

Писаренко О.М., к.ф.-м.н., доцент
Вілінська Л.М., к.ф.-м.н., доцент
Одеська державна академія будівництва і архітектури

МОДЕЛЮВАННЯ НЕСТАЦІОНАРНОГО ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ З УРАХУВАННЯМ НАЯВНОСТІ ВОЛОГИ В БУДІВЕЛЬНИХ МАТЕРІАЛАХ

Отримано чисельне рівняння теплопровідності для симетричного нагріву тіл довільної геометрії при складних початкових і граничних умовах із залежними від температури теплофізичними властивостями. Виконано розрахунок прогріву досліджуваного матеріалу з урахуванням коефіцієнтів теплопровідності й вологості. Наведено нестационарне рівняння теплопровідності за допомогою скінченних різниць. З'ясовано, що уявлення дає можливість розглянути кінетику температурних профілів усередині зразка з фіксованими температурними умовами на границі. Отримано вираз характерного часу для прогріву зразка до фіксованої температури. Показано, що характерний час з достатнім ступенем точності збігається з його експериментальним значенням. Розроблено програмний комплекс, що дозволяє проводити варіювання основних теплофізичних параметрів досліджуваного матеріалу.

Ключові слова: математичне моделювання, температурні поля, вологість, нестационарна теплопровідність, час прогріву, будівельні матеріали.

Писаренко А.Н., к.ф.-м.н., доцент
Вилинская Л.Н., к.ф.-м.н., доцент
Одесская государственная академия строительства и архитектуры

МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНОГО ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ С УЧЕТОМ ВЛАГОСОДЕРЖАНИЯ В СТРОИТЕЛЬНЫХ МАТЕРИАЛАХ

Получено численное решение уравнения теплопроводности для несимметричного нагрева тел произвольной геометрии при сложных начальных и граничных условиях с зависящими от температуры теплофизическими свойствами. Проведен расчет прогрева исследуемого материала с учетом коэффициентов теплопроводности и влажности. Представлено нестационарное уравнение теплопроводности с помощью конечных разностей. Выяснено, что представление дает возможность рассмотреть кинетику температурных профилей внутри образца с фиксированными температурными условиями на границе. Получено выражение характерного времени для прогрева образца до некоторой температуры. Показано, что характерное время с достаточной степенью точности совпадает с его экспериментальным значением. Разработан программный комплекс, позволяющий проводить варьирование основных теплофизических параметров исследуемого материала.

Ключевые слова: математическое моделирование, температурные поля, влажность, нестационарная теплопроводность, время прогрева, строительные материалы.

UNSTEADY TEMPERATURE FIELD SIMULATION IN VIEW OF HUMIDITY CONTENT IN BUILDING MATERIALS

It was developed a mathematical model and assess the impact of moisture content on the integral characteristics of the one-dimensional isotropic non-stationary temperature field in building materials with a time constant and isotropic thermal materials. The numerical solution of the heat equation was obtained for the symmetric heating bodies of arbitrary geometry in complex initial and boundary conditions, depending on the thermal properties of temperature.

To expand the field of application authors were used dimensionless parameters for temperature, local temperature gradient, the heating time and the coordinates of the sample.

The authors carried out a calculation of the material, taking into account the warm thermal coefficients and humidity. Using the finite-difference time-dependent heat equation it was composed for the calculation of temperature fields of different degrees of humidity of building materials. The calculation showed that the change in the humidity of the sample results in a change in the relative temperature at a fixed value relative coordinates. The increase in the relative temperature is a nonlinear function of the relative coordinates

This representation makes it possible to examine the kinetics of thermal waves inside the sample with fixed temperature conditions at the border. The expression of the characteristic time for warming the sample to a fixed temperature has been received. It has been shown that the characteristic time with sufficient accuracy coincides with the experimental value. The kinetics of warming the sample at a constant humidity has been investigated.

