УДК 681.5

ОЦЕНКА АДЕКВАТНОСТИ АНАЛИТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ УПРАВЛЕНИЯ ЗАПАСАМИ МАТЕРИАЛЬНЫХ РЕСУРСОВ В МНОГОУРОВНЕВОЙ ЛОГИСТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ

Становский А.Л., Кухаренко С.В., Колчин Р.В.

Введение

Одной из важнейших задач, возникающих в процессе проектирования АСУ запасами материальных ресурсов (МР) является разработка ее математического обеспечения. Данные, обеспечивающие подсистему АСУ, реализуется, как правило, в виде комплекса моделей управления запасами МР. Пример такой математической (аналитической) модели управления запасами МР в двухуровневой логистической системе (ЛС), был рассмотрен в [9]. В тоже время, необходимым условием применимости аналитической модели управления запасами МР является требование адекватности получаемых с ее помощью теоретических результатов данных практического опыта.

Анализ предшествующих публикаций

Известно, что адекватность предполагает воспроизведение моделью, с необходимой полнотой, всех свойств объекта, существенных для целей данного исследования. Так как всякая модель представляет собой упрощенное описание объекта моделирования, никогда нельзя говорить об абсолютной адекватности, при которой модель по всем параметрам соответствует оригиналу. Следовательно, оценка степени сходства может опираться только на оценку отличия модели от оригинала. Оценивание отличия наталкивается, естественным образом, на большие трудности, так как обычно невозможно использовать для сравнения объект во всей его действительной целостности [1].

Однако, зная структуру ЛС и ее параметры, некоторые характеристики внешней, по отношению к системе, среды, а также, используя опыт экспертов, можно ввести вполне определенные предположения относительно состояния системы в различных условиях функционирования. Таким образом, используя и анализируя существующую информационную базу и синтезируя, путем собственных рассуждений, новые знания о несуществующем объекте моделирования, дополняющие отсутствующую о нем информацию, образуется некоторый мысленный его образ или другими словами, концептуальная модель. В данном случае это концептуальная модель многоуровневой ЛС. Именно концептуальную модель ЛС приходится использовать в дальнейшем в качестве объекта моделирования. Следовательно, задача оценки адекватности аналитической модели управления запасами МР в ЛС реальной ЛС, сводится к задаче оценки ее адекватности концептуальной модели ЛС.

Как было отмечено, концептуальная модель ЛС представляет собой совокупность представлений о свойствах объекта и его поведении в различных условиях под влиянием факторов самой различной природы. Однако, не всегда представляется возможным выяснить численные значения интересующих параметров системы, необходимых для оценки адекватности, в частности, показателей эффективности и затрат в тех или иных условиях функционирования ЛС, чтобы затем сравнить со значениями тех же параметров, только предоставляемых аналитической моделью в тех же условиях.

Для решения данной проблемы, предлагается заменить объект моделирования (концептуальную модель ЛС) его имитационной моделью. Известно, что в настоящее время по единодушному мнению многих специалистов в области моделирования сложных систем, к примеру [1, 2, 3, 4, 5, 6], метод имитационного моделирования предоставляет исследователю теоретически неограниченные возможности по учету всевозможных

 ISBN 7-776-8361-7

факторов, т.е. по реализации алгоритма функционирования моделируемой системы, в отличие от метода аналитического моделирования, в котором можно определить только явные зависимости, реализуемые в виде функциональных зависимостей. В свою очередь, недостатком метода имитационного моделирования, помимо неточности получаемых результатов, зависящей, в принципе, от количества прогонов модели, является также трудность, а иногда и невозможность ее исследования с целью параметрического синтеза системы (в данном случае оптимизации ее параметров) с требуемой точностью, распространяющегося на всю область факторного пространства. Однако в рассматриваемом случае данная задача решается при помощи аналитической модели, от имитационной же модели требуется лишь учет неучтенных в аналитической модели обстоятельств, а также получение необходимых первичных результатов, т.е. значений частных показателей эффективности, используемых впоследствии для оценки адекватности аналитической модели. К неучтенным обстоятельствам можно, в частности, отнести особенности закона распределения коэффициентов потерь, принятых в аналитической модели в виде детерминированных параметров.

Постановка задачи

Таким образом, в ходе оценки адекватности аналитической модели необходимо учесть степень влияния неучтенных случайных факторов на частные показатели эффективности функционирования ЛС, путем сравнительно анализа с результатами имитационного моделирования. В данной задаче имитационная модель заменяет реальный объект моделирования, т.е. реальную ЛС.

