УДК 519.17:681.32

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ, ПРОТЕКАЮЩИХ В СИСТЕМАХ ПОДАЧИ И РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВОДЫ В НЕШТАТНЫХ СИТУАЦИЯХ

Рябченко И.Н. , Свиридов С.А. , Белик Р.А.

Постановка проблемы в общем виде и ее связь с важными научными или практическими задачами. При разработке автоматизированной системы управления потокораспределением в системах подачи и распределения воды (СПРВ) в нештатных ситуациях, огромное значение имеет процедура разработки корректной математической модели, адекватно отражающей физические процессы, протекающие в водораспределительной сети. Модель должна учитывать такие послеаварийные факторы как: возможность топологической трансформации графа сети, или управление запорной арматурой, или изменение режимов работы активных элементов сети (насосных станций), предотвращающих подачу воды в аварийную зону (участок водовода).

Эта проблема исследуется в рамках государственной программы «Координационный план научно-исследовательских работ Министерства образования и науки Украины», позиция 40: «Компьютеризированные информационно-графические технологии рациональной эксплуатации и развития инженерных сетей» и связана с практическими задачами производственных управлений водопроводно-канализационных хозяйств (ПУВКХ) Украины.

Анализ достижений и публикаций по теме исследования данной проблемы. Выделение нерешенных ранее частей общей проблемы, которым посвящена данная статья. В настоящее время существуют теоретические и алгоритмические исследования проблемы топологических преобразований графа сети СПРВ, позволяющие локализовать аварийную зону и не допустить попадания в нее целевого продукта (воды). Однако, комплексных исследований, позволяющих создать строгую математическую модель аварийной ситуации, и формализовать оптимальную стратегию оперативного управления в этой ситуации на сегодняшний день не имеется. Этой проблеме посвящается эта статья.

Формулировка целей статьи (постановка задания). Целью данной публикации является разработка модели, адекватно отражающей физические процессы, протекающие в СПРВ при возникновении аварийной ситуации, с учетом топологических и управленческих преобразований как структуры сети, так и режимов функционирования.

Изложение основного материала исследований. При локализации аварии на водораспределительной сети необходимо отсечь аварийный водовод от системы подачи и распределения воды путем перекрытия запорной арматуры на водоводах, подающих воду в аварийную зону. Чтобы минимизировать потери, необходим выбор оптимального по ряду критериев решения, предполагающего оптимальный выбор множества задвижек, достаточного для локализации аварийного ребра графа водопроводной сети. Для решения такой задачи возникает необходимость в топологическом исследовании графа сети. Поскольку в результате возникновения аварийной ситуации и действий по ее локализации меняется потокораспределение в сети, на отдельных участках, примыкающих к аварийной зоне, возможно изменение направления движения воды. В принципе, такие изменения можно было бы рассчитать, решив прямую задачу анализа [1], однако, во-первых, она описывает потокораспределение без учета динамической реакции сети на изменение ее параметров, а во-вторых, требует затрат времени на проведение расчетов, ориентированных на текущие данные, что является нецелесообразным в ситуации дефицита времени. Поэтому более предпочтительным в такой ситуации является рассмотрение сети как неориентированного графа, а направления потоков учитывать на более поздних этапах при оценке возможных стратегий устранения аварии.

Терминология и основные понятия, используемые при дальнейшем изложении материала, приведены в [1]. В рассматриваемой задаче локализации существенную роль играет неоднородность множеств E и V ребер и вершин графа сети G. Именно, $E = (E', E'')$, где E'- множество всех ребер, не содержащих задвижек, E''-множество всех ребер, содержащих хотя бы одну задвижку, а $V = (V', V'')$, где V''- множество вершин, соответствующих активным элементам, а $V' = V \setminus V''$.

Пусть на ребре u графа G произошла авария, и задвижки на этом ребре отсутствуют, т. е. $u \in E'$ [1].

Подграф G' графа G назовем локализующим подграфом относительно ребра u, если он обладает следующими свойствами:

а) G' содержит ребро u;

б) G'- связный подграф;

в) любое ребро u' графа G, соединяющее вершину графа G' с вершиной $G \setminus G'$ содержит задвижку, т. е. $u' \in E''$.

