Збірник праць Ін-ту математики НАН України 2015, том 12, № 3, 175–183

УДК 512.64 + 512.56

В. А. Лісикевич

(Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ)
vikadrug@ukr.net

Про реберно-локальні деформації квадратичних форм Тітса найменших несерійних ч. в. множин

We study edge-local deformations of quadratic forms over the field of real numbers being introduced by V.M. Bondarenko. The main invariants of such deformations are P-limiting numbers and P-defining polynomials which define them. It is described the P-defining polynomials of (positive) quadratic Tits forms of non-serial posets of the smallest possible order that correspond to their neighboring elements.

Вивчаються реберно-локальні деформації квадратичних форм над полем дійсних чисел, введені В. М. Бондаренком. Основними інваріантами таких деформацій є P-граничні числа та P-визначальні поліноми, які їх визначають. Описано P-визначальні поліноми (додатних) квадратичних форм Тітса несерійних частково впорядкованих множин найменшого можливого порядку, які відповідають їх сусіднім елементам.

1. Вступ. Локальні деформації квадратичних форм (які в [1] названі поточково-локальними) вивчені досить детально (див., зокрема, [2] – [4]). У цій статті досліджується інший тип деформацій квадратичних форм, введених В. М. Бондаренком у роботі [1], які він назвав реберно-локальними. Нагадаємо деякі означення та твердження цієї роботи.

Нехай дана квадратична форма

$$f(z) = f(z_1, \ldots, z_n) = \sum_{i=1}^{n} f_i z_i^2 + \sum_{i<j} f_{ij} z_i z_j \tag{1}$$

над полем дійсних чисел $\mathbb{R}$. Її *реберно-локальною деформацією* називається квадратична форма вигляду

$$f^{(p,q)}(z,t) = \sum_{i=1}^{n} f_i z_i^2 + t f_{pq} z_p z_q + \sum_{(i,j)\neq(p,q)} f_{ij} z_i z_j, \qquad (2)$$

де p і q ($p < q$) такі, що $f_{pq} \neq 0$, а t — параметр, що пробігає поле $\mathbb{R}$.

Квадратична форма (2) називається також *локальною деформацією квадратичної форми* (1) *відносно* $z_p z_q$.

Число $a \in \mathbb{R}$ називається *P-граничним числом квадратичної форми $f(z)$ для $z_p z_q$* або *(p,q)-им P-граничним числом квадратичної форми $f(z)$*, якщо $f(z,a)$ не є додатною квадратичною формою і в кожному околі числа a існує число c таке, що $f(z,a)$ є додатною квадратичною формою.

У випадку, коли квадратична форма $f(z)$ додатна, існує рівно два (p,q)-их P-граничних числа і якщо їх позначити b_1 і b_2, то поліном

$$\Delta_f^{(p,q)}(t) = (t - b_1)(t - b_2)$$

називається *P-визначальним поліномом квадратичної форми $f(z)$ для $z_p z_q$* або *P-визначальним (p,q)-поліномом квадратичної форми $f(z)$*. Цей поліном з точністю до ненульової константи (як множника) дорівнює визначнику симетричної матриці квадратичної форми $f^{(p,q)}(z,t)$.

У цій статті описуються P-визначальні поліноми квадратичної форми Тітса для несерійних частково впорядкованих множин найменшого можливого порядку.

2. Формулювання теореми. Нехай S — скінченна частково впорядкована множина (що не містить елемента 0). Квадратичною формою Тітса множини S називається квадратична форма, яка задається наступною рівністю (див. [5]):

$$q_S(z) = z_0^2 + \sum_{i\in S} z_i^2 + \sum_{i<j,\, i,j\in S} z_i z_j - z_0 \sum_{i\in S} z_i.$$

Ми розглядаємо задачу про опис P-визначальних поліномів квадратичної форми Тітса частково впорядкованої множини у випадку, коли ця квадратична форма додатна, а множина несерійна найменшого можливого порядку (множина S називається серійною, якщо для будь-якого $N > |S|$ існує частково впорядкована множина T_N порядку N з додатною формою Тітса, яка містить в собі множину S). Із результатів роботи [6] випливає, що з точністю до ізоморфізму та дуальності існує 10 таких множин порядку 5 (і не існує множин меншого порядку):

