УДК 519.816

д.т.н., проф. **Неділько С.М.** (КЛА НАУ)
Арделян В.В. (КЛА НАУ)
к.фіз.-м.н. **Мусієнко А.П.** (КНУ)

МАТЕМАТИЧНА ФОРМАЛІЗАЦІЯ ФУНКЦІОНАЛЬНОЇ СТІЙКОСТІ ПІЛОТАЖНО-НАВІГАЦІЙНОГО КОМПЛЕКСУ ПОВІТРЯНОГО СУДНА ПІД ЧАС ГОРИЗОНТАЛЬНОГО ПОЛЬОТУ

В роботі показано, що при досліджені стійкості складних технічних систем в основному використовують динамічні системи, які описуються диференціальними рівняннями. Аналіз класичних визначень стійкості систем, описуваних диференціальними рівняннями, показав, що вони використовуються при дослідженні систем, у яких або випадковими факторами можна знехтувати, або вони носять характер «малої» перешкоди, як це має місце, наприклад, у багатьох системах автоматичного регулювання. Але в процесі управління повітряним судном звичайно можуть бути зовсім інші випадки.

Крім того, для складних технічних систем, що функціонують в умовах зовнішніх і внутрішніх збурювань, класичні поняття стійкості не дозволяють оцінити можливості системи по парируванню позаштатних ситуацій на структурному рівні. Показано, що нова властивість систем – функціональна стійкість доповнює основні положення класичної теорії стійкості для складних організаційних систем. Дано математичну формалізацію властивості функціональної стійкості пілотажно-навігаційного комплексу повітряного судна під час горизонтального польоту. Це визначення вимагає, щоб деяка властивість системи зберігалося в тому або іншому імовірнісному змісті на заздалегідь обраному інтервалі часу.

Одержала подальший розвиток існуюча концепція функціональної стійкості складних технічних систем, яка відрізняється від існуючих підходів запропонованою стратегією та принципами забезпечення властивості функціональної стійкості пілотажно-навігаційного комплексу повітряного судна.

Ключеві слова: пілотажно-навігаційний комплекс, повітряне судно, функціональна стійкість.

Вступ. В наш час постійно зростають вимоги до безпеки польотів. Відомо, що всі позаштатні ситуації на повітряних суднах розподіляються на складні, аварійні та катастрофічні. Відповідно до вимог Міжнародної організації цивільної авіації (ІКАО) імовірність виникнення на повітряному судні складної ситуації на одну годину польоту не повинна перевищувати 10^{-4}, аварійної ситуації – 10^{-6}, а катастрофічна ситуація – 10^{-7}. Статистика авіаційних катастроф та подій як в Україні, так ї в світі, для цивільної авіації, дозволяє зробити висновок про те, що найбільш поширеною причиною аварійності (від 60 до 80 %) є, так званий, людський чинник. Це пояснюється, переважно, обмеженими можливостями людини щодо управління складною технікою в екстрених ситуаціях.

Пілотажно-навігаційний комплекс (ПНК) – це комплекс бортового обладнання, що забезпечує вирішення завдань пілотування і навігації літака або вертольота (згідно з ГОСТ 22837 77).

Принцип побудови ПНК заснований на створенні резервованих і повністю контрольованих трактів, починаючи від датчиків інформації і закінчуючи виконавчими елементами, що забезпечує необхідну надійність й відмовостійкість та зниження впливу відмов на безпеку польотів. Для найбільш відповідальних, з точки зору безпеки, режимів система синтезується, як правило, троїрованою, а для менш відповідальних – дубльованою.

Функціональна стійкість ПНК – це властивість перебувати в стані працездатності, тобто виконувати необхідні функції протягом заданого інтервалу часу або наробітки в умовах відмов складових частин через зовнішні і внутрішні фактори. Показники функціональної стійкості характеризують результат її забезпечення шляхом перерозподілу існуючої надмірності або ресурсів у позаштатних ситуаціях [1-5].

Дослідження показали, що функціональна стійкість складної технічної системи поєднує властивості надійності (безвідмовності), відмовостійкості і живучості. Функціональна стійкість розглядається, як властивість системи успішно завершити завдання при регламентованому числі змін в стані самої системи, тобто зберегти її працездатність після прояву припустимого числа відмов і зовнішніх збурювань [6]. Реалізація функціональної стійкості досягається за рахунок використання у складній технічній системі різних уже існуючих видів надмірності (інформаційної, функціональної, структурної, часової, навантажувальної та ін.) шляхом перерозподілу ресурсів з метою парирування наслідків позаштатних ситуацій. Принциповим є те, що на етапі проектування не повинна вводитися додаткова надмірність, а парирування наслідків позаштатних ситуацій здійснюється перерозподілом уже існуючих ресурсів. Проблема полягає у виявленні вже наявної надмірності та формуванні сигналів у потрібний момент на її перерозподіл. У цьому є основна відмінність задачі забезпечення функціональної стійкості від задачі побудови структурно надмірних систем.

Варто зазначити, що не всяка система може мати властивість функціональної стійкості, а саме, якщо немає надмірності, то нема чим і управляти при парируванні наслідків позаштатних ситуацій, значить навіть потенційно неможливо забезпечити цю властивість. Виникає логічне запитання про наявність зазначених видів надмірності в ПНК повітряного судна, а також про її кількісну оцінку.

Постановка наукового завдання. В сучасних умовах гостро постає завдання забезпечення властивості функціональної стійкості процесів навігації та управління рухом повітряного судна під час горизонтального польоту. Для вирішення даного завдання в роботі проведено математичну формалізація функціональної стійкості пілотажно-навігаційного комплексу повітряного судна під час горизонтального польоту.

