

## ЕФЕКТИВНІСТЬ СИСТЕМИ УПРАВЛІННЯ ВІЙСЬКАМИ (СИЛАМИ)

*Система управління (СУ) є «засобом» забезпечення керівної діяльності командувача угруповання військ (сил) для підвищення ефективності «бойової системи» (БС) по фактору «управління». Але існує актуальна проблема коректної оцінки ефективності СУ в операції для вирішення задачі її підвищення. Ефективність СУ, як «інформаційного середовища» БС, є її фундаментальною характеристикою і визначається не «кількістю», а саме «цінністю» інформації бойових завдань військам (силам), виконання яких і породжує в цілому відповідний рівень бойової ефективності БС «війська (сили)» в операції.*

*Ключові слова: воєнна безпека, оптимальний розподіл, управління, бойова система.*

**Постановка проблеми.** Розглянемо проблемну задачу оцінки ефективності системи управління (СУ) бойової системи (БС) «угруповання військ (сил)» в операції.

Завдана система  $n$  об'єктів застосування ресурсів (засобів) вектором їх оперативнотактичної важливості (о.-т.в.)

$$C = \langle c_j, j = \overline{1, n} \rangle, CS = \sum_{j=1}^n c_j. \quad (1)$$

Якщо по об'єктах застосування розподіляються однорідні засоби, то планом розподілу є вектор

$$X = \langle x_j, j = \overline{1, n} \rangle; NS = \sum_{j=1}^n x_j = m. \quad (2)$$

де  $x_j$  – кількість розрахункових одиниць (ре) засобів, що призначені по  $j$ -му об'єкту.

Припустимо, що для вектору-рішення (2) задачі розподілу, як «інформаційного об'єкту» з невизначеним станом, відома густина розподілу можливих значень елементів кортежу у «відкритому»  $n$ -мірному просторі

$$f(X) = f(x_j, j = \overline{1, n}). \quad (3)$$

Повна ентропія, як міра невизначеності «стану» інформаційного об'єкта  $X$ , у загальному випадку є

$$H(X) = - \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} f(x_1, \dots, x_n) \times \log_2 f(x_1, \dots, x_n) \times (dx_1, \dots, dx_n). \quad (4)$$

При цьому апіорна густина розподілу  $f(X)$  значень  $X$  є «хорошим» початковим наближенням при пошуку точного рішення.

Якщо ж  $f(X)$  невідома і кожний елемент кортежу вектора  $X$  може мати фактичні значення у відповідному інтервалі

$$[x_j^{\min} \leq x_j \leq x_j^{\max}], j = \overline{1, n}, \quad (5)$$

а потрібна точність рішення задачі (визначення кожного  $x_j$ ) дорівнює  $(\delta_j, j = \overline{1, n})$ , то кількість можливих дискретних (по потрібній точності) значень кожного елемента кортежу складе

$$s_j = (x_j^{\max} - x_j^{\min}) / \delta_j = \Delta_j / \delta_j, j = \overline{1, n}. \quad (6)$$

Таким чином, загальна кількість «станів» об'єкта (5.57) – множина можливих рішень, що визначається кількістю змінних і кількістю значень кожної з них для вектора  $X$ , буде –

$$S(X) = \prod_{j=1}^n s_j. \quad (7)$$

Апріорі вважаємо, що тотожність до оптимального любого рішення даної множини є випадковою подією; такі події складають «повну групу» і тому вважаються «рівно імовірними» для оптимального рішення. Тоді ймовірність кожного  $k$ -го значення даної змінної складе

$$p_k = 1 / S(X); k = \overline{1, S(X)}; \sum_{k=1}^{S(X)} p_k = 1. \quad (8)$$

Легко зрозуміти, що для даних припущень ентропія (3) об'єкту  $X$  буде дорівнювати

$$H(X) = - \sum_{k=1}^{S(X)} (p_k \times \log_2 p_k). \quad (9)$$

Якщо справедливо припущення про однаковість кількості значень (7), то вираз (9) буде мати вигляд

$$H(X) = - \frac{1}{S(X)} \sum_{k=1}^{S(X)} \log_2 \{1/S(X)\} = - \log_2 \prod_{j=1}^n s_j = - \sum_{j=1}^n (\log_2 s_j). \quad (10)$$