It was evaluated changes in temperature along the sample using a non-stationary heat equation. We performed statistical processing of the curves of the temperature profile with time at a fixed value of moisture. This dependence is approximated by a polynomial of 4th degree. It has been found that the temperature in the alignment which is equidistant from the ends of the sample with time occurs almost linearly.

Nonlinear process heating of the sample is characterized by high values of the relative temperature gradient in the vicinity and at a distance from the border. Between these areas there is a local maximum, the parameters of which depend on the boundary conditions of temperature. In this study evaluated the rate of removal of the border for this maximum.

It was found that the temperature between the areas of wave propagation occurs a local maximum relative temperature gradient. The maximum amplitude of the relative change in temperature varies significantly with changes in the relative warm-up time.

The work was presented numerical methods that allow at the local level to investigate the effect of moisture on building materials and temporary coordinate components of the one-dimensional non-stationary temperature field.

The authors have developed a software environment based on the Borland C++ Builder software package, which allows for variation in the main thermal parameters of the test material.

Keywords: *math modeling, temperature fields, humidity, unsteady heat conduction, warm-up time, construction materials.*

Вступ. Відомо, що вплив температурно-вологісних режимів необхідно враховувати при розрахунках надійності будівельних конструкцій та технологічних процесів. Мінімізація теплових втрат вимагає врахування архітектурного і конструктивного рішень будівель, теплозахисних властивостей огорожень, кліматичних умов районів будівництва [1] та підтримуваних параметрів внутрішнього мікроклімату.

Аналіз останніх джерел досліджень і публікацій. У роботі [2] виконано аналіз методів дослідження теплотривкості огорожувальних конструкцій і будівель. Процеси дифузії тепла і перенесення вологи носять випадковий характер і можуть бути описані методами теорії ймовірностей. У роботах [3 – 5] запропоновано методи, що описують нестационарний перенос тепла та маси через багат шарові огорожувальні конструкції, а також математичні моделі теплового балансу будівлі.

Виділення не розв'язаних раніше частин загальної проблеми. Запропоновані математичні моделі досить повно описують процеси тепло- і вологонакопичення, однак існуючі методики обліку вологісного режиму при розрахунку теплопередачі через огороження не розраховані на дослідження локальних процесів теплопереносу та вологонакопичення в будівельних матеріалах і конструкціях. Цим визначається актуальність питань чисельного розрахунку й аналізу тепло-та масообмінних процесів, що протікають в огорожувальних конструкціях.

Мета роботи – математичне моделювання й оцінювання інтегрального впливу вмісту вологи на характеристики одновимірного нестационарного ізотропного температурного поля в будівельних матеріалах з ізотропними та постійними в часі теплофізичними параметрами.

Основний матеріал і результати. Розвиток теорії вологісного режиму огорожувальних конструкцій будинків призвів до широкого використання поняття потенціалу вологості, яке дозволяє не розмежовувати потік вологи на ізотермічну та термоградієнтну складові, при цьому розв'язується рівняння, аналогічне рівнянню теплопровідності [6, 7]. Недоліком цього підходу є складність експериментального визначення необхідних характеристик матеріалів.

Вибір нами числового методу дослідження температурних полів зумовлений можливістю отримання рішення рівняння теплопровідності для несиметричного нагріву і довільної геометрії при складних початкових і граничних умовах із залежними від температури теплофізичними властивостями.

На основі програмного середовища Borland C++ Builder 6.0 розроблений програмний комплекс із розрахунку прогріву пластинки товщиною b (відстань між ізотермічними поверхнями з температурою $T = T_k$, $k = 1, 2$) впродовж часу t_0 . Початкова температура внутрішньої області пластинки приймалася такою, що дорівнює рівню T_0 . Матеріал пластини характеризувався об'ємною вагою γ , вологістю ω і коефіцієнтом температуропровідності a .