Аналіз останніх досліджень і публікацій, в яких започатковано вирішення даної проблеми та на які опираються автори. Дослідження існуючих науково-обґрунтованих підходів підвищення ефективності складних технічних систем дозволили зробити висновок про формування, за останні роки, нового пріоритетного підходу, пов'язаного із забезпеченням системі властивості функціональної стійкості. Розробці теорії функціональної стійкості авіаційних комплексів присвячені роботи Баранова Г.Л., Машкова О.А., Артюшина Л.М., Барабаша О.В., Кравченка Ю.В., Неділька С.М. та інших [1 - 3, 7].

Аналіз показав, що будь-який літальний апарат, як складна технічна система може бути охарактеризований різними властивостями. Якщо розглядати його як засіб транспортування різних вантажів та пасажирів, то особлива увага концентрується на таких даних повітряного судна, як дальність польоту, вантажопідйомність, маневреність, ресурс та ін. Ці дані представляють собою льотно-технічні характеристики. З іншого боку, повітряне судно необхідно розглядати і оцінювати як об'єкт управління. При цьому для повітряного судна, що пілотуються, визначаються простота і зручність пілотування або управління рухом, можливість ефективного виконання польотного завдання, безпека польоту та ін. Указані властивості суть пілотажні характеристики повітряного судна (ПС). Безумовно, що покращення льотно-технічних і пілотажних характеристик ПС тісно пов'язано з прогресом авіаційної техніки.

Аналіз показав, що існуючі підходи до побудови та проектування ПНК не повною мірою забезпечують сучасним вимогам безпеки польотів. Зміни льотно-технічних характеристик ПС, розвиток авіаційної техніки характеризуються розширенням багатомірних експлуатаційних областей в просторах станів з одно часовим підвищенням надійності, точності та безпеки виконання польотів, що вимагає при проектуванні ПНК нового підходу. Характерною рисою такого підходу є комплексна розробка, що дозволяє спочатку проектувати структуру системи в цілому, а потім уже виконувати технічне проектування окремих складових елементів і пристроїв, параметри яких повинні задовольняти вимогам до системи. Складність системи, наявність багатьох перехресних зв'язків між підсистемами породжує такі властивості системи в цілому, які не визначаються відомими властивостями окремих елементів. Тому відомо, що складна система, створена з окремих елементів, можливо, навіть оптимально побудованих, може бути неоптимальною в цілому й навпаки [2].

Склад ПНК повинен оптимізуватися за єдиним критерієм або комплексом критеріїв, що характеризують і показують якість функціонування по виконанню основних поставлених перед комплексом задач і техніко-економічних та експлуатаційних вимог до нього. Відомо, що особливістю розвитку сучасних авіаційних комплексів є оптимізація їх характеристик за критерієм ефективності. За визначенням оптимізація означає відшукання найкращого варіанта, а для її здійснення необхідно мати критерій, який характеризує ефект від створення і використання техніки. Цей критерій повинен дозволяти оцінити і порівняти всі наслідки створення і використання техніки, які проявляються в техніко-економічних характеристиках комплексів. Вибір критерію оцінки оптимальності набуває особливої актуальності при застосуванні пілотажно-навігаційного комплексу повітряного судна під час горизонтального польоту.

Кількісно критерії порівняння варіантів технічних рішень, що застосовуються в процесі створення та експлуатації, визначають через показники ефективності. Ці показники, зазвичай, виражають як позитивні, так і негативні властивості і дозволяють якоюсь мірою судити про ефективність техніки в широкому змісті. Поряд із широким тлумаченням терміна «ефективність» застосовується і більш вузьке, коли під ефективністю розуміється тільки позитивний, зазвичай, технічний результат. В ряді робіт при порівнянні варіантів технічних рішень застосовуються комплексні показники, наприклад, «ефективність – вартість» або «ефективність – вартість – час» [5, 7].

Аналіз показав, що структура комплексних показників досить різноманітна і вони можуть містити в собі, крім міри відповідності своєму призначенню, вартість та інші, різні за своїм змістом показники, тому найбільш часто ефективність визначається як міра доцільності вибору того або іншого технічного рішення, що визначає характеристики технічної системи при проектуванні, або методу її застосування при експлуатації. Інакше кажучи, під ефективністю складної авіаційної людино-машинної системи, як правило, розуміють ступінь її пристосованості виконувати ті функції, заради яких вона створена. Показниками ефективності можуть служити різні за характером величини. Вибір показника визначається пріоритетом цілей створення системи. При створенні системи намагаються врахувати, за можливістю, всі критерії ефективності. Розмаїття критеріїв часто приводить до протиріччя між ними. У цьому випадку рішення, що задовольняє всім критеріям, є компромісним варіантом.

За стратегією забезпечення функціональної стійкості професора Машкова О.А., яка отримала подальший розвиток в роботах професорів Кравченка Ю.В., Неділька С.М. та Барабаша О.В., парирування наслідків зовнішніх впливів, передбачених умовами, здійснюється в 3 етапи: виявлення; розпізнавання; парирування [3]. Виявлення залежить в основному від ступеня виразності так званого приваблюючого ефекту. При добре вираженому приваблюючому ефекті ситуація відразу звертає на себе увагу. Відмови із середнім приваблюючим ефектом виявляються, як правило, шляхом порівняння заданих параметрів, що характеризують рух, і поточних параметрів. Наприклад, відмова датчика первинної інформації в контурі управління, в результаті чого змінюється траєкторія літального апарата. Відмови з низьким приваблюючим ефектом виявляються тільки шляхом порівняння стану декількох вимірювальних, обчислювальних, виконавчих систем. Процес розпізнавання відмов визначається наявністю або відсутністю конкретної інформації про їх виникнення. Етап парирування наслідків позаштатних ситуацій полягає у формуванні та впливі на систему так званого відновлюючого управління. Під відновлюючим управлінням розуміється управління, що парирує наслідки відмов, збоїв, руйнувань, а також впливів інших зовнішніх дестабілізуючих чинників, передбачених умовами, з метою збереження, хоч і з деяким погіршенням, основних функцій системи шляхом перерозподілу надмірності [3].