Кількість інформації, що потрібна бути одержана при пошуку «точного» рішення задачі розподілу  $X^0$ , є «оберненою» до повної ентропії (негентропією) інформаційного об'єкта  $X$ , тобто

$$I(X) = -H(X). \quad (11)$$

Планом «призначень» є матриця

$$П(X) = \|\pi_{ij}\|_{m \times n}, \quad (12)$$

де  $\pi_{ij}$  – елемент матриці, що приймає значення –

$$\pi_{ij} = 1, \text{ якщо засіб } z_i \text{ призначений на об'єкт } c_j; \quad (13)$$

$$\pi_{ij} = 0 - \text{ в протилежному випадку.} \quad (14)$$

Робочий набір даних для з планування «розподілу» і «призначень» засобів  $k$ -го виду по об'єктам представлений таблицею 1.

Таблиця 1

вид $k$	$c_1$	...	$c_j$	...	$c_n$	$\sum \pi$
$z_1$	$\pi_{11}$	...	$\pi_{1j}$	...	$\pi_{1n}$	1
...	...	...	...	...	...	...
$z_i$	$\pi_{i1}$	...	$\pi_{ij}$	...	$\pi_{in}$	1
...	...	...	...	...	...	...
$z_{m(k)}$	$\pi_{m1}$	...	$\pi_{mj}$	...	$\pi_{mn}$	1
$X$	$x_1$	...	$x_j$	...	$x_n$	

Оскільки кожна р.е. засобів  $z_i, i = \overline{1, m}$  може бути призначена тільки по одному з об'єктів, то для плану призначень, що відповідає плану розподілу  $X$ , повинні виконуватися обмеження

$$\sum_{j=1}^n \pi_{ij} = 1, \quad i = \overline{1, m}; \quad (15)$$

$$\sum_{i=1}^m \pi_{ij} = x_j, \quad j = \overline{1, n}. \quad (16)$$

Якщо по об'єктах застосування розподіляються «різнорідні» ( $k$  видів) засоби, то планом розподілу є матриця

$$X = \|x_{ij}\|_{k \times n}, \quad (17)$$

де  $x_{ij}$  – кількість розрахункових одиниць (р.е.) засобів  $i$ -го виду, призначених по  $j$ -му об'єкту. Тоді кожна  $i$ -я стрічка матриці  $X_{k \times n}$  буде вектор-планом розподілу «однорідних» (всередині даного  $i$ -го виду) засобів.

Плани «призначень» є основою бойового («вогневого») завдання силам, що застосовують призначені засоби по об'єктах ураження. Для СУ план призначень є «інформаційним» об'єктом, який має початкову ентропію (невизначеність) через «апріорну» невідомість значень його елементів, котрим повинне бути визначене «апостеріорне» значення по результатам планування розподілу засобів.

Якщо «апріорне» значення ймовірності призначення даного  $i$ -го засобу на  $j$ -й об'єкт дорівнює  $p_{ij}$  (та оберненої до неї ймовірності не призначення дорівнює  $q_{ij} = 1 - p_{ij}$ ), то ентропія інформаційного об'єкта «план призначень»

$$HS\{\Pi(X_k)\} = \sum_{i=1}^{m(k)} \sum_{j=1}^n \{p_{ij} \times \log_2 p_{ij} + q_{ij} \times \log_2 q_{ij}\}, \quad (18)$$

і кількість інформації, що одержана при розробці даного плану, «обернена» до усунутої ентропії інформаційного об'єкта  $X$  –

$$IS\{\Pi(X)\} = -HS\{\Pi(X)\}. \quad (19)$$

Нехай евристикою для значень апріорних значень ймовірності при плануванні є припущення про «рівну ймовірність» призначень кожного засобу  $k$ -го виду на будь-який із  $n$  об'єктів застосування; це означає, що –

$$\|p_{ij} = \frac{1}{n}\|_{m(k) \times n}, \quad \|q_{ij} = \frac{n-1}{n}\|_{m(k) \times n}, \quad (20)$$