Пластина розбивалася на розрахункові елементи за координатою X (координата напрямку, перпендикулярному до границь області з $T = T_k$) і часом t . Для розрахункової сітки були введені такі позначення: $i = 1, \dots, N_x$ – номер вузла сітки у напрямку X ; $j = 1, \dots, N_t$ – номер вузла сітки, пов'язаний із часом t ; N_x – число вузлів сітки у напрямку X ; $N_t = t_0/\Delta t$ – число вузлів сітки за часом t ; $\Delta X = b(N_x - 1)^{-1}$ – період сітки у напрямку X . Інтервал інтегрування визначався з умови стійкості різницевої схеми і становив $\Delta t < \Delta X^2/(2a)$ [8]. У цій роботі вважалося, що $\Delta t = 0,4\Delta X^2/a$.

У методиках розрахунку нестационарного температурно-вологісного впливу на будівельні матеріали використовується рівняння, аналогічне рівнянню теплопровідності для суцільних середовищ [6, 7]. Представлення нестационарного рівняння теплопровідності за допомогою скінченних різниць [8] дозволяє записати вираз для температури в i -му вузлі сітки

$$T_i' = T_i \Delta X^{-2} [\Delta X^2 - 2a\Delta t + a\Delta t(T_{i-1} + T_{i+1})] \quad (1)$$

де T_i, T_i' – значення температури в моменти часу t і $t + \Delta t$ відповідно.

Таке уявлення дає можливість розглянути кінетику зміни температури всередині зразка з фіксованими температурними умовами на границі.

Крайові умови для цього завдання мають такий вигляд:

$$\begin{aligned} T|_{i=1} &= T_1, \\ T|_{i=N_x} &= T_2, \\ T|_{t=0, 1 < i < N_x} &= T_0. \end{aligned}$$

З метою врахування специфіки розподілу нестационарного температурного поля в зразку введемо відносний інтервал часу $\varepsilon_{ij} = t_j / t_H$ (t_H – характерний час прогріву [5]); відносну координату по X : $\varepsilon_{Xi} = b^{-1} X_i$; відносну температуру $\varepsilon_{Ti} = T_{Xi} / T_1$, де T_{Xi} – температура, яка відповідає координаті X ; відносна зміна координати x при зсуві на період сітки по X : $\Delta \varepsilon_{Xi} = b^{-1} (X_{i+1} - X_i)$; відносна зміна температури при зсуві на період сітки по X : $\Delta \varepsilon_{Ti} = (T_{Xi+1} - T_{Xi}) / T_1$; локальний відносний градієнт температури в напрямку X : $\nabla \varepsilon_{Ti} = \Delta \varepsilon_{Ti} / \Delta \varepsilon_{Xi}$.

Уведення безрозмірного часу вимагає оцінювання характерного часу прогріву t_H . Швидкість зміни відносної температури, що виникає на початкових етапах прогріву, визначається тепловою інерцією огорожі [9]

$$D = R_b S, \quad (2)$$

де R_b – опір теплопередачі; S – коефіцієнт теплосасвоєння матеріалу.

Для величин R_b і S маємо

$$R_b = dT dt dS / dQ = b / \lambda, \quad S = \sqrt{2\pi \lambda c \rho / T}, \quad (3)$$

де T – граничне значення температури; dT, dt, dS, dQ – елементарні температура, час і площа поверхні, через яку проходить кількість теплоти dQ при теплопередачі; λ, c, ρ – коефіцієнт теплопровідності, що враховує вміст вологи, питома теплоємність і щільність матеріалу відповідно. З формул (2) і (3) отримуємо для теплової інерції огородження

$$D = \sqrt{2\pi dt / T}. \quad (4)$$

Перепишемо рівняння (4)

$$dt = t_H = D^2 T / (2\pi), \quad (5)$$

або

$$t_H = (R_b S)^2 T / (2\pi) = b^2 S^2 T / (2\pi \lambda^2). \quad (6)$$

Отримано характерний час для прогріву до температури T зразка товщиною b , виготовленого з матеріалу з коефіцієнтом теплопровідності λ і коефіцієнтом теплосасвоєння S .