Існує достатньо багато визначень терміна «стійкість». В залежності від розв'язуваної задачі, від призначення системи застосовуються різні варіанти понять стійкості – стійкість по Ляпунову, стійкість по ймовірності, практична стійкість, стійкість по Лагранжу, орбітальна стійкість тощо. Важлива особливість стійкості полягає в тому, що це поняття ставиться не до розглянутого фізичного об'єкта, а тільки до якої-небудь його властивості. Так, система може бути стійка стосовно деяких збурювань у змісті одного визначення і нестійка в змісті іншого визначення. Для різних систем і різних визначень розроблено досить багато методів аналізу стійкості. До основних з них можна віднести: методи Ляпунова, Вишнеградського, Рауса-Гурвіця, Михайлова, Найквіста, Ципкіна, Попова та інші. В класичній теорії стійкості розроблені критерії й ознаки, за якими можна встановити факт стійкості системи.

Аналіз літератури показав, що при рішенні задач структурного і параметричного синтезу широко використовується поняття стійкості. При цьому, крім установлення факту стійкості, визначається запас стійкості відповідно до конкретної ознаки, а також області стійкості у фазовому просторі параметрів системи. Однак аналіз різних понять стійкості, методів визначення стійкості показав, що класична теорія стійкості оперує в основному з динамічними системами, які описуються системою диференціальних рівнянь у різних модифікаціях: лінійні, нелінійні, цифрові, стохастичні, адаптивні, оптимальні та інші системи. Проблема визначення стійкості складних організаційних систем, до класу яких відноситься ПНК, на сьогоднішній день залишається вирішеною не повністю. Місце функціональної стійкості в системі властивостей складних технічних систем, таких як надійність, живучість і відмовостійкість (рис. 1) визначено в роботі [2]. Аналіз даної роботи дозволив підкреслити, що:

сутність надійності системи в збереженні у часі та встановлених межах значень всіх параметрів, що характеризують здатність виконувати необхідні функції в заданих режимах та умовах застосування, технічного обслуговування і транспортування при експлуатаційних відмовах, викликаних фізичним старінням, конструктивно-виробничими недоліками; надійність забезпечується застосуванням високонадійної елементної бази і системи технічного обслуговування;

сутність відмовостійкості – у збереженні працездатності системи в цілому із заданою якістю при експлуатаційних відмовах і збоях в елементах системи; відмовостійкість забезпечується застосуванням всіх видів резерву, можливістю деградації системи до заданого рівня;

сутність живучості – у здатності системи протидіяти зовнішнім впливам, зберігаючи обмежену працездатність; живучість забезпечується заходами щодо захисту від зовнішніх та внутрішніх впливів;

сутність адаптивності – у збереженні якоїсь частини системи при зміні множини параметрів, що дозволяє оптимальним чином досягти тієї мети, що була визначена.

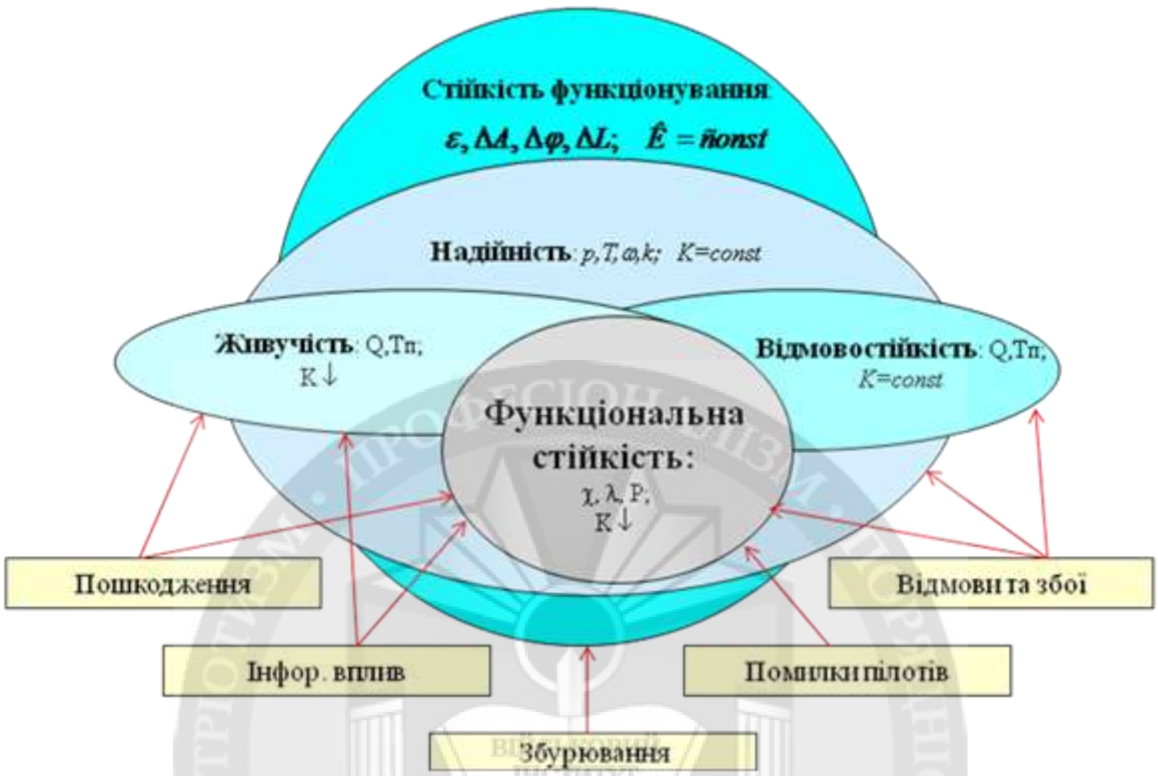

Рис. 1. Місце функціональної стійкості в системі властивостей складних технічних систем