ентропія плану призначень «однорідних» засобів  $k$ -го виду –

$$\begin{aligned} HS\{\Pi(X_k)\} &= \sum_{i=1}^{m(k)} \sum_{j=1}^n \left\{ \frac{1}{n} \times \log_2 \frac{1}{n} + \frac{n-1}{n} \times \log_2 \frac{n-1}{n} \right\} = \\ &= m(k) \times \left\{ \log_2 \frac{1}{n} + (n-1) \times \log_2 \frac{(n-1)}{n} \right\} \end{aligned} \quad (21)$$

і ентропія плану призначень усіх різномірних засобів –

$$HS\{\Pi(X_k, k = \overline{1, K})\} = \sum_{k=1}^K HS\{\Pi(X_k)\}. \quad (22)$$

Нехай евристикою при плануванні призначень кожного засобу  $k$ -го виду є «пропорційність» апріорних значень імовірності відносної о.-т.в. об'єктів застосування; це означає, що

$$\left\| p_{ij} = \frac{c_j}{cs} \right\|_{m(k) \times n}, \quad \left\| q_{ij} = \frac{cs - c_j}{cs} \right\|_{m(k) \times n}, \quad (23)$$

ентропія плану призначень «однорідних» засобів  $k$ -го виду –

$$\begin{aligned} HS\{\Pi(X_k)\} &= \sum_{i=1}^{m(k)} \sum_{j=1}^n \left\{ \frac{c_j}{cs} \times \log_2 \frac{c_j}{cs} + \frac{cs - c_j}{cs} \times \log_2 \frac{cs - c_j}{cs} \right\} = \\ &= \frac{m(k)}{cs} \times \sum_{j=1}^n \left\{ c_j \times \log_2 \frac{c_j}{cs} + (cs - c_j) \times \log_2 \frac{(cs - c_j)}{cs} \right\}. \end{aligned} \quad (24)$$

Повна ентропія плану призначень усіх різномірних засобів при цьому також обчислюється по формулі (22).

Нехай евристикою при плануванні призначень кожного засобу  $k$ -го виду є «пропорційність» апріорних значень імовірності відносно значенню компонент плану розподілу засобів по об'єктах застосування  $X_k$ ; це означає, що

$$\left\| p_{ij} = \frac{x_j}{m(k)} \right\|_{m(k) \times n}, \quad \left\| q_{ij} = \frac{m(k) - x_j}{m(k)} \right\|_{m(k) \times n}, \quad (25)$$

ентропія плану призначень «однорідних» засобів  $k$ -го виду

$$\begin{aligned} HS\{\Pi(X_k)\} &= \sum_{i=1}^{m(k)} \sum_{j=1}^n \left\{ \frac{x_j}{m(k)} \times \log_2 \frac{x_j}{m(k)} + \frac{m(k) - x_j}{m(k)} \times \log_2 \frac{m(k) - x_j}{m(k)} \right\} = \\ &= \sum_{j=1}^n \left\{ x_j \times \log_2 \frac{x_j}{m(k)} + (m(k) - x_j) \times \log_2 \frac{m(k) - x_j}{m(k)} \right\}. \end{aligned} \quad (26)$$

Повна ентропія плану «призначень» усіх різномірних засобів при цьому також обчислюється по формулі (22).

Оскільки «групова» продуктивність сил СУ при плануванні призначень є функцією їх чисельного складу і часу застосування –  $ai(yi, t)$ , то об'єм одержаної інформації і тривалість виконання завдання при плануванні пов'язані інтегральним рівнянням

$$IS = \int_0^{TI} ai(yi, t) \times dt \approx ai(1) \times YI \times TI \text{ [од. інформації]}, \quad (27)$$

де  $ai(1)$  – питома (для 1 р.о.) продуктивність сил при виконанні завдань планування;

$YI$  – чисельний склад сил СУ;

$TI$  – час роботи сил СУ при плануванні операції.

Тоді «трудовитрати» сил СУ при плануванні можна визначити

$$RI(X) = \{IS(X) / ai(1)\} = \{YI \times TI\} [\text{од.сил} \times \text{од. часу}], \quad (28)$$

тобто дорівнюють трудомісткості завдання по розробці плану «призначень» відповідно до плану «розподілу» засобів по об'єктах застосування.

Якщо «ефектом» для СУ вважати кількість інформації для розробленого силами СУ плану «призначень», то ефективність СУ, як мера продуктивності затрат сил СУ по створенню системного «ефекту»

$$EI = IS / RI = ai(1), \quad (29)$$

тобто визначається тільки питомою продуктивністю сил СУ по створенню нормативної кількості інформації «типового» плану і не залежить від «якості» планування – ступеню його «близькості» до оптимального планування.