Нами проведена оцінка характерного часу прогріву для пінобетону [10] з об'ємною вагою $\gamma = 646 \text{ кг/м}^3$, пористістю $p = 79\%$, вологістю $\omega = 0\%$ і коефіцієнтом теплосасвоєння $S = 4,5 \text{ Вт/(м}^2\text{К)}$, коефіцієнт теплопровідності дорівнює $\lambda = 0,14 \text{ Вт/(м К)}$. З виразу (6) для часу прогріву зразка товщиною $b = 0,2 \text{ м}$ до температури $T = T_1 = 100^\circ\text{C}$ отримано значення $t_H' = 658 \text{ с}$. Розрахунковий експеримент, проведений за методикою [8], дає величину $t_H = 710 \text{ с}$, що збігається з t_H' з точністю $\sim 7\%$.

Розрахована на підставі виразу (1) зміна температури уздовж напрямку X з вірогідністю R^2 , що знаходиться в інтервалі $(0,9995 \div 0,9999)$, дозволяє отримати серію кривих (рис. 1) і апроксимується поліномом 4-го ступеня. Зокрема, для характерного значення $\varepsilon_t = 1,2$ справедливе таке співвідношення:

$$\nabla \varepsilon_T = -95,801\varepsilon_X^4 + 131,49\varepsilon_X^3 - 53,29\varepsilon_X^2 - 0,345\varepsilon_X + 3,311, \quad (7)$$

де $\nabla \varepsilon_T$ – градієнт відносної температури ε_T .

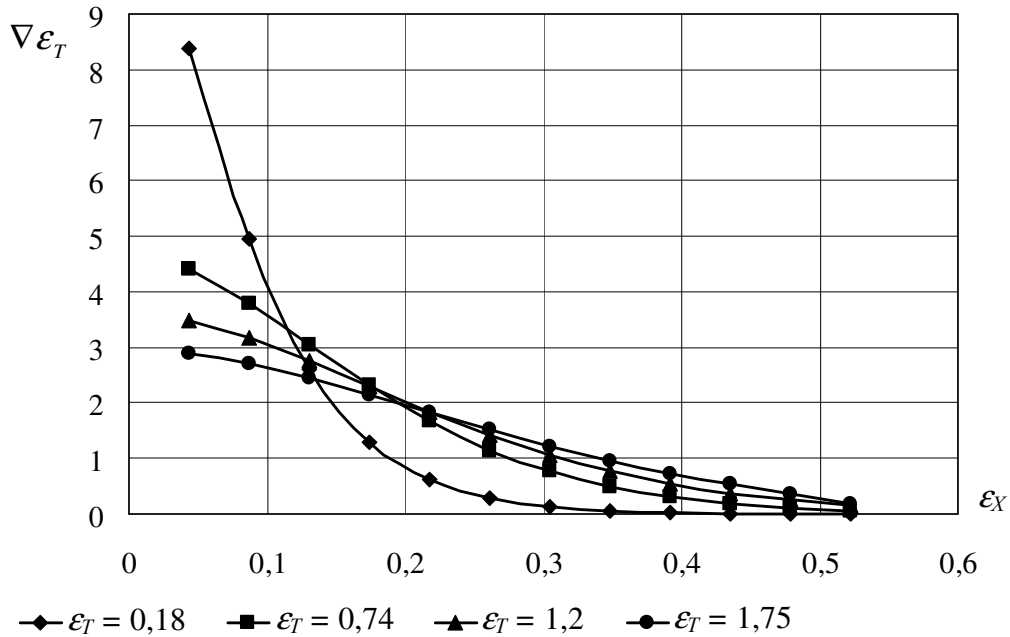


Рисунок 1 – Зміна за часом температурного профілю області зразка при фіксованій ($\omega = 5\%$) вологості