На підставі проведеного аналізу виявлено існування протиріч між вимогами до системи автоматичного управління повітряного судна: між вимогою до підвищення ефективності пілотажно-навігаційного комплексу, що потребує додаткових витрат та вимогою на зменшення витрат на створення ПНК повітряного судна; між вимогою на зменшення часу на створення ПНК, що знижує ефективність системи, та вимогою до збільшення ефективності ПНК. Дану суперечливу ситуацію можна вирішити шляхом забезпечення властивості функціональної стійкості пілотажно-навігаційного комплексу повітряного судна під час горизонтального польоту умовах зовнішніх та внутрішніх дестабілізуючих впливів. Проте для розв’язання поставленого завдання спочатку необхідно провести математичну формалізація функціональної стійкості пілотажно-навігаційного комплексу повітряного судна під час горизонтального польоту.

Виклад основного матеріалу дослідження. В системному аналізі після чіткого формування проблеми, накопичення необхідної інформації за темою приступають до етапу побудови моделі системи. Математична формалізація властивості функціональної стійкості ПНК повітряного судна – важливий науково-обгрунтований крок розв’язання наукового завдання забезпечення функціональної стійкості ПНК. Для аналізу стійкості логічно по-перше розглянути динамічні системи, математичними моделями, яких є системи звичайних диференціальних рівнянь. В наукової літературі є множина різних визначень стійкості, що відображують ті або інші особливості поведінки траєкторій і потребуючих різних бажаних властивостей рішень, або цілих сукупностей рішень.

Проаналізуємо визначення стійкості по Ляпунову А.М., а також деякі його модифікації. Для множини об'єктів та процесів математичною моделлю є система звичайних диференціальних рівнянь в *n*-мірному евклідовому просторі E^n, а саме, $\dot{x} = F(x,t)$, для якої в деякій області $\Omega \subset E^n$ виконані умови існування й одиничності рішення. Як правило, вважають, що Ω збігається з усім простором E^n. Проаналізуємо рішення системи $\dot{x} = F(x,t)$, що починаються в момент $t_0 = 0$. Позначимо метрику простору E^n, через ρ, а через $x(t, x_0)$, $t_0 \geq 0$, – рішення системи $\dot{x} = F(x,t)$, з початковою умовою $\dot{x} = F(x,t)$, $x(0) = x_0$.

Рішення (незбурене) $x(t, x_0)$ системи $\dot{x} = F(x,t)$, стійко по Ляпунову, якщо для всякого θ>0 існує таке ε(θ)>0, що при будь-якому x_0', що задовольняє умові $\rho(x_0, x_0') < \varepsilon$, справедливо $\rho[x(t, x_0), x(t,x'_0)]<\theta$ при всіх $t \geq 0$.

Якщо додатково до стійкості по Ляпунову вимагати, щоб

$$\lim_{t\to\infty} \rho\left[x(t,x_0), x(t,x_0')\right] = 0$$

для рішень, що згадуються у визначенні стійкості по Ляпунову, то одержимо визначення асимптотичної стійкості. Асимптотична стійкість, крім безперервності, вимагає, щоб «збурена» траєкторія при $t\to\infty$ прагнула до метрики ρ.

На практиці важливе значення мають не тільки чисто якісні висновки про існування стійкості, наприклад у змісті Ляпунова, але й характер залежності функції

$$\sup_t \varDelta(t) \equiv \sup_t \rho\left[x(t,z_0), x(t,x_0)\right]$$

від δ, а для асимптотичної стійкості – порядок убування функції $\Delta(t)$. Тому існують й інші формулювання стійкості.

Рішення $x(t, x_0)$ стійко, якщо існує таке число $\varepsilon_0 > 0$, що для будь-якого $\delta \leq \delta_0$ і всякого z_0', за умови $\rho(x_0', x_0) < \varepsilon$, при всіх $t \geq 0$ виконується нерівність

$$\rho\left[(t,x_0), x(t,x'_0)\right] < \theta(\varepsilon),$$

де функція $\theta(\varepsilon)$ належить заданому сімейству функцій L. $\forall\varepsilon \Rightarrow \theta(\varepsilon)\geq\varepsilon$.

Відомо що, якщо в якості L вибрати сімейство всіх таких функцій $\theta(\varepsilon)$, $0<\varepsilon\leq\varepsilon_0$, при $\theta(\varepsilon)\to0$ при $\varepsilon\to0$, то одержимо визначення стійкості по Ляпунову. У якості L може бути обране сімейство функцій, що мають вид $O(\varepsilon)$. Інший приклад доставляють функції $\theta(\varepsilon)$, що задовольняють умові $\theta(\varepsilon)\leq K\varepsilon^{\alpha}$, де $K \geq 0$ і $0 < \alpha \leq 1$– деякі константи. Подібним чином для асимптотичної стійкості можна обміркувати характер прагнення функції $\Delta(t)\to0$. Тому існують такі терміни, як експонентна стійкість, гармонійна стійкість та ін.