Основная часть

Оценку адекватности разработанной методики исследования предлагается производить на примере ЛС, состоящей из одного склада первого уровня и трех складов второго уровня с соответствующим количеством потребителей. Такое упрощение структуры моделируемого объекта предположительно не окажет существенного влияния на результаты оценки адекватности, поскольку структура системы определяет характер влияния потребности потребителей, обеспечиваемых в первую очередь, на размер дефицита и затрат у потребителей, обеспечиваемых во вторую и последующую очереди, а для отражения данного свойства системы трех потребителей вполне достаточно.

Имитационная модель (ИМ) выполнена в виде самостоятельного приложения выполняющегося под управлением операционной системы семейства Windows. Исходный код программы описан на языке Object Pascal в среде Delphi 7. Центральным элементом программы является модуль, в котором описан класс объекта реализующего в себе имитационную модель. В методы данного класса входят:

- процедура, реализующая моделирующий алгоритм, т.е. имитирующий процесс функционирования (ЛС). В данной процедуре используются значения случайных параметров модели, и по их значениям производится расчет значений дефицита и суммарных затрат;
- функции, генерирующие случайные значения потребности в МР и их потери, распределенные соответственно по нормальному и по показательному закону с заданными параметрами. Для формирования нормально распределенной случайной величины используется метод сложения 20-ти равномерно распределенных случайных величин с одинаковыми параметрами, а для формирования случайной величины распределенной по показательному закону используется метод обратной функции [3, 7, 4].
- процедура, осуществляющая циклический прогон модели с накоплением статистики и подсчетом средних значений дефицита и затрат. Количество прогонов не ограничивается.

Состояние процесса имитации функционирования ЛС, а также значения выходных параметров модели отображаются в главном окне программы. Таким образом, в результате обработки программой исходных данных (входных параметров модели), пользователь определяет средние значения дефицита $D_{ИМ}$ и затрат $Q_{ИМ}$ возникающих в ЛС за планируемый период.

Аналитическая модель, адекватность которой оценивалась, была разработана в соответствии с рассмотренной в [9] методикой для случая двухуровневой ЛС обеспечивающей трех потребителей. В частности, ЛС предлагается логически разделить на логистические цепи (линейная цепь складов с запасами МР между которыми осуществляется продвижение материального потока к потребителям) по количеству потребителей. При таком подходе, дефицит D_{AM} и затраты Q_{AM} во всей системе складываются из дефицита и затрат возникающих в каждой логистической цепи т.е.

$$\left.\begin{aligned} D_{AM} &= \sum_{n=1}^{N} D_{Tn}; \\ Q_{AM} &= \sum_{n=1}^{N} Q_{Tn}, \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

где D_{Tn} – математическое ожидание дефицита, возникающее при функционировании n-ой логистической цепи,

$Q_{Tn}^{(мп)}$ – математическое ожидание затрат на подвоз МР (движение материального потока) между складами n-ой логистической цепи,

N – общее количество потребителей.

Дефицит у n-ого потребителя, при $n = 1,\dots,3$:

$$D_{Tn} = \int_{0}^{\alpha_0 z_0} \int_{\alpha_n\beta_n z_n + \beta_{0n}\beta_n z_{0n}}^{\infty} (r_n - \alpha_n\beta_n z_n - \beta_{0n}\beta_n z_{0n}) f_n(r_n)\varphi_n(z_{0n}) dr_n dz_{0n}, \tag{2}$$

и затраты (затраты в n-ой логистической цепи)

$$\begin{aligned} Q_{Tn} = (c_n^{(c)} + c_n^{(x)}) z_n + \frac{c_n^{(мп)}}{\beta_n} \int_0^{\alpha_0 z_0} \left[\int_0^{\alpha_n\beta_n z_n + \beta_{0n}\beta_n z_{0n}} r_n f_n(r_n) dr_n + (\alpha_n\beta_n z_n + \beta_{0n}\beta_n z_{0n}) \int_{\alpha_n\beta_n z_n + \beta_{0n}\beta_n z_{0n}}^{\infty} f_n(r_n) dr_n \right] \varphi_n(z_{0n}) dz_{0n} + \\ + \frac{c_{0n}^{(мп)}}{\beta_{0n}\beta_n} \int_0^{\alpha_0 z_0} \left[\int_{\alpha_n\beta_n z_n}^{\alpha_n\beta_n z_n + \beta_{0n}\beta_n z_{0n}} (r_n - \alpha_n\beta_n z_n) f_n(r_n) dr_n + \beta_{0n}\beta_n z_{0n} \int_{\alpha_n\beta_n z_n + \beta_{0n}\beta_n z_{0n}}^{\infty} f_n(r_n) dr_n \right] \varphi_n(z_{0n}) dz_{0n}, \end{aligned} \tag{3}$$