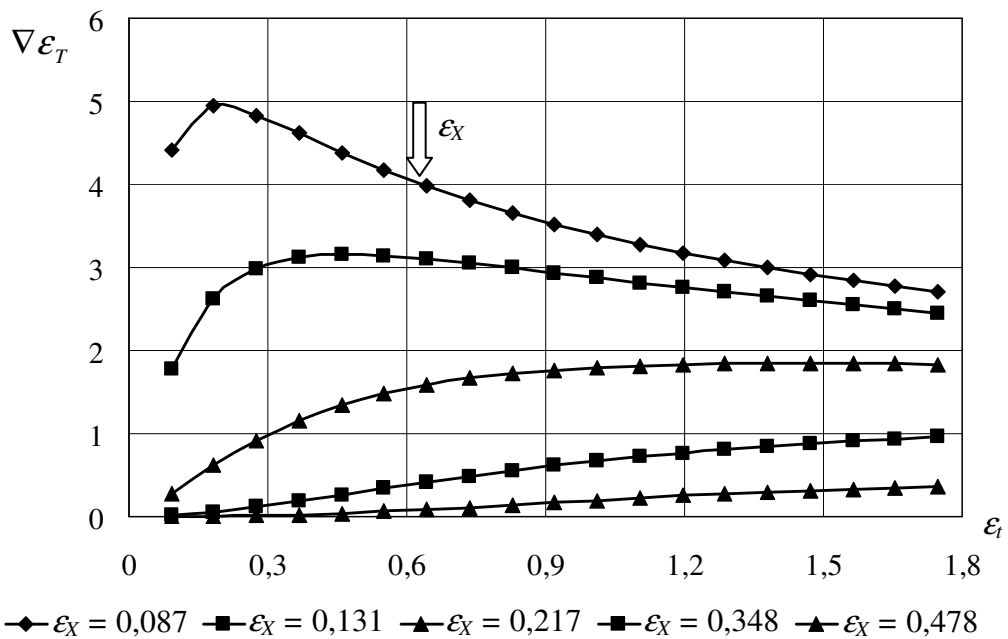


Рисунок 2 – Вплив граничних умов на кінетику прогріву області зразка (для вологості $\omega = 5\%$)

Вирівнювання температури всередині області зразка зі зростанням ε_t відбувається з практично лінійною залежністю $A = A(\varepsilon_t)$ при фіксованому значенні ε_x , де A – коефіцієнт при старшому члені полінома, що апроксимує залежність $A = -111 \varepsilon_t + 242$. Графік наведено при фіксованому ($\omega = 5\%$) значенні вологості.

Уведемо коефіцієнт згасання градієнта відносної температури у напрямку X

$$\beta = \nabla \varepsilon_{T0} / \nabla \varepsilon_{Tx}, \quad (8)$$

де індекси «0» і «X» відповідають краю області та поточній безрозмірній координаті ε_x відповідно. Позначимо як $\varepsilon_x|_{\beta=e} = \varepsilon_{x\beta e}$ відносну координату зменшення $\nabla \varepsilon_T$ в e разів. Отримано, що зі збільшенням відносного часу прогріву величина $\varepsilon_{x\beta e}$ змінюється за законом $\varepsilon_{x\beta e} = 0,141\varepsilon_t + 0,126$.

Розрахунки показали, що зміна вологості ω зразка призводить при фіксованому значенні ε_x до зміни відносної температури $\Delta \varepsilon_T$. Збільшення часу прогріву супроводжується зростанням $\Delta \varepsilon_T$. В свою чергу, приріст $\Delta \varepsilon_T$ є нелінійною функцією ε_x .

Для серії кривих $\Delta \varepsilon_T = \Delta \varepsilon_T(\varepsilon_x)$ параметричної множини ε_t був введений коефіцієнт розширення

$$\varphi = L / h, \quad (9)$$

де h , $L_{1/2}$ – висота і напівширина кривої $\Delta \varepsilon_T = \Delta \varepsilon_T(\varepsilon_x)$ для заданого значення ε_t , відповідно. Коефіцієнт розширення області максимального збільшення температури, який обумовлений зміною вологості, збільшується з часом за лінійним законом $\varphi = 1,007\varepsilon_t + 1,011$ з коефіцієнтом вірогідності $R^2 = 0,9904$. Отримана залежність $\varphi = \varphi(\varepsilon_t)$ описує динаміку поведінки термонапружених областей в будівельних матеріалах [11].