Проаналізуємо модель $\dot{x} = F(x,t) + R(x,t)$. Рішення $x(t, x_0)$ системи $\dot{x} = F(x,t)$, стійко при постійно діючих збурюваннях, якщо $\forall$ θ>0 $\exists$ $\varepsilon_1(\theta)>0$ і $\varepsilon_2(\theta)>0$ такі, що при будь-якому початковому стані z' і функції $R(z,t)$, що задовольняють умовам:

1) $\rho(x_0', x_0) < \varepsilon_1(\theta)$;

2) $\rho\left[R(x,t),0\right] < \varepsilon_2(\theta)$, при $t \geq 0$, $\rho\left[x, x(t,x_0)\right] < \theta$, має місце $\rho\left[x^*(t,z_0'), x(t,x_0)\right] < \theta$ при всіх $t \geq 0$, де $x^*(t,z_0')$ – рішення системи $\dot{x} = F(x,t) + R(x,t)$. з початковим станом z_0'.

На відміну від визначення Ляпунова у даному визначенні, де порівнювалися два рішення однієї й тієї ж системи рівнянь, порівнюються рішення різних систем. Розглянутий випадок являє характерний приклад дії збурювань на параметри системи, що не є числовими. В загалі, у визначенні стійкості при постійно діючих збурюваннях передбачається, що збуреними параметрами є крапки фазового простору. При цьому обмеження на збурювання задаються умовами

1) $\rho(x_0', x_0) < \varepsilon_1(\theta)$;

2) $\rho\left[R(x,t),0\right] < \varepsilon_2(\theta)$ (при $t \geq 0$), $\rho\left[x, x(t,x_0)\right] < \theta$ і наведеними у визначенні.

Схожою по постановці є задача про стійкість при параметричних збурюваннях. Для неї права частина системи $\dot{x} = F\left(x,t\right)$, залежить від деяких числових параметрів і параметрів, що мають функціональну природу, а вид припустимих збурювань, що діють на параметри системи, визначає сімейство «збурених» функцій F.

Прийнято вважати, що система стійка по Лагранжу говорять, якщо всі рішення системи $\dot{x} = F\left(x,t\right)$, обмежені при $t \geq 0$. Отже, стійкість по Лагранжу можна інтерпретувати, як збереження властивості траєкторій перебувати в обмеженій частині фазового простору при дії збурювань довільної величини на початкові стани. Рішення системи $\dot{x} = F\left(x,t\right)$, гранично обмежені, якщо існує така обмежена множина Q у фазовому просторі системи, що для будь-якого початкового стану x_0 існує число $T(x_0)$, для якого справедливо $x(t,x_0) \in Q$ при всіх $t \geq T(x_0)$. Тому при граничній обмеженості всі траєкторії системи $\dot{x} = F\left(x,t\right)$, попадають у множину Q.

Аналізуючи поводження систем на кінцевому інтервалі часу, перейдемо до формулювання практичної стійкості. Розглянемо систему $\dot{x} = F\left(x,t\right) + R\left(x,t\right)$. У фазовому просторі системи виберемо множину Q. Виберемо число $T \leq \infty$ і множину Q_0 у просторі початкових станів системи. Зафіксуємо деяке сімейство P функцій $R(x,t)$, наприклад,

$$P = \{R(x,t)\colon \rho[R(x,t),0] < \varepsilon;\ t < T,\ x \in E^n\},$$

де $\varepsilon > 0$ – фіксоване число. Система має практичну стійкість або стійкістю відносно (Q, Q_0, P, T), якщо $\forall\ x_0 \in Q_0$ і $\{R(x,t)\} \in P$ справедливо $x(y,x_0) \in Q$ при $t < T$.

Із цього слідує, що множина Q є множиною припустимих станів системи, множина Q_0 є множиною припустимих початкових станів, а сімейство P визначає припустимі постійно діючі збурювання. Визначення має сенс як при кінцевих, так і при нескінченних значеннях T. У загальному випадку доцільно не задавати множин Q_0 і P, і задати одну підмножину $\bar{Q}_0$ припустимих значень параметрів у множині параметрів системи, що збурюють.

Проаналізуємо математичну модель системи виду

$$\dot{x} = F\left(x,t\right) + \sigma\left(x,t\right) \cdot \zeta\left(t\right),$$

де $\sigma(x,t)$ – матриця з елементами $\sigma_{ij}(x,t)$; $\zeta(t)$ – векторний випадковий процес, називаний білим шумом. Позначимо $\|\sigma\| = \sup\limits_{x,t} \left(\sum\limits_{i,j \geq 1} \sigma_{ij}^2\left(x,t\right) \right)^{1/2}$. Рішення $x(t,z_0)$ системи $\dot{x} = F\left(x,t\right)$, слабо стійке щодо випадкових збурювань, якщо для будь-яких $\varepsilon > 0$ і $\gamma > 0$ існують ε^*, $c > 0$ такі, що при всіх $t \in [0,\infty)$, $\rho(x_0, x'_0) < \varepsilon^*$, $\varepsilon^* < c$ має місце $P\left\{\rho\left[\left(t, x_0\right), z^*\left(t, x'_0\right)\right] < \gamma\right\} > 1 - \varepsilon$, де $x^*(t,x'_0)$ – рішення системи $\dot{x} = F\left(x,t\right) + \sigma\left(x,t\right) \cdot \zeta\left(t\right)$, з початковим станом x'_0. Дане визначення є імовірнісним аналогом стійкості при постійно діючих збурюваннях.