Тогда алгоритмом локализации аварии является алгоритм, перекрывающий задвижки на ребрах, соединяющих вершины G' и $G \setminus G'$.

Задачей топологической локализации аварии будем называть задачу построения локализующего подграфа, отличного от исходного графа G.

Семейство всех локализующих подграфов относительно ребра u обозначим $\Gamma(u)$. Очевидно, что оптимизация процедуры локализации аварии по какому-нибудь критерию производится на семействе $\Gamma(u)$. В частности, удовлетворение требования отключения минимального количества абонентов от сети соответствует выбору минимального элемента $G'(u)$ семейства $\Gamma(u)$, т.е. такого, который содержится в любом локализующем подграфе. Назовем такой элемент максимально локализующим подграфом (или, для краткости, локализующей компонентой - ЛК).

Справедлива следующая теорема. Ее доказательство приведено в [1].

<u>Теорема 1.</u> Если задача **локализации не содержащего задвижек ребра** u относительно графа G разрешима, то максимально локализующий подграф существует и единственен.

Теперь рассмотрим случай, *когда на аварийном ребре имеется только одна задвижка.* Пусть задвижка находится около вершины v_1 ребра u. В этом случае определение локализующего подграфа видоизменяется следующим образом: свойство (в) заменяется свойством, формулируемым следующим образом:

(в') любое ребро графа G, соединяющее вершину графа $G' - v_1$ с вершиной $G \setminus G'$, содержит задвижку.

Алгоритмом локализации такой аварии является алгоритм, перекрывающий задвижки на ребрах, соединяющих вершины $G' - v_1$ и $G \setminus G' - v_1$, а также на ребре u.

Для этой ситуации также справедлива теорема существования и единственности максимально локализующего подграфа.

<u>Теорема 2</u>. Если задача локализации ребра u с одной задвижкой относительно графа G разрешима, то максимально локализующий подграф существует и единственен. Доказательство в [1].

Случай аварии на ребре с двумя задвижками тривиален: $G'(u) = \{u\}$.

Задача локализации аварии водораспределительных сетей сводится к построению локализующего подграфа относительно заданного ребра. Рассмотрим задачу построения максимально локализующего подграфа.

Ребра u и w графа G будем называть эквивалентными, если их максимально локализующие подграфы совпадают. Тем самым, задача максимальной локализации может быть решена построением разбиения множества всех ребер графа G на соответствующие классы эквивалентности.

 ISBN 7-776-8361-7

Рассмотрим граф $G' = (V, E')$, все ребра которого не имеет задвижек. Он представляет собой совокупность связных компонент, причем любые два ребра одной компоненты эквивалентны, а ребра из различных компонент эквивалентными не являются. Вершины ребра e $\in$ E' будем причислять к той же компоненте, что и ребро e. Вершина, не вошедшая ни в одну из компонент, образует новую (одновершинную) компоненту.

Пусть ребро $u=(v_1, v_2)$ исходного графа G имеет задвижку возле вершины v_1. Будем говорить, что u является присоединенным к компоненте K, если вершина v_2 принадлежит этой компоненте. Любое такое ребро может быть присоединенным не более, чем к одной компоненте. Замыканием компоненты назовем ее объединение со всеми присоединенными к ней ребрами. В дальнейшем изложении будем оперировать только понятиями «замыканиями компонент» и для краткости будем их называть компонентами. Ребра принадлежащие E'', не присоединенные ни к какой компоненте, обязательно имеют две задвижки, и каждое такое ребро является собственным максимально локализующим подграфом (безвершинной компонентой).

Таким образом, доказана следующая теорема.

Теорема 3. Существует и единственно разбиения графа сети на максимально локализующие подграфы.

Отметим, что поскольку каждая вершина графа принадлежит некоторой локализующей компоненте, то теорема 3 одновременно решает и задачу локализации аварии в узле сети.

Выделение компонент связности графа G' и анализ их влияния на функционирование всей сети производится с помощью модифицированного алгоритма поиска в глубину [1].