При нормативній кількості інформації (од.інформації – біт) «типових» планів призначень найкращим з них для реалізації є той, для якого бойова ефективність військ (сил) максимальна; це означає, що «ефектом» для СУ є не кількість інформації плану, а її цінність як міра ефективності реалізації даного плану військами (силами) в операції. Таким чином, кількісна міра ефективності СУ оцінюється співвідношенням бойової ефективності плану розподілу  $ES$  (по виконанню силами БС бойових завдань плану призначень по застосуванню засобів) і кількості інформації на його розробку («трудовитратами сил»  $RI$ ) СУ

$$EI = ES(IS) / RI(IS) = \{ WS[X^o(IS)] / NS \} / \{ NI \times TI \}, \quad (30)$$

де  $IS$  – кількість інформації, що містить план «призначень»;

$NI$  – склад «сил» органів планування СУ;

$TI$  – витрати часу на розробку силами СУ плану призначень.

Розглянемо простий чисельний приклад.

Нехай на етапі організаційного управління «бойовою» системою) «силами» органів її системи управління необхідно розробити план «розподілу»  $NS=6$  розрахункових одиниць (р.е.) однорідних засобів по  $MS=2$  різнорідним об'єктам огневого ураження і відповідний план «призначень» цих засобів ( $z1-z6$ ) по об'єктах ( $o1,o2$ ) для постановки бойових завдань силам по застосуванню засобів.

Планом розподілу буде вектор

$$X(NS) = \langle x_1, x_2 \rangle, \quad (x_1 + x_2) = NS, \quad (31)$$

де  $x_1$  – кількість (р.е.) засобів из  $NS$ , призначених на 1-й об'єкт;

$x_2$  – кількість (р.е.) засобів из  $NS$ , призначених на 2-й об'єкт.

Оскільки кожна компонента плану може приймати значення

$$0 \leq x_1 \leq NS, \quad x_2 = (NS - x_1), \quad (32)$$

то повна множина  $\{X\}$  «припустимих» планів розподілу(з урахуванням обмежень задачі) складе, очевидно (табл.2)

Таблиця 2

$\{X\}$	$X1$	$X2$	$X3$	$X4$	$X5$	$X6$	$X7$
$X=(x_1,x_2)$	(6,0)	(5,1)	(4,2)	(3,3)	(2,4)	(1,5)	(0,6)

Можливий план «призначень» засобів ( $z1-z6$ ) з урахуванням їх «спеціалізацій» по об'єктах ( $o1,o2$ ), як деталізація, наприклад, плану розподілу  $X4$ , завдається табл. 3.

Таблиця 3

номер засоби	$z_1$	$z_2$	$z_3$	$z_4$	$z_5$	$z_6$
номер об'єкта	$o_1$	$o_2$	$o_1$	$o_2$	$o_1$	$o_2$

Нехай об'єкти застосування засобів завдані своїми функціями «ефект-витрати» (табл. 4)

Таблиця 4

Табл.3	$x=0$	$x=1$	$x=2$	$x=3$	$x=4$	$x=5$	$x=6$
$w_1(x_1)$	0.0	20	30	70	90	98	100
$w_2(x_2)$	0.0	30	50	63	69	70	70

Звернемо увагу на те, що для об'єктів застосування існують такі значення аргументу функцій бойового ефекту, при яких значення функцій практично не зростає (аргументи «над-ураження»); дані крайні (асимптотичні) значення функцій ефекту дорівнюють «важливості» даних об'єктів – це  $w_1(6)=c_1=100$  і  $w_2(5)=c_2=70$  (виділені сірим кольором). Сумарна «важливість» системи об'єктів, таким чином, складає

$$CS = c_1 + c_2 = 100 + 70 = 170 \text{ [од.важливості]}. \quad (33)$$

Очевидно, з множини планів розподілу (табл. 1) тому слід перевірити на сумарний ефект тільки плани, що задовольняють аргументам в межах значень «до над-ураження»

