

## НОВІТНІ МЕТОДИ РОЗРАХУНКУ СТАЛЕЗАЛІЗОБЕТОННИХ КОНСТРУКЦІЙ

*Розглянуто проблеми застосування методів розрахунку сталезалізобетонних конструкцій та необхідність подальших досліджень у напрямі розвитку узагальненого проекційно-сіткового методу.*

**Ключові слова:** сталезалізобетон, числові методи розрахунку, проекційно-сітковий метод.

**Вступ.** Проблеми розроблення ефективних моделей і методів розрахунку конструкцій складної форми в різних сферах будівництва й машинобудування приводять до необхідності подальших досліджень у напрямі розвитку наближених методів розрахунку тіл різноманітних форм, що мають складний характер, що характеризуються різними співвідношеннями між компонентами і широко застосовуються у будівництві. Прагнення до більш точного рішення задач неминуче призводить до значної кількості невідомих і, як наслідок, до систем рівнянь високого порядку зі значними похибками в процесі розв'язання. У цьому зв'язку доцільним видається розвиток узагальненого проекційно-сіткового методу як контрольного для методу скінченних елементів (МСЕ) та інших методів, а також для одержання в ряді задач більш точних результатів обчислень й економії часу, затрачуваного для їхнього рішення [1].

**Огляд останніх джерел досліджень і публікацій.** У наш час фахівці у сфері розрахунку та проектування складних систем мають у своєму арсеналі ряд числових методів розрахунку конструкцій та комплекси для їх чисельної реалізації на ЕОМ. Важливе значення в становленні та розвитку числових методів мають роботи Н.П. Абовського, І.В. Гончарука, А.С. Городецького, Е. Мітчелла, В.Л. Рвачова, А.Р. Ржаніцина, Л. Сегерлінда, В.К. Ярмолюка та інших авторів. Однак разом, з розробленням програмного забезпечення проблема розвитку нових та вдосконалення існуючих методів залишається актуальною. Це пояснюється в першу чергу тим, що жодний із застосованих методів чи їх форм не можуть бути рекомендовані навіть на обмеженому колі задач як найбільш ефективний з точки зору комплексу вимог, що включають універсальність, зручність, мінімальну трудомісткість підготовчих операцій та процесу реалізації на ЕОМ, стійкість процесу рішення. Розвиток методів, ефективних із цих точок зору, у широкому колі задач є актуальною проблемою.

**Виділення не розв'язаних раніше частин загальної проблеми.** Серед наближених методів рішення граничних задач увагу дослідників постійно привертають проекційні методи, в тому числі методи Бубнова–Гальоркіна та Петрова, узагальнення цих методів, способи, які дозволяють суттєво розширити межі їх ефективного застосування. Одним з узагальнень методу Бубнова–Гальоркіна є розроблюваний метод визначальних станів, що розвивається у формі регіонально-проекційного методу. Цей метод отримав застосування при розв'язанні задач механіки деформівного твердого тіла, будівельної механіки, теорії фільтрації та теплопровідності. Суттєво розширюються можливості методу визначальних станів для рішення складних граничних задач при його реалізації в сукупності з дискретною моделлю розглядуваного об'єкта. Така модифікація отримала назву узагальненого проекційно-сіткового методу.

**Метою роботи** є розвиток узагальненого проекційно-сіткового методу стосовно розрахунку конструкцій складної форми за різних умов спирання та завантаження, обґрунтування можливостей його ефективного застосування в будівництві.

**Основний матеріал і результати.** Реалізація узагальненого проекційно-сіткового методу полягає у наступному:

- формування граничної задачі, співвідношень між компонентами напружено-деформованого стану, рівнянь рівноваги, граничних умов, аналіз і математичне моделювання форми заданої конструкції;

- складання сіткових операторів методу залежно від конфігурації та розмірів підобласті положення вузла, що відіграє роль основного, і граничних умов на тій частині границі всієї області, що збігається з границею розглядуваної підобласті;

- запис відповідного оператора розглядуваного вузла з урахуванням прийнятої загальної нумерації вузлів, при цьому формується розв'язувальна система лінійних алгебраїчних рівнянь;

- рішення розв'язувальної системи й обчислення вузлових значень компонентів напружено-деформованого стану.

З розглянутих етапів реалізації узагальненого проекційно-сіткового методу найбільш трудомістким є етап складання сіткових операторів. Метод являє собою дискретну форму методу визначальних станів [2], засновану на застосуванні фінітних функцій [3]. Як невідомі розшукуються значення шуканих компонентів вектора зсуву в обраних вузлах області  $\Omega$ .