В процессе работы такого алгоритма должны быть определены: все локализующие компоненты графа сети; для любой локализующей компоненты определяется множество отсекающих ее ребер графа, содержащих задвижки; для любой локализующей компоненты определяется ее фактор-связность; для любой компоненты определяется ее уровень значимости.

Если каждая компонента графа, полученного из исходного удалением локализующей компоненты содержит активный источник, то будем считать что компонента фактор-связна.

Если удаление локализующей компоненты приводит к корректному решению, то будем считать, что компонента обладает минимальным уровнем значимости, если решение - пограничное, то компонента обладает промежуточным уровнем значимости, и в случае тривиального решения компонента обладает максимальным уровнем значимости.

Кроме этого, анализ последствий отсечения локализующей компоненты должен учитывать последствия этого отсечения на смежные компоненты и с учетом этой информации минимизировать множество удаляемых ребер графа (то есть минимизировать количество перекрываемых задвижек).

Для построения математической модели принятия решений в аварийной ситуации необходимо выполнение ряда этапов:

- выдвижение целей;
- поиск альтернативных способов их достижения;
- определение логики выбора альтернатив и обоснование механизма выбора;
- анализ полученного решения.

Определим преследуемые цели.

Целью решаемой задачи является устранение аварии на водораспределительной сети в кратчайшие сроки с минимальными потерями.

Способы достижения поставленной цели определяются, прежде всего, типом аварии, который сужает множество способов устранения аварии.

Достигнуть поставленной цели можно большим количеством способов, различающихся, как с технологической, так и с организационной точек зрения. В качестве основы для формирования множества допустимых решений, рассматриваемых как способы достижения поставленной цели, используем множество всех возможных вариантов изменения параметров объекта, позволяющих обеспечить максимально допустимый расход в аварийной зоне.

Рассмотрим некоторые способы формирования подмножеств этого множества: автоматическое определение множества задвижек, полное перекрытие которых приведет к обезвоживанию аварийной зоны. Это множество формируется с использованием данных, полученных в процессе работы разработанного алгоритма построения максимально локализующего подграфа, который позволяет для любого элемента сети однозначно определить указанное множество: задание альтернативного множества полностью перекрываемых задвижек экспертом, хорошо знающим особенности функционирования управляемого объекта; задание множества прикрываемых задвижек и степень их прикрытия, позволяющее обеспечить максимально допустимый расход в аварийной зоне; изменение режима работы насосной станции, использование резервного оборудования, позволяющие обеспечить максимально допустимый расход в аварийной зоне; формирование множества решений комбинированным способом, предполагающим какие-либо комбинации использования вышеизложенных подходов.

С технической точки зрения это множество охватывает наиболее распространенные способы аварийного регулирования параметров объекта.

С другой стороны, добавление всех возможных способов проведения аварийно-восстановительных работ с учетом текущего состояния технической базы, расширяет возможное количество стратегий, т. е. увеличивает множество решений задачи.

Укрупненная структура вектора-решения *x* может быть предложена следующая $x = (x_1, x_2) \in \Pi \cup \Phi$, где Π - множество регулируемых параметров сети, а Φ - множество ресурсов для проведения аварийно-восстановительных работ, т. е. $x_1 \in \Pi$, $x_2 \in \Phi$.

Ограничениями на множество возможных решений являются следующие требования: выбранные параметры функционирования объекта не должны привести к выходу за установленные рамки основных показателей функционирования объекта; наличие в аварийной зоне особо важных объектов, полное отключение от сети которых недопустимо, ограничивает множество возможных решений по локализации аварийной зоны.

Исходя из содержательной постановки задачи, можно сформировать следующие возможные критерии качества решения поставленной задачи: $K_1(x)$ - затраты на проведение ремонтных работ; $K_2(x)$ - потери воды, который можно представить как составной критерий, включающий в себя дополнительные подкритерии: $K_{21}(x)$ - суммарные недоподачи воды потребителям; $K_{22}(x)$ - процент отключенных крупных потребителей целевого продукта; $K_3(x)$ - время на проведение ремонтных работ.