$S_1 = \{1, 2, 3, 4, 5 \,|\, 2 \prec 3, 4 \prec 5\}$;
$S_2 = \{1, 2, 3, 4, 5 \,|\, 2 \prec 5, 3 \prec 4, 4 \prec 5\}$;
$S_3 = \{1, 2, 3, 4, 5 \,|\, 2 \prec 3, 2 \prec 5, 4 \prec 5\}$;
$S_4 = \{1, 2, 3, 4, 5 \,|\, 1 \prec 3, 2 \prec 3, 2 \prec 5, 4 \prec 5\}$;
$S_5 = \{1, 2, 3, 4, 5 \,|\, 1 \prec 4, 2 \prec 3, 2 \prec 5, 3 \prec 4\}$;
$S_6 = \{1, 2, 3, 4, 5 \,|\, 1 \prec 4, 2 \prec 3, 3 \prec 4, 4 \prec 5\}$;
$S_7 = \{1, 2, 3, 4, 5 \,|\, 1 \prec 2, 1 \prec 3, 3 \prec 4, 2 \prec 5, 4 \prec 5\}$;
$S_8 = \{1, 2, 3, 4, 5 \,|\, 1 \prec 2, 1 \prec 4, 3 \prec 4, 4 \prec 5\}$;
$S_9 = \{1, 2, 3, 4, 5 \,|\, 1 \prec 2, 2 \prec 5, 3 \prec 4, 4 \prec 5\}$;
$S_{10} = \{1, 2, 3, 4, 5 \,|\, 1 \prec 2, 1 \prec 4, 2 \prec 5, 3 \prec 4, 4 \prec 5\}$.

Квадратичну форму Тітса $q_S(z)$ частково впорядкованої множини $S = S_i$ будемо позначати, для простоти, $q_i = q_i(z)$.

Нагадаємо, що порівняльні елементи p і q частково впорядкованої множини S називаються сусідніми, якщо не існує елемента x такого, що $p < x < q$ або $q < x < p$.

Теорема 1. *Нехай S — частково впорядкована множина з додатною квадратичною формою Тітса, яка є несерійною порядку* 5 (*тобто найменшого можливого порядку*)*. У випадках $S = S_i$, $i = 1, \ldots, 10$, P-визначальні поліноми квадратичної форми Тітса $q_i(z)$, які відповідають сусіднім елементам p, q $(p < q)$, є наступними*:

1) $\Delta_{q_1}^{(2,3)}(t) = \Delta_{q_1}^{(4,5)}(t) = t^2 - \frac{12}{5}t + \frac{4}{5}$;

2) $\Delta_{q_2}^{(2,5)}(t) = t^2 - \frac{4}{5}t - \frac{4}{5}$, $\quad \Delta_{q_2}^{(3,4)}(t) = t^2 - \frac{12}{5}t + \frac{4}{5}$,
$\Delta_{q_2}^{(4,5)}(t) = t^2 - t - \frac{3}{4}$;

3) $\Delta_{q_3}^{(2,3)}(t) = t^2 - \frac{8}{5}t$, $\quad \Delta_{q_3}^{(2,5)}(t) = t^2 - t + \frac{3}{4}$,
$\Delta_{q_3}^{(4,5)}(t) = t^2 - \frac{8}{5}t$;

4) $\Delta_{q_4}^{(1,3)}(t) = \Delta_{q_4}^{(4,5)}(t) = t^2 - t - \frac{3}{4}$,
$\Delta_{q_4}^{(2,3)}(t) = \Delta_{q_4}^{(2,5)}(t) = t^2 - \frac{4}{5}t - \frac{4}{5}$;

5) $\Delta^{(1,4)}_{q_5}(t) = \Delta^{(2,5)}_{q_5}(t) = t^2 - t - \frac{3}{4}$,
$\Delta^{(2,3)}_{q_5}(t) = \Delta^{(3,4)}_{q_5}(t) = t^2 - \frac{4}{5}t - \frac{4}{5}$;

6) $\Delta^{(1,4)}_{q_6}(t) = t^2 - \frac{4}{5}t - \frac{4}{5}$, $\Delta^{(2,3)}_{q_6}(t) = t^2 - \frac{12}{5}t + \frac{4}{5}$,
$\Delta^{(3,4)}_{q_6}(t) = t^2 - t - \frac{3}{4}$, $\Delta^{(4,5)}_{q_6}(t) = t^2 - \frac{12}{5}t + \frac{4}{5}$;

7) $\Delta^{(1,2)}_{q_7}(t) = \Delta^{(2,5)}_{q_7}(t) = t^2 - \frac{4}{5}t - \frac{4}{5}$,
$\Delta^{(1,3)}_{q_7}(t) = \Delta^{(4,5)}_{q_7}(t) = t^2 - t - \frac{3}{4}$,
$\Delta^{(3,4)}_{q_7}(t) = t^2 - \frac{12}{5}t + \frac{4}{5}$;

8) $\Delta^{(1,2)}_{q_8}(t) = t^2 - \frac{4}{5}t - \frac{4}{5}$, $\Delta^{(1,4)}_{q_8}(t) = t^2 - \frac{4}{5}t - \frac{4}{5}$,
$\Delta^{(3,4)}_{q_8}(t) = t^2 - t - \frac{3}{4}$, $\Delta^{(4,5)}_{q_8}(t) = t^2 - \frac{12}{5}t + \frac{4}{5}$;

