

АДАПТИВНАЯ ПЕРЕСТРОЙКА ЦИФРОВОГО ФИЛЬТРА В СИСТЕМЕ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Малахов В.П., Ситников В.С., Яковлева И.Д.

В процессе функционирования системы автоматического управления, содержащей цифровой фильтр, возникает задача оперативного изменения характеристик фильтра к изменениям входного сигнала, например, коэффициент усиления, частоту среза, полосу пропускания. В этом случае частотная характеристика фильтра автоматически регулируется, обеспечивая заданные свойства системы. Гибкость характеристик, присущая перестраиваемым и адаптивным фильтрам, широко используется в различных технических системах, например, в эхоподавлении сигналов в телефонии, обработки сигналов в радиолокационных и гидроакустических системах, в выделении биомедицинских сигналов на фоне других сигналов и т.д. [1].

При построении перестраиваемых фильтров обычно используют нерекурсивные фильтры высокого порядка, что усложняет их реализацию и подстройку. Это обусловлено тем, что у нерекурсивных фильтров отсутствует проблема устойчивости передаточной функции [2,3]. Применение адаптивных алгоритмов для перестройки характеристик рекурсивных фильтров имеет ряд ограничений. Прежде всего, это проблемы устойчивости передаточной функции и ограничения диапазона изменения управляемого параметра, а также линейность управления.

Рассмотрим возможность применения адаптивных алгоритмов для перестройки рекурсивного фильтра низкого порядка и их влияния на общий порядок фильтра, рис. 1.

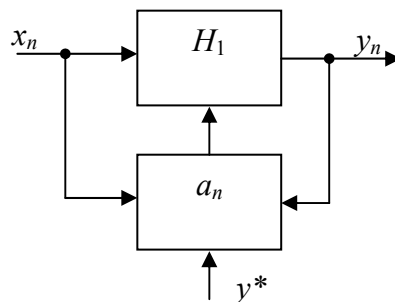


Рис. 1 Перестраиваемый цифровой фильтр

$x_n$  — входной сигнал;  $y_n$  — выходной сигнал;  $y^*$  — внешнее управляющее воздействие;  $a_n$  — коэффициенты алгоритма подстройки

Для цифрового рекурсивного фильтра первого порядка справедливо разностное уравнение:

$$y_n = b \cdot y_{n-1} + a_n \cdot x_n, \tag{1}$$

где  $y_{n-1}$  — выходной сигнал фильтра в  $n-1$  момент времени;  $b$  — весовой коэффициент.

Для изменения коэффициента  $a_n$  цифрового фильтра (рис. 1) воспользуемся известными адаптивными алгоритмами по методу наименьших квадратов, поскольку они нашли широкое применение при обработке сигналов, имеют не высокую вычислительную сложность и требования к памяти. Это такие алгоритмы как адаптивные алгоритмы по методу наименьших квадратов (LMS — Least Mean Square) и его варианты - алгоритмы со знаком сигнала данных (SD LMS — Sign-Data LMS), алгоритмы со знаком сигнала ошибки (SE LMS — Sign-Error LMS), алгоритмы со знаком сигнала данных и знаком сигнала ошибки (SS LMS — Sign-Sign LMS) [4].

Алгоритм подстройки коэффициента цифрового фильтра  $a_n$  по методу наименьших квадратов обычно имеет вид:

$$a_n = d \cdot a_{n-1} + \alpha \cdot e_n, \quad (2)$$

где  $\alpha$  – шаг подстройки;  $d$  – весовой коэффициент;  $a_n, a_{n-1}$  – коэффициенты цифрового фильтра в  $n$  и  $n-1$  моменты времени;  $e_n = y^* - y_n$  — сигнал ошибки.

Тогда перестраиваемый цифровой фильтр будет описываться системой уравнений:

$$\begin{cases} y_n = b \cdot y_{n-1} + a_n \cdot x_n \\ a_n = d \cdot a_{n-1} + \alpha \cdot e_n \\ e_n = y^* - y_n \end{cases}, \quad (3)$$

переходя к изображениям через Z-преобразование, получим:

$$\begin{cases} Y(z)(1 - bz^{-1}) = A(z)X(z) \\ A(z)(1 - dz^{-1}) = \alpha E(z) \\ E(z) = Y^* - Y(z) \end{cases}. \quad (4)$$

После преобразований передаточная функция рекурсивного фильтра будет иметь вид:

$$H_1(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1}{1 - bz^{-1}} A(z) = \frac{\alpha}{(1 - bz^{-1})(1 - dz^{-1})} E(z). \quad (5)$$

Поскольку ошибка в пределе стремиться к заданному значению  $e_n|_{\infty} \rightarrow \beta$ , то и его Z-преобразование будет стремиться  $E(z) \rightarrow \beta$ , тогда выражение (5) можно привести к виду:

$$H_1(z) = \frac{\alpha\beta}{1 + C_1 z^{-1} + C_2 z^{-2}}, \quad (6)$$

где  $C_1 = -(b + d)$ ;  $C_2 = bd$ ;  $b$  и  $d < 0$ .