У розглянутому класі задач у вузлах обраної сітки маємо по два невідомих переміщення  $u$  і  $w$ . Тому для кожного вузла з невідомими переміщеннями  $u$  та  $w$  будемо по два визначальних стани з переміщеннями, що дорівнюють поперемінно одиниці для одного з невідомих переміщень в основному вузлі й нулю для інших вузлів та іншого переміщення.

Обчисливши значення всіх компонентів визначального стану у вузлах області  $\Omega_i$ , інтегральне співвідношення теореми про взаємність робіт можна записати у вигляді

$$A_u(u, w) = \sum_{j=1}^{N_i^{(u)}} (\alpha_{uj} u_j + \alpha_{wj} w_j) + \sum_{j=1}^{N_{is}^{(u)}} \beta_{Rj} \overline{R_j} = \sum_{j=1}^{N_i^{(u)}} d_j R_j u'_{ij}, \quad (1)$$

де  $\alpha_{uj} = d_j R'_{ij} + g_j \overline{R'_{ij}}$ ;  $\alpha_{wj} = d_j Z'_{ij} + g_j \overline{Z'_{ij}}$ ,  $j=1, 2, \dots, N_{is}^{(u)}$ ;

$\alpha_{uj} = d_j R'_{ij}$ ;  $\alpha_{wj} = d_j Z'_{ij}$ ;  $j = N_{is}^{(u)} + 1, N_{is}^{(u)} + 2, \dots, N_i^{(u)}$ ;

$\beta_{Rj} = -g_j u'_{ij}$ ,  $j = 1, 2, \dots, N_{is}^{(u)}$ .

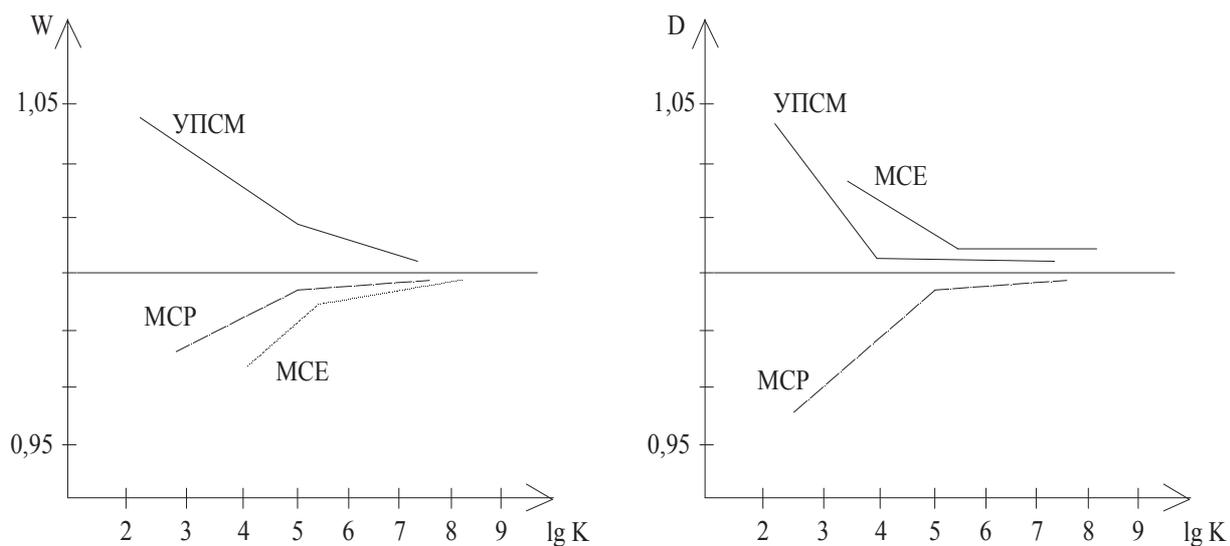
В оператор (1) підставляються всі задані умовами величини компонентів шуканого стану у вузлах. Компоненти шуканого стану в тих вузлах, де вони не задані умовами задачі, виражаються через переміщення у вузлах скінченного елемента.

Викладена послідовність дій реалізується для всіх обраних типів скінченних елементів. У результаті в загальному випадку одержуємо повну систему рівнянь, що дозволяє визначити переміщення в обраних вузлах.

Для визначення невідомих значень функцій необхідно скласти і вирішити систему  $n$  лінійних алгебраїчних рівнянь. Кожне з таких рівнянь відповідає визначеному типу скінченного елемента, що характеризується в цьому випадку формою підобласті, системою вузлів, положенням основного вузла, визначальним станом, і будується відповідно до розробленого алгоритму методу [4]. У багатьох випадках виявляється достатнім застосування підобласті з дев'ятьма вузлами у формі прямокутника і дев'ятивузлової підобласті з двома криволінійними границями [4]. Такими підобластями видається можливим апроксимувати із заданою точністю практично будь-яку область.