9) $\Delta^{(1,2)}_{q_9}(t) = t^2 - \frac{12}{5}t + \frac{4}{5}$, $\Delta^{(2,5)}_{q_9}(t) = t^2 - \frac{4}{5}t - \frac{4}{5}$,
$\Delta^{(3,4)}_{q_9}(t) = t^2 - \frac{12}{5}t + \frac{4}{5}$, $\Delta^{(4,5)}_{q_9}(t) = t^2 - \frac{4}{5}t - \frac{4}{5}$;

10) $\Delta^{(1,2)}_{q_{10}}(t) = t^2 - \frac{8}{5}t$, $\Delta^{(1,4)}_{q_{10}}(t) = t^2 - t - \frac{3}{4}$,
$\Delta^{(2,5)}_{q_{11}}(t) = t^2 - t - \frac{3}{4}$, $\Delta^{(3,4)}_{q_{11}}(t) = t^2 - \frac{8}{5}t$, $\Delta^{(4,5)}_{q_1}(t) = t^2 - \frac{8}{5}t$.

3. Доведення теореми. Із сказаного у вступній частині статті одержуємо, що P-визначальний поліном $\Delta^{(p,q)}_{q_i}(t)$ квадратичної форми $q_i(z)$ для $z_p z_q$ можна розглядати як визначник помноженої на 2 симетричної матриці квадратичної форми $q^{(p,q)}_i(z,t)$. Таку матрицю будемо позначати через $A^{(p,q)}_i$, а її визначник через $D^{(p,q)}_i$.

Для квадратичної форми Тітса частково впорядкованих множин $S_1 - S_{10}$ маємо такі матриці та їх визначники.

$$A_1^{(2,3)} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 2 & t & 0 & 0 \\ -1 & 0 & t & 2 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad A_2^{(2,5)} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 2 & 0 & 0 & t \\ -1 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & t & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$D_1^{(2,3)} = -5t^2 + 12t - 4; \qquad D_2^{(2,5)} = -5t^2 + 4t + 4;$$

$$A_2^{(3,4)} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 2 & t & 1 \\ -1 & 0 & 0 & t & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad A_2^{(4,5)} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 2 & t \\ -1 & 0 & 1 & 1 & t & 2 \end{pmatrix},$$

$$D_2^{(3,4)} = -5t^2 + 12t - 4; \qquad D_2^{(4,5)} = -4t^2 + 4t + 3;$$

$$A_3^{(2,3)} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 2 & t & 0 & 1 \\ -1 & 0 & t & 2 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad A_3^{(2,5)} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 2 & 1 & 0 & t \\ -1 & 0 & 1 & 2 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & t & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$D_3^{(2,3)} = -5t^2 + 8t; \qquad D_3^{(2,5)} = -4t^2 + 4t + 3;$$

$$A_3^{(4,5)} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 2 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 2 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 2 & t \\ -1 & 0 & 1 & 0 & t & 2 \end{pmatrix}, \quad A_4^{(1,3)} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 0 & t & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 2 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & t & 1 & 2 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$D_3^{(4,5)} = -5t^2 + 8t; \qquad D_4^{(1,3)} = -4t^2 + 4t + 3;$$

$$A_4^{(2,3)} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 2 & t & 0 & 1 \\ -1 & 1 & t & 2 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad A_5^{(1,4)} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 0 & 0 & t & 0 \\ -1 & 0 & 2 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ -1 & t & 0 & 1 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix},$$

$$D_4^{(2,3)} = -5t^2 + 4t + 4; \qquad D_5^{(1,4)} = -4t^2 + 4t + 3;$$

$$A_5^{(2,3)} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 2 & t & 0 & 1 \\ -1 & 0 & t & 2 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad A_6^{(1,4)} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 0 & 0 & t & 1 \\ -1 & 0 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ -1 & t & 1 & 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$D_5^{(2,3)} = -5t^2 + 4t + 5; \qquad D_6^{(1,4)} = -5t^2 + 4t + 4;$$

$$A_6^{(2,3)} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 2 & t & 1 & 1 \\ -1 & 0 & t & 2 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad A_6^{(3,4)} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 2 & t & 1 \\ -1 & 1 & 1 & t & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$D_6^{(2,3)} = -5t^2 + 12t - 4; \qquad D_6^{(3,4)} = -4t^2 + 4t + 3;$$