Следует отметить, что применение алгоритма адаптации для перестройки коэффициента усиления цифрового фильтра привело к повышению порядка передаточной функции устройства в целом (6), т.к. исходный фильтр имел передаточную функцию первого порядка (1).

Обобщая полученный результат можно показать, что при перестройке цифрового фильтра  $N_1$  порядка вида

$$y_n = \sum_{i=1}^{N_1} b_i \cdot y_{n-i} + a_n \cdot x_n, \quad (7)$$

алгоритмом перестройки порядка  $N_2$  вида

$$\begin{cases} a_n = \sum_{j=1}^{N_2} d_j \cdot a_{n-j} + \alpha \cdot e_n \\ e_n = y^* - y_n \end{cases}, \quad (8)$$

Получим “чисто рекурсивный” цифровой фильтр порядка  $N_1+N_2$ , передаточная функция которого будет иметь вид:

$$H(z) = \frac{\alpha\beta}{1 + \sum_{i=1}^{N_1+N_2} C_i z^{-i}}. \quad (9)$$

Из теории цифровых фильтров известно, что для повышения порядка используются структурные методы: последовательное или параллельное соединение звеньев низкого порядка, а также включение звена в обратную связь [1]. Применение алгоритма перестройки коэффициента усиления цифрового фильтра аналогично последовательному соединению звеньев фильтра при введении управления коэффициентом в виде обратной связи, рис.1.

Для анализа свойств полученной передаточной функции рассмотрим реальный фильтр с частотой среза  $f_c = 1,5$  кГц при частоте дискретизации  $f_d = 12$  кГц. Обозначим через  $k$  числитель передаточной функции (6).

Перестройка коэффициента  $k$  приводит к изменению коэффициента усиления при постоянных коэффициентах знаменателя  $C_1 = -0,9128$  и  $C_2 = 0,3333$  и относительной частоте среза  $\bar{\omega}_c = 2\pi \frac{f_c}{f_d} = 0,785 \text{ rad}$ . ФЧХ при этом остается неизменной, рис. 2.

При комплексной перестройке коэффициентов числителя и знаменателя (смотри таблицу параметров) можно стабилизировать коэффициент усиления и варьировать частоту среза, рис. 3.

Параметры цифрового фильтра при перестройке его коэффициентов

№ п/п	$k$	$C_1$	$C_2$	$\bar{\omega}_c, \text{rad}$
1	0,0144	-1,6330	0,6906	0,25
2	0,0295	-1,4726	0,5906	0,41
3	0,0376	-1,3928	0,5433	0,47
4	0,0495	-1,2796	0,4776	0,56

Следует отметить, что комплексная перестройка приводит к изменению ФЧХ, однако это может привести к искажениям формы выходного сигнала.

