текущий радиус ρ равен радиусу кривизны нейтрального слоя напряжений ρ_σ), то есть равенства зависимостей (11) и (19):

$$-1,15\sigma_s \ln \frac{R}{\rho} = 1,15\sigma_s \ln \frac{\rho}{R_p} - 1,15\sigma_{s1} \ln \frac{\rho}{r}, \quad (32)$$

откуда

$$\rho_\sigma = \frac{\sigma_s}{\sigma_{s1}} \frac{Rr}{R_p} \quad (33)$$

Если нейтральный слой проходит по межслойной границе, то есть $\rho_\sigma = R_p$, и отношение $\sigma_s/\sigma_{s1} = 1$, то уравнение (33) превращается в зависимость для пластического изгиба обычного монометаллического листа с прямоугольным поперечным сечением [1]:

$$\rho = \sqrt{Rr} \quad (34)$$

При гибке двухслойного листа его объемное напряженное состояние характеризуется тремя напряжениями в трех взаимно перпендикулярных направлениях: тангенциальном – σ_θ , радиальном – σ_r и аксиальном – σ_z , направления которых показаны на рис. 2.

Отметим, что схемы напряженного состояния, приведенные на рис. 2, соответствуют схемам, характеризующим объемное напряженное состояние при чистом изгибе широкой полосы монометалла [1].

Проиллюстрируем полученные зависимости для определения радиальных и тангенциальных напряжений.

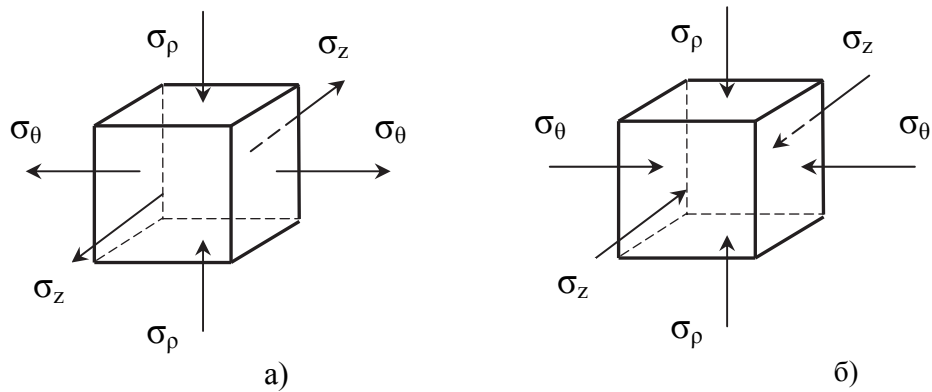


Рис. 2. Схемы объемного напряженного состояния изгибаемого двухслойного листа:
а) зона растяжения, б) зона сжатия

В табл. 1 и 2 приведены значения, которые принимают полученные зависимости в характерных точках (на наружной и внутренней поверхностях изгибаемого листа, на межслойной границе и на нейтральной поверхности напряжений).

Таблица 1. Значения радиальных напряжений в точках эпюры

Точка	Зависимость	Условие	Значение в точке
A	(11)	$\rho=R$	0
B	(11)	$\rho=\rho_\sigma$	$\sigma_\rho = -1,15\sigma_s \ln \frac{R}{\rho_\sigma}$
C	(19)	$\rho=R_p$	$\sigma_\rho = 1,15\sigma_s \ln \frac{R_p}{R_p} - 1,15\sigma_{s1} \ln \frac{R_p}{r}$
D	(29)	$\rho=r$	0

Таблица 2. Значения тангенциальных напряжений в точках эпюры

Точка	Зависимость	Условие	Значение в точке
A	(12)	$\rho=R$	$1,15\sigma_s$
B	(12)	$\rho=\rho_\sigma$	$\sigma_\theta = 1,15\sigma_s \left(1 - \ln \frac{R}{\rho_\sigma} \right)$
C	(20)	$\rho=\rho_\sigma$	$\sigma_\theta = -1,15\sigma_{s1} \ln \frac{\rho_\sigma}{r} - 1,15\sigma_s \left(1 - \ln \frac{\rho_\sigma}{R_p} \right)$
D	(20)	$\rho=R_p$	$\sigma_\theta = -1,15\sigma_{s1} \ln \frac{R_p}{r} - 1,15\sigma_s$
E	(30)	$\rho=R_p$	$-1,15\sigma_{s1} \left(1 - \ln \frac{R_p}{r} \right)$
F	(30)	$\rho=r$	$-1,15\sigma_{s1}$

В соответствии с табл. 1 и 2 построены эпюры распределения напряжений по толщине изгибаемого двухслойного листа (рис. 3) для следующих исходных данных и допущений: отношение предела текучести металла плакирующего слоя к пределу текучести металла основного слоя (σ_{s1}/σ_s) составляет 1,4; плакирующий слой составляет 0,3 толщины двухслойного листа (такое соотношение толщин характерно для листов двухслойной коррозионно-стойкой стали по ГОСТ 10885-85); нейтральная поверхность напряжений находится посередине толщины листа.

