

In this talk we consider in regular and singular cases various difference equations with operator coefficients containing spectral parameter in Nevanlinna manner. Usually a relations (but not an operators) correspond to such equations.

For this equations we introduce and examine:

2. Characteristic operator, which is an analogue of Weyl – Titchmarsh characteristic matrix;

3. Weyl type solutions;

4. Analogue of the generalized resolvent;

5. Various cases of eigenfunction expansions and conditions implying the fulfillment of the Parseval equality;

6. Inverse problems.

These results are analogous to results obtained in [4], [5], [6] for differential equations.

Let us notice that matrix difference equations studied in [1], [7] and difference equations generated by Jacobi matrix with operator elements [2] can be reduced to considered equations.

REFERENCES

[1] F. Atkinson. Discrete and Continuous Boundary Problems, Acad. Press, New York –

London, 1964. (Russian transl. Mir. Moscow, 1988).

[2] Ju. M. Berezanskiy, Expansions in Eigenfunctions of Selfadjoint Operators, Amer. Math. Soc., Providence, RI. 1968. (Russian edition: Naukova Dumka, Kiev. 1965).

[3] A. Halanay, D. Wexler. Teoria calitativa a sistemelor cu impulsuri. Editorica Academeici. Republicii Socialiste Romania Bucuresti, 1968 (Russian translation. Mir. Moskov 1971).

[4] V.I. Khrabustovskii. On the characteristic matrix of Weyl-Titchmarsh type for differential-operator equations which contains spectral parameter in linear or Nevanlinna's manner. Mat.Fiz. Anal. Geom/ 10 (2003), no. 2, 205-227. (Russian).

[5] V.I. Khrabustovskiy. Analogs of generalized resolvents for relations generated by pair of differential operator expressions one of which depends on spectral parameter in nonlinear manner. J. Math. Phys. Anal. Geom. 9 (2013), no. 4. 496-535.

[6] V.I. Khrabustovskiy. Eigenfunction expansions associated with operator differential equation depending on spectral parameter nonlinearly. Methods Funct. Anal. Topology 15, vol. 20, no. 1, 2014, pp. 68-91.

[7] L.A. Sakhnovich. Interpolation theory and I-ts Application Kluwer Academic Publishers, Dordrecht/Boston/London.

УДК 539.219; 539.219.3; 539.217

О. А. Осмаев, Р. В. Шаповалов

ДЕЯКІ ПИТАННЯ ДИФУЗІЙНОГО РОЗПАДУ БІНАРНОГО ТВЕРДОГО РОЗЧИНУ

О. А. Osmayev, R. V. Shapovalov

SOME PROBLEMS OF THE DIFFUSION DECOMPOSITION OF A BINARY SOLID SOLUTION

Дифузійний розпад бінарного твердого розчину, який протікає по бінодальному механізму [1,2], приводить до утворення виділень нової фази в

матриці, збідненій однією з компонент. В умовах постійної температури й тиску кластери нової фази мають широкий розкид за розміром практично на всіх стадіях

процесу. Наслідком виникаючої неоднорідності в початково однорідному матеріалі є погіршення його механічних властивостей, а отже, і експлуатаційних характеристик. За відсутності градієнтів температури, тиску й зовнішніх полів двокомпонентний макроскопічно однорідний твердий розчин, наприклад бінарний сплав, є термодинамічною фазою. Це значить, що сплав, у якому концентрація однієї з компонент перевищує деяке граничне значення, не є в термодинамічній рівновазі, а перебуває в нестійкому стані. У цьому випадку найменше можливе значення енергії Гіббса бінарного сплаву відповідає суміші двох однорідних фаз із різною концентрацією компонент. Якщо концентрація вихідної нерівновагої фази не надто відрізняється від зазначеного граничного значення, то розпад на дві стійкі фази відбувається шляхом нуклеації, тобто зародки нової фази утворюються й ростуть за рахунок флуктуацій складу.

Будемо розглядати розпад бінарного твердого розчину (сплаву) як стохастичний процес [3]. Переміщення атомів домішки в розчині є випадковим, тобто таким самим є й зміна розмірів кластерів, оскільки вона обумовлена цим переміщенням. Отже, розмір кожного кластера, як і його місцезнаходження у сплаві, є випадковою величиною. Деталізація координатного положення кластерів в наближенні кластерного газу є надлишкова, оскільки термодинамічний потенціал залежить тільки від кластерного складу, тиску та температури. Отже, стохастичним процесом є також ТД потенціал, який і визначає стан сплаву. Зовнішні параметри –

тиск і температура можуть бути або заданими функціями часу, або постійними. В останньому випадку ТД потенціал є стаціонарним стохастичним процесом [3].

Виявлено, що при врахуванні стохастичної природи нуклеації у відомій системі рівнянь Фаркаша – Беккера – Дьорінга (ФБД), яка описує нуклеацію і зростання зародків, виникають додаткові члени. Показано, що система рівнянь ФБД є наслідком припущення про точковий розподіл ймовірностей кластерного складу. Узагальнене припущення – багатовимірний нормальний розподіл – дозволило одержати замкнуту систему рівнянь для перших і других моментів розподілу ймовірностей.

Розвинуто стохастичний погляд на процес нуклеації і показано, що при врахуванні випадкової природи зростання та зменшення зародків нової фази систему кінетичних рівнянь, що описують нуклеацію, треба доповнити.

Побудовано замкнену систему кінетичних рівнянь, яка описує спільну еволюцію перших та других моментів функції розподілу ймовірності кластерного складу бінарного сплаву в наближенні багатовимірної гауссоїди.

Список використаних джерел

1. Slezov, V. V. Kinetics of First-order Phase Transitions (Weinheim: WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA.: 2009).
2. Kashchiev, D. Nucleation Basic Theory with Applications (Oxford: Butterworth Heinemann: 2000), P. 529.
3. Van Kampen, N. G. Stochastic Processes in Physics and Chemistry (Elsevier: 1992), P. 480.