Таким чином, виконаний аналіз визначень стійкості для систем диференціальних рівнянь, дозволяє зробити висновок, що поняття стійкості по Ляпунову, асимптотичної стійкості та інші природно можуть бути узагальнені для систем більше загального виду.

Сформулюємо відмінності між стійкістю складних технічних систем і динамічних систем. Аналіз наведених понять і визначень стійкості систем, описуваних диференціальними рівняннями, показав, що вони використаються при дослідженні систем, у яких або випадкових факторах можна зневажити, або вони носять характер «малої» перешкоди, як це має місце, наприклад, у багатьох системах автоматичного регулювання. Зовсім інше положення виникає при дослідженні складних систем. Під складною системою розуміється сукупність взаємозалежних, у тому числі керованих підсистем, що виконують різні функції й можливо роз'єднаних у просторі та часі, об'єднаних загальною системою управління з метою координації спільного функціонування для оптимального рішення задач, поставлених перед системою.

Складна технічна система в цілому не піддається повному математичному опису, а якщо і вдається розробити математичну модель, то практично не вдається провести її аналітичне дослідження, як це можливо в теорії систем автоматичного управління [8]. Аналогічно тому, як розглядалися можливі постановки задач про стійкість для диференціальних рівнянь, розглянемо різні формулювання стійкості для складних систем.

В роботі [9] розглянута стійкість систем масового обслуговування (СМО). Надано визначення для СМО з очікуванням, на вхід якої надходить однорідний потік заявок. $W_n(t)$ – функція розподілу часу очікування n вимогою початку обслуговування. Випливаючи з [9], названо СМО:

1) функціонуючою стійко, якщо послідовність функцій розподілу $\{W_n(t)\}$ має межу при $n\to\infty$ власну функцію розподілу $W(t)$ у всіх точках безперервності ($W(t)$ називається власною функцією розподілу, якщо $W(\infty)=1$);

2) функціонуючою субстійко, якщо для послідовності $\{W_n(t)\}$ при всіх n і t виконується $W(t)\leq W_n(t)$, де $W(t)$ – власна функція розподілу;

3) функціонуючою нестійко, якщо не виконується властивість субстійкості.

З визначення слідує, що субстійкість є більш широким поняттям, чим стійкість. На практиці доцільніше розглядати не послідовність функцій розподілу $\{W_n(t)\}$, а послідовність деяких функціоналів від цих функцій $\{f(W_n)\}$, зокрема, у якості f можуть виступати моменти функцій W_n, значення функцій при фіксованій величині аргументу і т.д. При цьому під стійкістю можна розуміти, наприклад, обмеженість послідовності $\{f(W_n)\}$.

Дамо формалізоване визначення функціональної стійкості ПНК повітряного судна на основі теоретичного підходу. Отже, нехай внутрішній стан x розглянутої системи є елементом множини E^n, (фазового простору). Процес функціонування визначається законом зміни внутрішнього стану в часі. Будемо вважати, що функціонування системи визначається деяким набором параметрів α. Поняттю «параметр» дамо широкий зміст. Відповідно до цього α − елемент множини A, названого надалі множиною або простором параметрів. Таким чином, зміна внутрішнього стану в часі $x(t,\alpha)$ залежить від α. При цьому $t\in I$, де I − сукупність розглянутих моментів часу, тобто інтервал функціонування системи.

Дослідження показали що в загальному випадку функція часу $x(t,\alpha)$ є реалізацією деякого випадкового процесу. Як правило, якість роботи будь-якої системи оцінюється за допомогою функціоналів. Тому доцільно вважати, що на реалізаціях $x(t,\alpha)$ при будь-якому $\alpha\in A$ задане однопараметричне сімейство дійсних функціоналів $\left\{F_\tau = F_\tau\{x(t,\alpha), t\leq\tau, t,\tau\in I, \alpha\in A\right\}$, значення яких при фіксованому τ оцінює роботу системи до цього моменту. При фіксованому α і фіксованій реалізації $x(t,\alpha)$ функціонал F_τ є дійсною функцією часу $\tau\in I$.

Розглянемо множину D різних дійсних функцій з областю визначення I. Нехай β – сукупність деяких підмножин цієї множини. Аналогічно, для кожної множини $\beta\in B$ визначимо сукупність $\beta_\gamma(B)$ деяких підмножин B, обумовлену параметром γ. Фізичний зміст уведених понять наступний. Якщо дійсна функція належить одному із множин сукупності β, то це характеризує, основну властивість обраного визначення стійкості. Приналежність же одному з підмножин сукупності $\beta_\gamma(B)$ говорить про деякі додаткові властивості, що визначають особливість поняття стійкості. Нехай B – деяка множина функцій. Будемо позначати через B^t множину значень всіх функцій з B, розглянутих у точці t. Для подальшого зручно вважати, що в інтервал I входить фіктивна точка ∞.Тоді, якщо деяка реалізація $\{F_\tau, \tau \in I\}$ є елементом заздалегідь обраної множини B, тобто $\{F_\tau, \tau \in I\} \in B$, то по визначенню $F_\infty \in B^\infty$. Якщо ж $\{F_\tau, \tau \in I\} \notin B$, то $F_\infty \notin B^\infty$.Отже, можна сказати, що $\{F_\tau, \tau \in I\} \in B$ тоді і тільки тоді, коли $F_\infty \in B^\infty$. Аналогічно тому, як це робилося для множини D, нехай Λ – сукупність деяких підмножин множини параметрів A. Для кожної множини $A \in \Lambda$ знайдемо сукупність $\Lambda_\gamma(A)$ деяких його підмножин, також обумовлену параметром γ. Умовимося розрізняти два числа: a і $a-0$.