$$A_6^{(4,5)} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & 2 & t \\ -1 & 1 & 1 & 1 & t & 2 \end{pmatrix}, \quad A_7^{(1,2)} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & t & 1 & 1 & 1 \\ -1 & t & 2 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$D_6^{(4,5)} = -5t^2 + 12t - 4; \qquad D_7^{(1,2)} = -5t^2 + 4t + 4;$$

$$A_7^{(1,3)} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 & t & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & t & 0 & 2 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad A_7^{(3,4)} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 2 & t & 1 \\ -1 & 1 & 0 & t & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$D_7^{(1,3)} = -4t^2 + 4t + 3; \qquad D_7^{(3,4)} = -5t^2 + 12t - 4;$$

$$A_8^{(1,2)} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & t & 0 & 1 & 1 \\ -1 & t & 2 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad A_8^{(1,4)} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 & 0 & t & 1 \\ -1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ -1 & t & 0 & 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$D_8^{(1,2)} = -5t^2 + 4t + 4; \qquad D_8^{(1,4)} = -5t^2 + 4t + 4;$$

$$A_8^{(3,4)} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 2 & t & 1 \\ -1 & 1 & 0 & t & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad A_8^{(4,5)} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & 2 & t \\ -1 & 1 & 0 & 1 & t & 2 \end{pmatrix},$$

$$D_8^{(3,4)} = -4t^2 + 4t + 3; \qquad D_8^{(4,5)} = -5t^2 + 12t - 4;$$

$$A_9^{(1,2)} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & t & 0 & 0 & 1 \\ -1 & t & 2 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad A_9^{(2,5)} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 2 & 0 & 0 & t \\ -1 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & t & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$D_9^{(1,2)} = -5t^2 + 12t - 4; \qquad D_9^{(2,5)} = -5t^2 + 4t + 4;$$

$$A_9^{(3,4)} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 2 & t & 1 \\ -1 & 0 & 0 & t & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad A_9^{(4,5)} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 2 & t \\ -1 & 1 & 1 & 1 & t & 2 \end{pmatrix},$$

$$D_9^{(3,4)} = -5t^2 + 12t - 4; \qquad D_9^{(4,5)} = -5t^2 + 4t + 4;$$

$$A_{10}^{(1,2)} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & t & 0 & 1 & 1 \\ -1 & t & 2 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad A_{10}^{(1,4)} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 & 0 & t & 1 \\ -1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ -1 & t & 0 & 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$D_{10}^{(1,2)} = -5t^2 + 8t; \qquad D_{10}^{(1,4)} = -4t^2 + 4t + 3;$$

$$A_{10}^{(2,5)} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 2 & 0 & 0 & t \\ -1 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & t & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad A_{10}^{(3,4)} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 2 & t & 1 \\ -1 & 1 & 0 & t & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$D_{10}^{(2,5)} = -4t^2 + 4t + 3; \qquad D_{10}^{(3,4)} = -5t^2 + 8t;$$

$$A_{10}^{(4,5)} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & 2 & t \\ -1 & 1 & 1 & 1 & t & 2 \end{pmatrix},$$

$$D_{10}^{(4,5)} = -5t^2 + 8t.$$

Безпосередньо із вказаних значень визначників випливає твердження теореми 1. Обчислюються ці визначники стандартним чином.

Автор висловлює щиру подяку професору В. М. Бондаренку за постановку задачі та корисні поради.

Література

[1] *Bondarenko V. M.* On types of local deformations of quadratic forms // Algebra Discrete Math. — 2014. — **18**, No. 2. — P. 11 – 18.

[2] *Bondarenko V. M., Pereguda Yu. M.* On P-numbers of quadratic forms // Зб. праць Ін-ту математики НАН України / Геометрія, топологія та їх застосування /. — 2009. — **6**, № 2. — С. 474 – 477.

[3] *Бондаренко В. М., Перегуда Ю. М.* Опис P-чисел для вузлових точок частково впорядкованих множин з додатно визначеною формою Тітса // Науковий вісник Ужгородського ун-ту (серія: математика і інформатика). — 2010. — Вип. 21. — С. 35 – 39.

[4] *Бондаренко В. М., Бондаренко В. В., Перегуда Ю. Н.* Локальные деформации положительно определенных квадратичных форм // Укр. мат. журн. — 2012. — №7. — С. 892 – 907.

[5] *Дрозд Ю. А.* Преобразования Кокстера и представления частично упорядоченных множеств // Функц. анализ и его прил. — 1974. — **8**. — С. 34 – 42.

[6] *Бондаренко В. М., Степочкина М. В.* (Min, max)-эквивалентность частично упорядоченных множеств и квадратичная форма Титса // Проблеми аналізу і алгебри: Зб. праць Ін-ту математики НАН України. — 2005. — **2**, № 3. — С. 18 – 58.