У процесі дослідження узагальнений проекційно-сітковий метод розглянутий для розв'язання задач механіки твердого деформівного тіла стосовно розрахунку сталезалізобетонних конструкцій при різноманітних умовах закріплення. Метод являє собою дискретну форму узагальненого проекційного методу – методу визначальних станів, в якому не є обов'язковим задоволення координатними функціями жодної з граничних умов та рівнянь рівноваги. Тому при визначенні типу підобласті та сітки вузлів маємо широкі можливості для дослідження та практичного застосування найбільш раціональних варіантів. Зокрема, можуть широко застосовуватись апроксимуючі функції підвищеної точності, бути введені до розгляду підобласті з внутрішніми вузлами, що перетинаються. До того ж немає необхідності, щоб апроксимуючі функції задовольняли умови сумісності.

Апробація методу виконана порівнянням результатів рішення ряду задач з даними, отриманими іншими методами. Порівняння виконувалося з результатами застосування МСЕ та методу скінченних різниць (МСП) при розрахунку сталезалізобетонних конструкцій на дію рівномірно розподіленого навантаження та зосередженої сили, прикладеної посередині (дані Є.І. Мелешанкова, В.А. Ожерельєва). Порівнювалися величини прогинів ( $W$ ) та нормальних напружень ( $D$ ). На рисунку 1 наведені графіки, що ілюструють залежність якості обчислених значень компонентів напружено-деформованого стану сталезалізобетонних балок від кількості операцій  $K$  за логарифмічною шкалою. Проведений аналіз свідчить про те, що узагальнений проекційно-сітковий метод (УПСМ) дозволяє отримати результати високого рівня точності при оптимальній трудомісткості процесу його реалізації.



**Рисунок 1 – Графіки залежності компонентів напружено-деформованого стану від кількості операцій  $K$**

**Висновки.** У процесі розвитку узагальненого проекційно-сіткового методу отримані такі результати:

- для дев'ятивузлової підобласті з двома криволінійними границями побудована апроксимуюча функція, що виражається степеневим багаточленом;
- розроблений алгоритм побудови визначальних станів і формул наближеного інтегрування для підобластей цього типу;
- метод розвинутий стосовно розрахунку сталезалізобетонних конструкцій.

Характерною рисою методу є його універсальність і оптимальна трудомісткість реалізації при визначенні основних компонентів напружено-деформованого стану конструкції. Виконаний аналіз особливостей методу визначальних станів дозволяє зробити висновок про доцільність його розвитку в дискретній формі стосовно рішення складних граничних задач.

### Література

1. Лисицин Б.М. Об одном варианте проекционно-сеточного метода для решения задач механики деформированного твердого тела / Б. М. Лисицин // Прикл. механика. – 1987. – №11. – С. 62–71.
2. Лисицин Б.М. Об одном методе решения задач теории упругости / Б. М. Лисицин // Прикл. механика. – 1967. – №4. – С. 87–92.
3. Марчук Г.И. Введение в проекционно-сеточные методы / Г. И. Марчук, В. И. Агошков. – М.: Наука, 1981. – 416 с.
4. Лисицин Б.М. Развитие обобщенного проекционно-сеточного метода применительно к решению осесимметричных задач теории упругости / Б. М. Лисицин, И. Л. Машков // Сопротивление материалов и теория сооружений. – 1988. Вып. 52. – С. 59–63.
5. Машков И.Л. Уточненные модели обобщенного проекционно-сеточного метода / И. Л. Машков // Сопротивление материалов и теория сооружений. – 1989. Вып. 54. – С. 68–72.
6. Новожилов В.В. Теория упругости. / В. В. Новожилов. – Л.: Судпромгиз, 1958. – 370 с.

*С.Н. Скрєбнева, к.т.н., доцент*

*И.Л. Машков, доцент*

*Национальный авиационный университет, г. Киев*

## НОВЫЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА СТАЛЕЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ

*Рассмотрены проблемы применения методов расчета сталежелезобетонных конструкций и необходимость дальнейших исследований в направлении развития обобщенного проекционно-сеточного метода.*

**Ключевые слова:** *сталежелезобетон, численные методы расчета, проекционно-сеточный метод.*

*S. Srebnieva, PhD, associate professor*

*I. Mashkov, associate professor*

*National Aviation University, Kyiv*

## NEW METHODS OF REINFORCED CONCRETE STRUCTURES ANALYSIS

*Problems of reinforced concrete structure analysis methods application and necessity of generalized projection mesh method development are examined.*

**Keywords:** *reinforced concrete, numerical methods, projection mesh method.*

*Надійшла до редакції 24.10.2014*

*© С.М. Скрєбнева, І.Л. Машков*