где r_n – потребность в течение периода T;

$f_n(r_n)$ – плотность распределения потребности;

z_n – запасы МР на складах второго уровня;

z_{0n} – запас МР на складе первого уровня для удовлетворения потребности у n-ого потребителя;

$\varphi_n(z_{0n})$ плотность распределения остатка МР на складе первого уровня оставшегося для обеспечения n-ого потребителя;

α_n – коэффициенты потерь, возникающие в процессе хранения запасов;

 ISBN 7-776-8361-7

β_n – коэффициенты потерь, возникающие в процессе подвоза МР от склада второго уровня к потребителю;

β_{0n} – коэффициенты потерь, возникающие в процессе подвоза МР от склада первого к складу второго уровня.

Здесь плотность распределения остатка $\varphi_n(z_{0n})$ определяется с учетом следующего выражения:

$$Z_{0n} = \begin{cases} Z_{0n-1} \quad \text{при} \quad R_{n-1} \le \alpha_{n-1}\beta_{n-1}z_{n-1}; \\ Z_{0n-1} - \dfrac{R_{n-1} - \alpha_{n-1}\beta_{n-1}z_{n-1}}{\beta_{0n-1}\beta_{n-1}} \quad \text{при} \quad \beta_{0n-1}\beta_{n-1}Z_{0n-1} + \alpha_{n-1}\beta_{n-1}z_{n-1} > R_{n-1} > \alpha_{n-1}\beta_{n-1}z_{n-1}; \\ 0 \quad \text{при} \quad R_{n-1} \ge \beta_{0n-1}\beta_{n-1}Z_{0n-1} + \alpha_{n-1}\beta_{n-1}z_{n-1}, \end{cases} \tag{4}$$

где Z_{0n-1} – остаток на складе системы для предыдущего потребителя по отношению к данному. Если n = 2 то $Z_{0n-1} = Z_{01} = \alpha_0 z_0$. Под z_0 подразумевается первоначальный запас на складе системы. Индекс n для каждого потребителя определяется исходя из очередности обеспечения установленной ЛПР применительно к сложившейся обстановки т.е. под n-ым потребителем подразумевается потребитель обеспечиваемый в n-ую очередь.

Наиболее важным моментом при расчете выходных параметров аналитической модели является определение плотности распределения остатка на складе верхнего уровня. Так как распределение потребности подчинено нормальному закону, то и остаток на складе соединения является также нормально распределенной величиной. Для определения параметров закона распределения остатка, использовались формулы, приведенные в работе [7]. Согласно этих формул, параметры закона распределения остатка для второго

$$\left. \begin{aligned} m_{Z_{02}} &= \alpha_0 z_0 + \frac{\alpha_1 z_1}{\beta_{01}} - \frac{m_{r_1}}{\beta_{01}\beta_1}; \\ \sigma_{Z_{02}} &= \frac{\sigma_{r_1}}{\beta_{01}\beta_1}, \end{aligned} \right\} \tag{5}$$

и для третьего потребителей

$$\left. \begin{aligned} m_{Z_{03}} &= m_{Z_{02}} + \frac{\alpha_2 z_2}{\beta_{02}} - \frac{m_{r_2}}{\beta_{02}\beta_2}; \\ \sigma_{Z_{03}} &= \sqrt{\sigma_{Z_{02}}^2 + \left(\frac{\sigma_{r_2}}{\beta_{02}\beta_2}\right)^2}, \end{aligned} \right\} \tag{6}$$

где $m_{Z_{02}}, m_{Z_{03}}$ – математические ожидания остатка на складах ЛС соответственно для второго и третьего потребителей;

$\sigma_{Z_{02}}, \sigma_{Z_{03}}$ – средние квадратические отклонения этих остатков;

m_{r_1}, m_{r_2} – математические ожидания расходов МР соответственно у первого и второго потребителей;

$\sigma_{r_1}, \sigma_{r_2}$ – средние квадратические отклонения этих расходов.