Таким чином, пілотажно-навігаційний комплекс повітряного судна є функціонально стійким відносно $(\beta, \{\beta_\gamma\}, \Lambda, \{\Lambda_\gamma\}, \varepsilon_0, F_\tau, T)$, де $-0 \le \varepsilon \le 1$ – деяке число, F_τ – обране однопараметричне сімейство функціоналів, T – деяка підмножина інтервалу функціонування I, якщо для будь-якої $\varepsilon > \varepsilon_0$ і будь-якої множини $B \in \beta$ можна знайти множину $A \in \Lambda$ таку, що для кожного $A_1 \in \Lambda_B(A)$ існує $B_1 \in \beta_{A_1}(B)$, що задовольняє при всіх $\tau \in T$ і $\alpha \in A_1$ нерівності $P\{F_\tau[x(t,\alpha), t \le \tau] \in B_{A_1}^\tau\} > 1-\varepsilon$.

В цьому визначенні як параметр для набору сукупностей $\{\Lambda_\gamma\}$ виступають множини B з β, а параметрами для $\{\beta_\gamma\}$ є множини з Λ_B. Це визначення вимагає, щоб деяка властивість системи зберігалася в тому або іншому імовірнісному змісті на заздалегідь обраному інтервалі часу. Множини із сукупності Λ вказують на характер припустимих збурювань. Якщо ж параметри змінюються в одній із множин сукупності $\Lambda_B(A)$, то з погляду поставленої задачі поводження системи повинне змінюватися незначно. Підмножина T, що характеризує інтервал часу, на якому досліджується стійкість, і сімейство функціоналів F_τ є неодмінними елементами будь-якого часткового визначення.

Висновки. Дослідження в галузі стійкості складних технічних систем показали, що існуюча теорія стійкості оперує в основному з динамічними системами, описуваними диференціальними рівняннями. Аналіз класичних визначень стійкості систем, описуваних диференціальними рівняннями, показав, що вони використовуються при дослідженні систем, у яких або випадковими факторами можна знехтувати, або вони носять характер «малої» перешкоди, як це має місце, наприклад, у багатьох системах автоматичного регулювання. Але в процесі управління повітряним судном звичайно можуть бути зовсім інші випадки. Крім того, що для складних технічних систем, що функціонують в умовах зовнішніх і внутрішніх збурювань класичні поняття стійкості не дозволяють оцінити можливості системи по парируванню позаштатних ситуацій на структурному рівні. Показано, що нова властивість систем – функціональна стійкість доповнює основні положення класичної теорії стійкості для складних організаційних систем. Дано математичну формалізацію властивості функціональної стійкості пілотажно-навігаційного комплексу повітряного судна під час горизонтального польоту. Це визначення вимагає, щоб деяка властивість системи зберігалося в тому або іншому імовірнісному змісті на заздалегідь обраному інтервалі часу.

Одержала подальший розвиток існуюча концепція функціональної стійкості складних технічних систем, яка відрізняється від існуючих підходів запропонованою стратегією та принципами забезпечення властивості функціональної стійкості пілотажно-навігаційного комплексу повітряного судна.

ЛІТЕРАТУРА:

1. V.A. Mashkov., O.V. Barabash "Self-Checking of Modular Systems under Random Performance of Elementary Checks" Engineering Simulation. – Amsterdam: OPA, 1995. Vol. 12. pp. 433-445.

2. V.A. Mashkov, O.V. Barabash "Self-Testing of Multimodule Systems Based on Optimal Check-Connection Structures" Engineering Simulation. – Amsterdam: OPA, 1996. Vol. 13. pp. 479-492.

3. Неділько С.М. Основи теорії функціональної стійкості автоматизованої системи управління повітряним рухом / С. М. Неділько. – Кіровоград: ДЛАУ, 2011. – 220 с.

4. V.A. Mashkov, O.V. Barabash "Self-checking and Self-diagnosis of Module Systems on the Principle of Walking Diagnostic Kernel" Engineering Simulation. – Amsterdam: OPA, 1998. Vol. 15. pp. 43-51.

5. V. Mashkov, J. Barilla, P. Simr "Applying Petri Nets to Modeling of Many-Core Processor Self-Testing when Tests are Performed Randomly". Journal of Electronic Testing Theory and Applications (JETTA), 2013, Volume 29, Issue 1, pp 25 – 34.

6. O.V. Barabash, D.M. Obidin, A.P. Musienko "Knowledge base model of intellectual control system of high-speed moving objects based on its verification", Information processing systems, № 5(121), Kharkiv, 2014, pp. 3 – 6.

7. Барабаш, О. В. Функціональна стійкість – властивість складних технічних систем [Текст] / О. В. Барабаш, Ю. В. Кравченко // Збірник наукових праць НАОУ. Бюл. №40. – К.: НАОУ, 2002. – С. 225 – 229.

8. O. Barabash, N. Lukova-Chuiko, A. Musienko, I. Salanda "Diagnostic Model of Wireless Sensor Network Based on Mutual Inspection of Network Elements", Proceedings of 14 International Conference the Experience of Designing and Application of Cad Systems in Microelectronics (CADSM 2017), 21-25 February, 2017, Polyana-Svalyava (Zakarpattya), Ukraine. – Lviv: Lviv Polytechnic National University, 2017. – P. 303 – 305.

9. Вентцель Е. С. Исследование операций: задачи, принципы, методология / Е. С. Вентцель. – М.: КноРус, 2010. – 192 с.

REFERENCES:

1. V.A. Mashkov., O.V. Barabash "Self-Checking of Modular Systems under Random Performance of Elementary Checks" Engineering Simulation. – Amsterdam: OPA, 1995. Vol. 12. pp. 433-445.