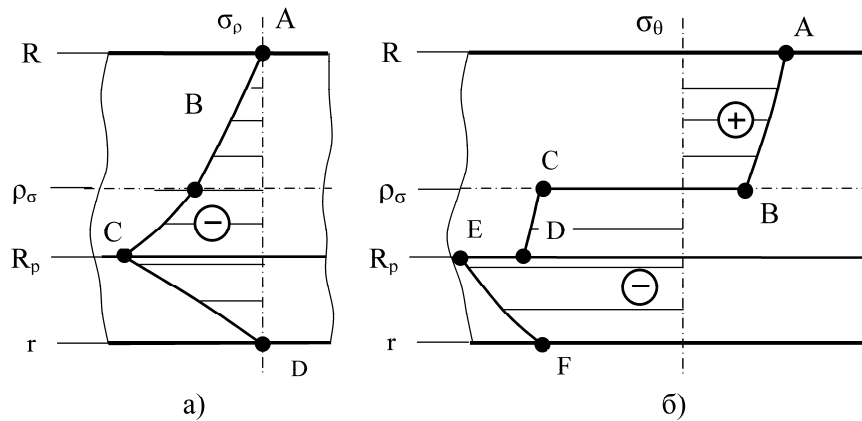


Рис. 3. Эпюры распределения напряжений по толщине при гибке моментом двухслойного листа: а) радиальных, б) тангенциальных

Выводы. Установлено, что положение нейтральной поверхности напряжений для случая изгиба двухслойного листа (полосы) плакирующим слоем внутрь зависит от доли толщины плакирующего слоя в двухслойном листе, а также от соотношения пределов текучести металлов слоев листа.

Распределение радиальных и тангенциальных напряжений в зоне растяжения и сжатия соответствуют соответствующему распределению монометалла (радиальные напряжения – основной слой, зона растяжения, плакирующий слой, зона сжатия), (тангенциальные напряжения – основной слой, зона растяжения и плакирующий слой, зона сжатия).

Расслоение двухслойного листа при изгибе возможно, когда положение нейтрального слоя напряжений совпадает с межслойной границей и радиальные напряжения у межслойной границы достигают величины, близкой к пределу текучести менее прочного из металлов листа, а прочность соединения слоев двухслойного листа недостаточна.

Литература

1. Сторожев, М.В. Теория обработки металлов давлением [Текст] / М.В. Сторожев, Е.А. Попов. – М.: Машиностроение, 1977. – 423 с.
2. Лысов, М.И. Теория и расчет процессов изготовления деталей методами гибки [Текст] / М.И. Лысов. – М.: Машиностроение, 1966. – 236 с.
3. Зубцов, М.Е. Листовая штамповка [Текст] / М.Е. Зубцов. – Л.: Машиностроение, 1980. – 432 с.
4. Загорянский, В.Г. Расчетная методика оценки деформационной способности биметаллических полос по их предельному изгибу [Текст] / В.Г. Загорянский // Вісник Національного технічного університету "ХП". Збірник наукових праць. Серія: Нові рішення в сучасних технологіях. - Х.: НТУ „ХП”. - 2012 р. - № 46 (952) - 240 с. – С. 45-49.
5. Бронштейн, И. Н. Справочник по математике (для инженеров и учащихся вузов) [Текст] / И. Н. Бронштейн, К. А. Семендяев. – М.: Наука, 1981. – 720 с.

© В.Г. Загорянский, О.О. Шаповал, Д.В. Мосьпан

В.Г. Загорянський, к. т. н., доцент,

О.О. Шаповал, к. т. н., доцент,

Д.В. Мос'пан, к. т. н., доцент

Кременчуцький національний університет імені Михайла Остроградського

АНАЛІЗ НАПРУЖЕНОГО СТАНУ ПРИ ПЛАСТИЧНОМУ ВИГІНІ ДВОШАРОВИХ ЛИСТІВ ПЛАКИРУЮЩИМ ШАРОМ ДО СЕРЕДИНИ

У статті, на основі аналізу напруженого стану двошарових листів при пластичному вигині плакуючим шаром до середини, розроблена математична модель, по якій можна визначити розподіл напружень по товщині листа. На основі цих залежностей визначається радіус кривизни нейтральної поверхні напружень, необхідний для визначення моменту, що вигинає, і граничних і допустимих радіусів гнуття двошарових листів. Отримані залежності дозволяють визначати положення нейтральної поверхні в двошарових листах, виготовлених з будь-яких металів.

Ключові слова: *пластичний згин, двошаровий лист, гнуття плакуючим шаром до середини, розподіл напружень, радіус кривизни нейтральної поверхні.*

UDC 621.981:669.14

V.G. Zagoryanskiy, Ph.D.,

A.A. Shapoval, Ph.D.,

D.V. Mos'pan, Ph.D.

Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskiy National University

ANALYSIS OF THE TENSE STATE AT PLASTIC BENDING OF DOUBLE-LAYER SHEETS BY PLATING LAYER INSIDE

In the article, on the basis of analysis of the tense state of double-layer sheets at a plastic bending a plating layer inside, a mathematical model is working out that it is possible to define distribution of tensions on the thickness of sheet. On the basis of these relations the radius of curvature of neutral surface of tensions, necessary for determination of flexion moment and maximum and possible radiuses flexible double-layer sheets, is determined. The relations allow to determine position of neutral surface in the double-layer sheets made from any metals.

Keywords: *plastic bending, two-layer sheet, bending a cladding layer inside, stress distribution, radius of curvature of neutral surface.*