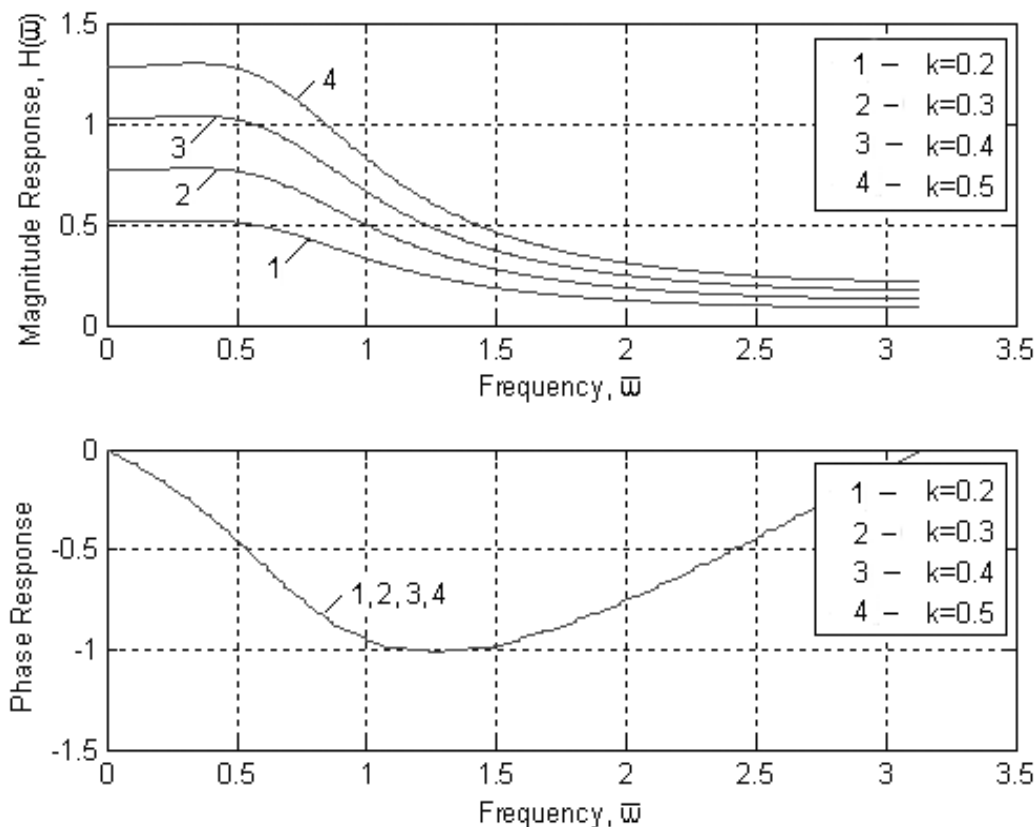


Рис. 2. АЧХ и ФЧХ цифрового фильтра при перестройке коэффициента числителя

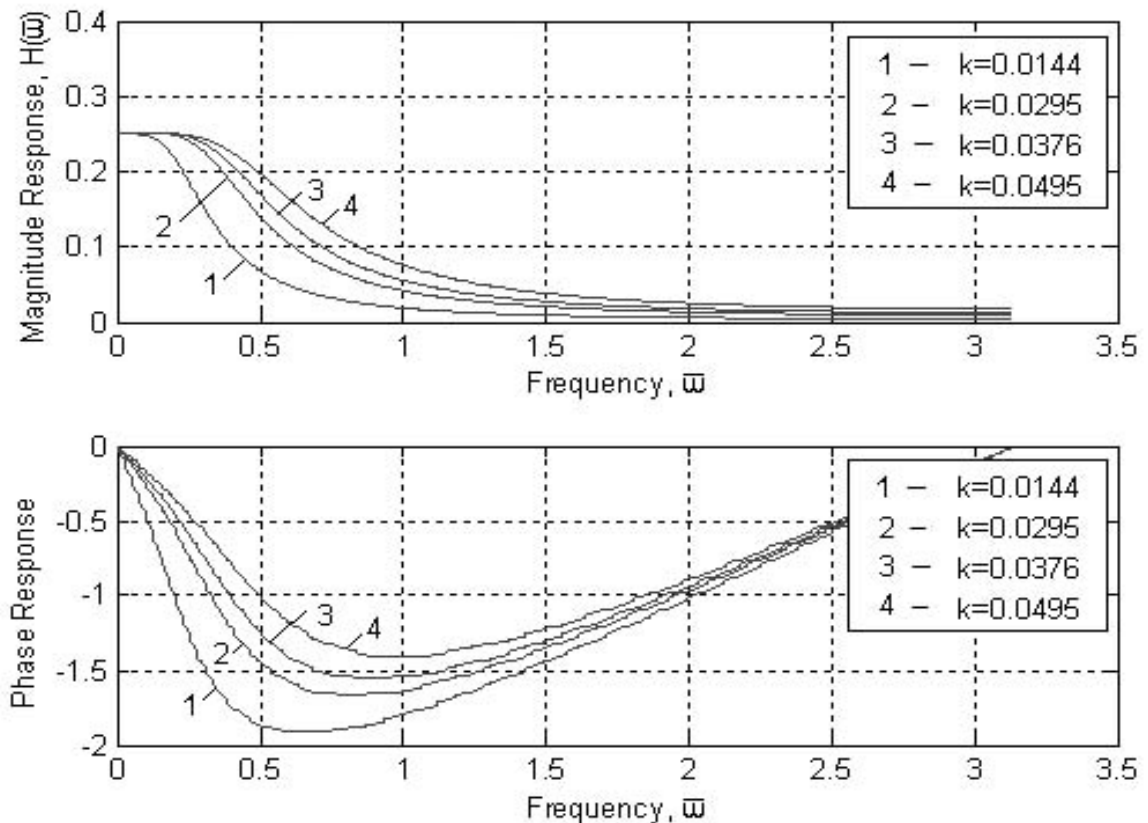


Рис.3. АЧХ и ФЧХ цифрового фильтра при перестройке коэффициентов числителя и знаменателя

Таким образом, применение адаптивных алгоритмов для перестройки коэффициентов цифрового фильтра низкого порядка позволяет повысить порядок фильтра и крутизну АЧХ в переходной области, осуществить отдельную перестройку коэффициента усиления и частоты среза.

Possibility of adaptive algorithms application on a Least Mean Square for reorganization of low order recursive filter was considered. Digital adaptive filter transfer function was deduced. Magnitude Response and Phase Response conduct at change of numerator and denominator factors of transfer function was considered. Possibility to carry out separate reorganization of amplification factor and cut frequency of the received digital filter was shown.

1. Айфитчер, Эммануил С., Джервис, Барри У. Цифровая обработка сигналов: практический подход, 2-е издание. : Пер. с англ.- М.: Издательский дом „Вильямс”, 2004. – 992 с.
2. Изерман Р. Цифровые системы управления: Пер. с англ. – М.: Мир, 1984. - 541с.
3. Уидроу Б., Стирнз С. Адаптивная обработка сигналов. – М.: Радио и связь, 1989.- 440с.
4. Equalization, Prof. David Johns, University of Toronto, ([johns@eecg.toronto.edu](mailto:johns@eecg.toronto.edu))