2. V.A. Mashkov, O.V. Barabash "Self-Testing of Multimodule Systems Based on Optimal Check-Connection Structures" Engineering Simulation. – Amsterdam: OPA, 1996. Vol. 13. pp. 479-492.

3. S.M. Nedil'ko (2011) Osnovy teorii' funkcional'noi' stijkosti avtomatyzo¬vanoi' systemy upravlinnja povitrjanym ruhom. *Kirovograd:* DLAU. 220 s.

4. V.A. Mashkov, O.V. Barabash "Self-checking and Self-diagnosis of Module Systems on the Principle of Walking Diagnostic Kernel" Engineering Simulation. – Amsterdam: OPA, 1998. Vol. 15. pp. 43-51.

5. V. Mashkov, J. Barilla, P. Simr "Applying Petri Nets to Modeling of Many-Core Processor Self-Testing when Tests are Performed Randomly". Journal of Electronic Testing Theory and Applications (JETTA), 2013, Volume 29, Issue 1, pp 25 – 34.

6. O.V. Barabash, D.M. Obidin, A.P. Musienko "Knowledge base model of intellectual control system of high-speed moving objects based on its verification", Information processing systems, № 5(121), Kharkiv, 2014, pp. 3 – 6.

7. Barabash, O., Kravchenko, Yu. (2002) Funktsionalna stiykist – vlastivist tehnichnih folding systems. *Zbirnyk naukovykh prats NAOU*. Biul. 40. K.: NAOU. 225 – 229.

8. O. Barabash, N. Lukova-Chuiko, A. Musienko, I. Salanda "Diagnostic Model of Wireless Sensor Network Based on Mutual Inspection of Network Elements", Proceedings of 14 International Conference the Experience of Designing and Application of Cad Systems in Microelectronics (CADSM 2017), 21-25 February, 2017, Polyana-Svalyava (Zakarpattya), Ukraine. – Lviv: Lviv Polytechnic National University, 2017. – P. 303 – 305.

9. Ventcel' E. S. (2010) Yssledovanye operacyj: zadachy, pryncypы, metodologyja. *M.*: *KnoRus.* 192 s.

Рецензент: д.т.н., доц., Боряк К.Ф., завідувач кафедри метрології та метрологічного забезпечення Одеської державної академії технічного регулювання та якості, директор науково-дослідного інституту проблем стандартизації, сертифікації та експериментальної метрології

д.т.н., проф. Неделько С.Н., Арделян В.В., к.ф-м.н. Мусиенко А.П.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФОРМАЛИЗАЦИЯ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ПИЛОТАЖНО-НАВИГАЦИОННОГО КОМПЛЕКСА ВОЗДУШНОГО СУДНА ПРИ ГОРИЗОНТАЛЬНОМ ПОЛЁТЕ

В работе показано, что при исследовании устойчивости сложных технических систем в основном используют динамические системы, описываемые дифференциальными уравнениями. Анализ классических определений устойчивости систем, описываемых дифференциальными уравнениями, показал, что они используются при исследовании систем, в которых или случайными факторами можно пренебречь, или они носят характер «малого» препятствия, как это имеет место, например, во многих системах автоматического регулирования. Но в процессе управления воздушным судном обычно могут быть совсем другие случаи.

Кроме того, для сложных технических систем, функционирующих в условиях внешних и внутренних возмущений, классические понятия устойчивости не позволяют оценить возможности системы по парирования нештатных ситуаций на структурном уровне. Показано, что новое свойство систем – функциональная устойчивость дополняет основные положения классической теории устойчивости для сложных организационных систем. Дано математическую формализацию свойства функциональной устойчивости пилотажно-навигационного комплекса воздушного судна во время горизонтального полета. Это определение требует, чтобы некоторое свойство системы сохранялось в той или иной вероятностном смысле на заранее выбранном интервале времени.

Получила дальнейшее развитие существующая концепция функциональной устойчивости сложных технических систем, которая отличается от существующих подходов предложенной стратегией и принципами обеспечения свойства функциональной устойчивости пилотажно-навигационного комплекса воздушного судна.

Ключевые слова: пилотажно-навигационный комплекс, воздушное судно, функциональная устойчивость.

Doctor of technical sciences, prof. Nedelko S.N., Ardelyan V.V., Ph.D. Musienko A.P.

MATHEMATICAL FORMALIZATION OF THE FUNCTIONAL STABILITY OF THE AIRCRAFT PILOTAGE-NAVIGATION COMPLEX FOR HORIZONTAL FLIGHT

The paper shows that in the study of the stability of complex technical systems, dynamical systems, described by differential equations, are mainly used. Analysis of the classical definitions of the stability of systems described by differential equations has shown that they are used in the study of systems in which either random factors can be neglected or they have the character of a "small" obstacle, as is the case, for example, in many automatic control systems. But in the process of controlling an aircraft, there can usually be very different cases.

In addition, for complex technical systems operating in conditions of external and internal disturbances, the classical concepts of sustainability do not allow us to assess the capabilities of the system for parrying abnormal situations at the structural level. It is shown that the new property of systems - functional stability complements the main provisions of the classical theory of stability for complex organizational systems. The mathematical formalization of the functional stability property of the pilot-navigational complex of an aircraft during a horizontal flight is given. This definition requires that some property of the system be preserved in one or another probabilistic sense on a pre-selected time interval.

The existing concept of functional stability of complex technical systems has been further developed, which differs from existing approaches by the proposed strategy and principles of ensuring the property of the functional stability of the pilot-navigation complex of an aircraft.

Key words: flight-navigation complex, aircraft, functional stability.