$$0 \leq x_1 \leq 5; 0 \leq x_2 \leq 4. \quad (34)$$

Припускаємо, що оскільки при «евристичному» розподілу (по «о.-т.-в.») кожна р.е. засобів  $z_i, i = \overline{1, NS}$  (в нашому прикладі  $z_1-z_6$ ) може бути призначена на один з об'єктів  $o_j, j = \overline{1, MS}$  (в нашому прикладі  $o_1$  чи  $o_2$ ) з апіорною ймовірністю, пропорційною його відносній важливості (достатньо логічна «евристика» способу розподілу)

$$p_i^{(1)} = c_1/CS = 100/170 = 0.588, \quad p_i^{(2)} = c_2/CS = 70/170 = 0.412, \quad i = \overline{1, NS}, \quad (35)$$

то кількість інформації (об'єм роботи сил СУ при плануванні) для можливого плану призначень формально буде дорівнювати

$$IS(ZS) = -\sum_{i=1}^{NS} \{p_i^{(1)} \times \log_2 p_i^{(1)} + p_i^{(2)} \times \log_2 p_i^{(2)}\} = \\ -6 \times \{(0.588) \times \log_2(0.588) + (0.412) \times \log_2(0.412)\} = 5.864 \text{ [од.інф.]} \quad (36)$$

Але даний показник роботи СУ (об'єм інформації бойових завдань) не може бути оцінкою кінцевого результату управління, бо не гарантує максимальної ефективності застосування засобів по призначеній системі об'єктів, що і є основним призначенням СУ. Дійсно, ефективність застосування засобів силами оцінюється співвідношенням «планового» рівня бойового ефекту і витрат засобів на його досягнення.

Таким образом, множина «доцільних» планів розподілу засобів по об'єктах складуть тільки плани X2-X5, які задовольняють обмеження (28), (30); «недоцільні» плани (виділені в таблиці 4 сірим кольором) із розгляду виключаються, і задача вирішується методом «скороченого перебору» (табл. 5).

Таблиця 5

$\{X(NS=6)\}$	$X1$	$X2$	<b><math>X3</math></b>	$X4$	$X5$	$X6$	$X7$
$X=(x_1, x_2)$	(6,0)	(5,1)	<b>(4,2)</b>	(3,3)	(2,4)	(1,5)	(0,6)
$WS(X)=w_1(x_1)+w_2(x_2)$	100	128	<b>140</b>	133	99	90	70
$k=WS(X)/CS$	0.588	0.752	<b>0.823</b>	0.782	0.582	0.529	0.418

Як показує табл. 5, на множині доцільних планів, «рівноцінних» по кількості потрібної інформації (6), існує план  $X3 = \langle 4,2 \rangle$ , що переважає інші по рівню «системного» бойового ефекту  $WS(X3)=140$  і коефіцієнту «ураження»  $k=0.823$ ; це – оптимальний план розподілу (виділений жирним шрифтом), ефективність котрого, як продуктивність засобів по створенню ефекту, максимальна

$$ES(X^o) = WS(X^o) / NS = 140 / 6 = 23.33 \text{ [од.бойового ефекту/од.засобів]}. \quad (37)$$

Припускаємо, що оскільки при «оптимальному розподілу (по  $X^o$ ) кожна р.о. засобів  $z_i, i = \overline{1, NS}$  (в нашому прикладі  $z_1-z_6$ ) може бути призначена на один з об'єктів  $o_j, j = \overline{1, MS}$  (в нашому прикладі  $o_1$  чи  $o_2$ ) з апіорною ймовірністю, що пропорційна його відносній «кількості» засобів оптимального плану розподілу

$$p_i^{(1)} = x_1^o / NS = 4 / 6 = 0.667, \quad p_i^{(2)} = x_2^o / NS = 2 / 6 = 0.333, \quad i = \overline{1, NS}, \quad (38)$$

то кількість інформації (об'єм роботи сил СУ при плануванні) для можливого плану призначень формально буде дорівнювати

$$IS(ZS) = - \sum_{i=1}^{NS} \{ p_i^{(1)} \times \log_2 p_i^{(1)} + p_i^{(2)} \times \log_2 p_i^{(2)} \} =$$

$$-6 \times \{ (0.667) \times \log_2 (0.667) + (0.333) \times \log_2 (0.333) \} = 5.508 \text{ [од.інф.]}, \quad (39)$$