В случае необходимости задействовать задвижки, уменьшение количества используемых задвижек желательно с точки зрения уменьшения затрат на проведение ремонтных работ, т. е. это уже учтено в критерии $K_1(x)$, однако, необходимо учитывать при этом, что минимизация по этому множеству должна быть произведена не в урон качеству решения. Если при формировании множества закрываемых задвижек учитывать данные, полученные при формировании гиперкомпонент рассматриваемой сети, то затраты, связанные с закрытием задвижек будут минимизированы.

Таким образом, в качестве основы механизма выбора наилучшего решения можно рассматривать минимизацию выбранных критериев, отвечающих основным требованиям – полнота, операциональность, разложимость, неизбыточность, декомпозируемость, измеримость, минимальность.

Математическую формулировку задачи выбора лучшей стратегии в аварийной ситуации можно сформулировать в следующем виде.

Пусть дана сеть определенной конфигурации с заданными характеристиками ее элементов и определенным расположением запорно-регулирующей арматуры. Пусть также за-

 ISBN 7-776-8361-7

дано состояние технической базы водопроводно-канализационного хозяйства и наличие трудовых ресурсов.

Пусть G - множество всех возможных способов устранения всех возможных аварий на данной сети, а $X \subset G$ - предъявление.

Требуется найти $x^* \in X$, оптимальное по векторному критерию K, и принадлежащее множеству допустимых решений

$$X_{adm} = \{x \in X : Q_i(x) < l_i\, i = 1, \ldots, n; \quad (1)$$

$$P_k(x), k = 1, \ldots, m\}, \quad (2)$$

где $x = (x_1, x_2)$ – вектор регулируемых параметров задачи;

$K(x) = (K_1(x), K_2(x), K_{21}(x), K_{22}(x), K_3(x))$ - векторная функция, отражающая стоимостные и количественные характеристики выбранного решения;

$Q_i(x)$ – скалярные функции - технологические ограничения, налагаемые на решения задачи выбора наилучшего решения: ограничения на допустимые расход, понижение давления, снижение подачи целевого продукта потребителям и пр.;

l_i – заданные константы;

$P_k(x)$ – формулы, описывающие ограничения, налагаемые на возможные решения, содержательного характера.

В такой постановке эта задача относится к задачам обобщенного математического программирования, решение которой в данном случае разбивается на два этапа. На первом этапе, используя заданную функцию выбора $\{x1, x2, \ldots, xn\} = C(X) \subset X$, производится оптимизация K(x) по бинарному отношению R. Затем ЛПР, оценивая вектора $K(x_1)$, $K(x_2)$, . . . ,$K(x_n)$ показателей эффективности (критериев качества $K_1(x)$, $K_2(x)$, $K_{21}(x)$, $K_{22}(x)$, $K_3(x)$) альтернатив x_1, x_2, . . x_n, выбирает из решений, удовлетворяющих условиям задачи, решение x* с лучшим по предпочтению R_0 (предпочтения ЛПР) вектора характеристик K(x).

Выводы исследования и перспективы дальнейших исследований в данном направлении. В статье теоретически исследована проблема топологической локализации аварийного участка, представляющей собой дугу неориентированного графа, описывающего схему соединений системы подачи и распределения воды. Доказана возможность, единственность и конечность топологических преобразований, приводящих к локализации аварийного участка сети. Показана возможность модификации алгоритма «поиска в глубину» для разбиения его на множество локализующих компонент.

Доказано, что такое разбиение дуг графа сети на множество локализующих компонент единственно и однозначно определено месторасположением запорной арматуры на сети.

Приведена корректная математическая модель принятия решений в аварийной ситуации в СПРВ, которая адекватно описывает физические процессы, протекающие в системах подачи и распределения воды в нештатных ситуациях. Эта математическая модель является основой для создания алгоритмического и программного инструментария. Приведенная модель может быть успешно адаптирована к другим объектам, которые описаны сетевыми структурами.

Model which reflect physical processes proceeding in water feed and distribution systems in emergency conditions with consideration of topological and managerial transformation of net structure and regimes of its functioning is proposed.

1. Рябченко И.Н. Моделирование процессов потокораспределения в системах подачи и распределения воды с использованием ПЭВМ.- Харьков: ДСВ Основа при Харьковском ун-те, 1998.- 188с.