Нелінійний процес прогріву зразка характеризується підвищеними значеннями градієнта відносної температури $\nabla \varepsilon_T$ поблизу (перша гранична задача) і на видаленні (кінцеве значення швидкості зміни температури) від границі (рис. 2). Між зазначеними областями існує локальний максимум $\nabla \varepsilon_T$, параметри якого залежать від граничних температурних умов. Розрахунки показали, що цей максимум віддаляється від границі зі швидкістю $v_{max} = 0,092\varepsilon_t + 0,195$.

Висновки:

1. Наведені числові методи дозволяють на локальному рівні досліджувати вплив вологості будівельних матеріалів на координатну і змінну складові одновимірного нестационарного температурного поля.

2. На основі програмного середовища Borland C++ Builder 6.0 розроблений програмний комплекс, що дозволяє проводити варіювання основних теплофізичних параметрів досліджуваного матеріалу.

3. Отриманий аналітичний вираз для характерного часу прогріву зразка спрощує процедуру введення безрозмірних параметрів і відповідно мінімізує накопичення помилок при обчисленнях.

4. Визначено, що зі зростанням часу прогріву виникає локальний максимум градієнта відносної температури, параметри якого залежать від граничних температурних умов.

5. За отриманою формулою доцільно розрахувати характерний час прогріву деяких будівельних матеріалів, а також з'ясувати вплив вологості й теплопровідності на цю величину.

Література

1. Температурні впливи на огороджувальні конструкції будівель: монографія / В. А. Пашинський, Н. В. Пушкар, А. М. Карюк. – Одеса, 2012. – 180 с.
2. Фаренюк Г. Г. Теплові впливи на огороджувальні конструкції за нестационарних умов / Г. Г. Фаренюк, О. І. Філоненко // Зб. наук. праць. Серія: Галузеве машинобудування, будівництво. – Полтава : ПолтНТУ, 2015. – Вип. 2 (44). – С. 234 – 238.
<http://znp.pntu.edu.ua>
3. Рымкевич П. П. Физико-математические основы для описания нестационарной теплопроводности через ограждающие конструкции зданий и сооружений / П. П. Рымкевич, М. В. Хохлова, В. Б. Кокович // Строительная теплофизика и энергоэффективное проектирование ограждающих конструкций зданий: Сб. трудов Всероссийской науч.-техн. конф. (10 – 11.12.2009). – СПб., 2009. – С. 124 – 130.
4. Табуничиков Ю. А. Математическое моделирование и оптимизация тепловой эффективности зданий / Ю. А. Табуничиков, М. М. Бродач. – М. : АВОК-ПРЕСС, 2002. – 194 с.
5. Янковский А. П. Асимптотический анализ решения нелинейной задачи нестационарной теплопроводности слоистых анизотропных неоднородных оболочек при граничных условиях первого рода на лицевых поверхностях / А. П. Янковский // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Физико-математические науки. – Самара, 2014. – Вып. 1 (34). – С. 168 – 185.
6. Богословский В. Н. Исследования температурно-влажностного режима наружных ограждений зданий методом гидравлических аналогий: дис. на соискание науч. степени канд. техн. наук / В. Н. Богословский. – М., 1954. – 193 с.
7. Гагарин В. Г. Теория состояния и переноса влаги в строительных материалах и теплозащитные свойства ограждающих конструкций зданий: дис. на соискание науч. степени канд. техн. наук / В. Г. Гагарин. – М., 2000. – 396 с.
8. Кузнецов Г. В. Разностные методы решения задач теплопроводности / Г. В. Кузнецов, М. А. Шеремет. – Томск : Изд-во ТПУ, 2007. – 172 с.
9. Куприянов В. Н. Проектирование теплозащиты ограждающих конструкций / В. Н. Куприянов. – Казань : КГАСУ, 2011. – 161 с.
10. Франчук А. У. Таблицы теплотехнических показателей строительных материалов / А. У. Франчук. – М. : Стройиздат, 1969. – 143 с.
11. Троян В. В. Термонапружений стан залізобетону як аспект довговічності монолітних конструкцій / В. В. Троян // Наук.-техн. зб. «Будівельні матеріали, вироби та санітарна техніка». – К. : Товариство «Знання» України, 2010. – Вип. 35. – С. 119 – 124.