що істотно знижує трудовитрати на планування в порівнянні з (36). Саме даний план «розподілу»  $X3$  повинен бути основою плану «призначень» (табл.5) засобів по об'єктах застосування (бойових завдань силам)

Таблиця 5

Приклад оптимального плану «призначень» засобів по об'єктах

номер засобу	$z_1$	$z_2$	$z_3$	$z_4$	$z_5$	$z_6$
номер об'єкта	<b><math>o_1</math></b>	<b><math>o_2</math></b>	<b><math>o_1</math></b>	<b><math>o_1</math></b>	<b><math>o_2</math></b>	<b><math>o_1</math></b>

Нехай питома продуктивність роботи 1 р.е. сил СУ при плануванні

$$ai(1) = 1 \text{ [од.інф./од. часу]}. \quad (40)$$

Знайдемо за формулою (30) ефективність СУ при плануванні «призначень» засобів (бойових завдань силам) БС для даного чисельного прикладу, котра буде максимальною завдяки (37): для евристики «пропорційність о.-т.в.»

$$EI = ES / RI = 23.33 / \{ 5.864 / 1 \} = 3.678$$

$$\text{[ед.ефективності засобів/ед.трудозатрат сил СУ]}. \quad (41)$$

для евристики «пропорційність оптимуму»

$$EI = ES / RI = 23.33 / \{5.508 / I\} = 4.236$$

[ед.ефективності засобів/ед.трудозатрат сил СУ]. (42)

Таким чином, планування призначень по оптимальному плану розподілу  $X^0$  максимізує ефективність СУ.

**Висновки.** Системи управління є «засобом» забезпечення керівної діяльності командувача угрупованням військ (сил) і призначена для підвищення ефективності даної БС по фактору «управління». Тому ефективність СУ, як «інформаційного середовища» БС, не є просто її «внутрішньою» характеристикою і визначається не «кількістю», а виключно «цінністю» інформації бойових завдань військам (силам), виконання яких і породжує в цілому відповідний рівень бойової ефективності військ (сил) БС в операції.

#### ЛІТЕРАТУРА:

1. Алтухов В.П. Основы управления войсками. Москва, Воениздат, 1984.
2. Шарий В.І., Невольніченко А.І. Проблематика керування сферою воєнної безпеки. «Наука і оборона», №1, МО України, Київ, 2000.
3. Педченко Г.М., Невольніченко А.І., Шарий В.І. Воєнно-наукове забезпечення операцій військ (сил). Монографія. МО України, видання ВІ КНУ імені Тараса Шевченка, Київ, 2011.

Без рецензії.

д.військ.н., проф. Шарий В.І., к.т.н., с.н.с. Невольніченко А.І.,  
к.т.н., с.н.с. Кузьменко Г.Є.

#### ЭФФЕКТИВНОСТЬ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ВОЙСКАМИ (СИЛАМИ)

*Система управления (СУ) является «средством» обеспечения руководящей деятельности командующего группировки войск (сил) для повышения эффективности «боевой системы» (БС) по фактору «управления». Но существует актуальная проблема корректной оценки эффективности СУ в операции для решения задачи ее повышения. Эффективность СУ, как «информационной среды» БС, является её фундаментальной характеристикой и определяется не «количеством», а именно «ценностью» информации боевых заданий войскам (силам), выполнение которых и порождает в целом соответствующий уровень боевой эффективности БС «войска (силы)» в операции.*

*Ключевые слова: военная безопасность, оптимальное распределение, управление, боевая система.*

Sharyi V., Nevolnichenko A., Kuzmenko G.

#### SYSTEM EFFECTIVENESS OF MANAGEMENT OF ARMIES (FORCES)

*The control system (CS) is "means" of maintenance of supervising activity of the commander of grouping of armies (forces) for efficiency increase «fighting system» (FS) under the "management" factor. But there is an actual problem of a correct estimation of efficiency of the CS in operation for the decision of a problem of its increase. CS efficiency as FS «the information environment» is its fundamental characteristic and is defined not by "quantity", namely "value" of the information of fighting tasks to the armies (forces) which performance generates as a whole corresponding level of fighting FS efficiency «armies (force)» in operation.*

*Keywords: military security, optimum distribution, management, fighting system.*