Плотности распределения остатка на складах будут иметь вид

$$\varphi_{02}(z_{02}) = \frac{1}{\sigma_{Z_{02}}\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\left(z_{02}-m_{Z_{02}}\right)^2}{2\sigma_{Z_{02}}{}^2}}, \tag{7}$$

$$\varphi_{03}(z_{03}) = \frac{1}{\sigma_{Z_{03}}\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\left(z_{03}-m_{Z_{03}}\right)^2}{2\sigma_{Z_{03}}{}^2}}. \tag{8}$$

Все расчеты, относительно определения численных значений выходных параметров модели, производились с использованием специализированного математического пакета прикладных программ – Maple 9 компании Waterloo Maple.

В качестве меры адекватности (идентичности) аналитической и имитационной модели был выбран коэффициент корреляции между значениями выходных параметров данных моделей [1].

Для оценки коэффициента корреляции необходимо наличие результатов ряда испытаний обеих моделей. Практика показывает, что, как правило, рациональное количество должно составлять порядка десяти испытаний [8]. При проведении испытания, значения входных параметров обеих моделей в каждом опыте естественно должны совпадать. В каждом испытании выбирался уникальный (не повторяющийся) набор входных параметров.

Коэффициент корреляции случайных величин *X* и *Y* определяется по формуле [7]:

$$k_{xy} = \frac{m_{xy} - m_x m_y}{\sigma_x \sigma_y}, \tag{9}$$

где m_{xy} – математическое ожидание произведения случайных величин *X* и *Y*;

m_x, m_y – математические ожидания случайных величин *X* и *Y* соответственно;

σ_x, σ_y – средние квадратические отклонения случайных величин *X* и *Y* соответственно.

В данном случае в качестве *X* и *Y* выступают две пары случайных величин – дефицита D_{AM}, $D_{ИМ}$ и затрат Q_{AM}, $Q_{ИМ}$. Таким образом оценку адекватности моделей необходимо производить по значениям двух коэффициентов корреляции – дефицита и затрат.

Для проведения практических расчетов использовались инструменты статистического анализа пакета Microsoft Excel.

В ходе расчетов были получены следующие значения коэффициентов корреляции для дефицитов и затрат:

$$k_D = 0{,}985982 \approx 1,$$
$$k_Q = 0{,}999663 \approx 1.$$

Выводы

Таким образом, в результате оценки адекватности аналитической модели управления запасами в многоуровневой ЛС объекту моделирования с использованием рассмотренного в статье подхода, можно сделать вывод, что аналитическая модель

 ISBN 7-776-8361-7

адекватна имитационной, а значит, учитывая ранее принятые допущения, и самому объекту моделирования.

Используемый подход к оценке адекватности аналитических моделей заключается в сопоставлении данных полученных в результате аналитического моделирования с результатами имитационного моделирования, считая при этом имитационную модель рассматриваемой ЛС абсолютно адекватной самой моделируемой системе. Данный подход обусловлен физическим отсутствием, по объективным причинам, объекта моделирования, по сравнению с которым возможно оценить адекватность аналитической модели. В тоже время неограниченные возможности имитационного моделирования относительно учета всевозможных свойств моделируемого объекта, чего нельзя сделать в аналитических моделях, позволили заменить рассматриваемый объект исследования его имитационной моделью.

Рассмотренный подход применим к оценке адекватности аналитических моделей не только применительно к ЛС но и к другим сложным объектам моделирования непосредственное проведение экспериментов с которыми, не возможно по тем или иным причинам.

In the article one of possible approaches is presented to estimation of adequacy of analytical model to control by the supplies of material resources in the multilevel logistic system.

1. Молчанов А.А. Моделирование и проектирование сложных систем. Учебное пособие. – К.: Вища школа. 1988. – 56 с.
2. Бусленко Н.П. Моделирование сложных систем. – М.: Наука, 1968. – 352 с.
3. Максимей В.М. Имитационное моделирование на ЭВМ. – М.: Радио и связь, 1988. – 223 с.
4. Советов Б.Я., Яковлев С.А. Моделирование систем. Учебник. – М.: Высшая школа. 1985. – 271 с.
5. Шарашканэ А.С., Железнов Н.Г., Иваницкий В.А. Сложные системы. – М.: Высшая школа, 1977. – 229 с.
6. Нейлор Т. Машинный имитационный эксперимент с моделями. – М.: Мир. 1975.
7. Вентцель Е.С. Овчаров Л.А. Теория вероятности и ее инженерное приложение. – М.: Наука, 1988. – 358 с.
8. Вентцель Е.С. Теория вероятности. – М.: Наука, 1969.
9. Козак Ю.А., Колчин Р.В. Математическое обеспечение АСУ запасами материальных ресурсов в двухуровневой логистической системе со случайным спросом. // Збірник наукових праць №28. – Одеса: ОНПУ, 2004.