References

1. Temperaturni vplivi na ogorodzhivalni konstruktsiyi budivel: monografiya / V. A. Pashinskiy, N. V. Pushkar, A. M. Karyuk. – Odesa, 2012. – 180 s.
2. Farenjuk G. G. Teplovi vplivi na ogorodzhivalni konstruktsiyi za nestatsionarnih umov / G. G. Farenjuk, O. I. Filonenko // Zb. nauk. prats. Seriya: Galuzeve mashino-buduvannya, budivnitstvo. – Poltava : PoltNTU, 2015. – Vip. 2 (44). – S. 234 – 238.
<http://znp.pntu.edu.ua>
3. Rymkevich P. P. Fiziko-matematicheskie osnovy dlya opisaniya nestatsionarnoy teploprovodnosti cherez ograzhdayushchie konstruksii zdaniy i sooruzheniy / P. P. Rymkevich, M. V. Hohlova, V. B. Kokovich // Stroitel'naya teplofizika i energo-effektivnoe proektirovanie ograzhdayushchih konstruksiy zdaniy: Sb. trudov Vserossiyskoy nauch.-tehn. konf. (10 – 11.12.2009). – SPb., 2009. – S. 124 – 130.
4. Tabunshchikov Yu. A. Matematicheskoe modelirovanie i optimizatsiya teplovoy effektivnosti zdaniy / Yu. A. Tabunshchikov, M. M. Brodach. – M. : AVOK-PRESS, 2002. – 194 s.
5. Yankovskiy A. P. Asimptoticheskiy analiz resheniya nelineynoy zadachi nestatsionarnoy teploprovodnosti sloistyh anizotropnyh neodnorodnyh obolochek pri granichnyh usloviyah pervogo roda na litsevyh poverhnostyakh / A. P. Yankovskiy // Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo tehnikeskogo universiteta. Seriya: Fiziko-matematicheskie nauki. – Samara, 2014. – Vyp. 1 (34). – S. 168 – 185.

6. Bogoslovskiy V. N. *Issledovaniya temperaturno-vlazhnostnogo rezhima naruzhnyh ograzhdeniy zdaniy metodom gidravlicheskih analogiy: dis. na soiskanie nauch. stepeni kand. tehn. nauk / V. N. Bogoslovskiy.* – M., 1954. – 193 s.
7. Gagarin V. G. *Teoriya sostoyaniya i perenosa vlagi v stroitelnyh materialah i teplozashchitnye svoystva ograzhdayushchih konstruksiy zdaniy: dis. na soiskanie nauch. stepeni kand. tehn. nauk / V. G. Gagarin.* – M., 2000. – 396 s.
8. Kuznetsov G. V. *Raznostnye metody resheniya zadach teploprovodnosti / G. V. Kuznetsov, M. A. Sheremet.* – Tomsk : Izd-vo TPU, 2007. – 172 s.
9. Kupriyanov V. N. *Proektirovanie teplozashchity ograzhdayushchih konstruksiy / V. N. Kupriyanov.* – Kazan : KGASU, 2011. – 161 s.
10. Franchuk A. U. *Tablitsy teplotekhnicheskikh pokazateley stroitelnyh materialov / A. U. Franchuk.* – M. : Stroyizdat, 1969. – 143 s.
11. Troyan V. V. *Termonapruzheniy stan zalizobetonu yak aspekt dovgovichnosti monolitnih konstruksiy / V. V. Troyan // Nauk.-tehn. zb. «Budivelni materiali, virobi ta sanitarna tehnika».* – K. : Tovaristvo «Znannya» Ukrayini, 2010. – Vip. 350 – S. 119 – 124.

© Писаренко О.М., Вілінська Л.М.
Надійшла до редакції 25.04.2016