

**Петрович В.В.,** к.т.н.

**Артеменко В.А.**

## **ДОСЛІДЖЕННЯ ОСОБЛИВОСТЕЙ ЧАСОВОГО РЯДУ КЛІМАТИЧНИХ ДАНИХ МЕТОДОМ РЕКУРРЕНТНИХ ГРАФІКІВ**

**Анотація.** Проведені дослідження часових рядів кліматичних даних за допомогою нової та ефективної розробки нелінійного аналізу – рекуррентних графіків.

**Ключові слова:** часовий ряд кліматичних даних, рекуррентні графіки.

**Аннотация.** Проведенны исследования временных рядов климатических данных с помощью новой и эффективной разработки нелинейного анализа – рекуррентных графиков.

**Ключевые слова:** временной ряд климатических данных, рекуррентные графики.

**Abstract.** The research climate data time series using a new and effective development of nonlinear analysis – recurrent graphs.

**Keywords:** time series of climatic data, recurrent graphs.

**Вступ.** Різноманітні природні явища та процеси у більшості випадків являють собою динамічні системи зі складною поведінкою. При цьому складність таких явищ та процесів проявляється на різних просторових та часових масштабних рівнях.

Як правило, природні явища та процеси не можуть бути описані за допомогою лінійних моделей, ні навіть за допомогою надмірно ідеалізованих нелінійних моделей.

Сучасний апарат нелінійної динаміки має багато методів аналізу часових рядів зі складною поведінкою [1]. Однак більшість таких методів вимагає достатньо довгих та стаціонарних рядів експериментальних даних, що не є характерним для серій натурних вимірів багатьох природних процесів, у тому числі і кліматичних.

Зважаючи на це, особливо актуальним є застосування достатньо простих, але в той же час і глибоких методів дослідження часових рядів кліматичних даних для подальшої побудови прогнозної моделі їх поведінки.

Одним із таких сучасних методів аналізу, що використовується в останнє десятиріччя, є метод рекуррентних графіків (далі RP-recurrent plots). Методика побудови RP базується на фундаментальних властивостях динамічних систем, але при цьому може оперувати досить короткими часовими рядами.

Крім того, виконання умови стаціонарності для часових рядів, що досліджуються, не є обов'язковим.

RP також досить зручні для виявлення різного роду нестационарностей у достатньо складних часових рядах. Тобто за допомогою RP можна виявляти зміну якісної поведінки короткого ряду з часом (визначати можливі фазові переходи).

Як відомо, навіть досить малі збурення у складній динамічній системі можуть викликати експоненціальне відхилення від її попереднього стану. Однак з часом така система намагається або повернутися до стану, який є достатньо близьким до її попереднього стану, або проходить подібні ступені розвитку. RP дозволяє також візуалізувати таку рекуррентну поведінку (поведінку, що повторюється у часі).

Незважаючи на те, що складні динамічні системи містять декілька змінних, а поведінка таких систем визначається великим числом різних взаємодій, навіть одна із змінних вже дає істотну інформацію про динаміку системи в цілому. Тому за допомогою побудови фазової траєкторії, використовуючи навіть одну змінну, можна відновити топологію повної фазової траєкторії (ніби використовувались всі змінні даної системи). Зважаючи на те, що складні динамічні системи, як правило, багатомірні, перевага RP-аналізу саме й полягає в тому, що з'являється можливість дослідження  $M$ -розмірної траєкторії фазового простору за допомогою двох- або трьохвимірних підпросторів.

### **Методологія інтерпретації рекуррентних графіків**

Побудова RP обґрунтована класичною теоремою рекуррентності Пуанкаре.

За останній час з'явилося багато літератури щодо методів побудови та використання RP у різних областях науки та техніки [2, 3 та ін.]. Згідно фундаментальних основ RP-аналізу, рекуррентність стану в момент  $I$  при різних значеннях часу  $J$  відтворюється всередині двохвимірної квадратної

матриці з чорними та білими точками, де чорні точки визначають присутність рекуррентності.

Значення часу на графіках відкладається вздовж обох осей.

Математично це визначається як

$$\begin{aligned} \vec{R}_{I,J} &= H(E_I - \|\vec{X}_I - \vec{X}_J\|); \\ \vec{X}_I &\in \overline{\mathfrak{R}^M}; \\ \vec{X}_J &\in \overline{\mathfrak{R}^M}; \\ I &= 1, \dots, N; \\ J &= 1, \dots, N, \end{aligned} \quad (1)$$

де  $H(\cdot)$  – функція Хевісайда;

$\|\cdot\|$  – норма (відстань);

$N$  – довжина ряду, що досліджується;

$\mathfrak{R}^M$  –  $M$ -вимірний (лінійний простір).

Діагональ, що повністю складається з чорних точок та розміщена під кутом  $\pi/4$ , носить назву лінія тотожності.

Особливо слід зазначити, що окремі рекуррентні точки  $\vec{R}_{I,J}$  не несуть певної інформації про стани у моменти часу  $I$  та  $J$  відповідно, і лише у своєму зібранні (узурі) дозволяють реконструювати властивості процесу (динамічної системи).

Зрозуміло, що на практиці неможливо виявити абсолютно рекуррентні стани  $\vec{X}_I \equiv \vec{X}_J$ , тому звичайно вважається, що стан  $\vec{X}_I$ , буде рекуррентним стану  $\vec{X}_J$ , якщо вони опиняються достатньо близько один до одного.

Так, вектори  $\vec{X}_J$ , що попадають у  $M$ -вимірне оточення (окіл), наприклад, куля у  $L_2$ -нормі радіуса  $E_i$  з центром на значенні  $\vec{X}_I$ , вважаються рекуррентними і, відповідно, утворюють рекуррентні точки.

При визначенні  $M$ -вимірного оточення у формі кулі фіксованого радіуса  $RP$  будуть симетричні відносно  $\frac{\pi}{4}$ -діагонали, оскільки, якщо  $\vec{X}_I$  є близьким до  $\vec{X}_J$ , то справедливе і зворотне.

Для зручності в інтерпретації  $RP$  величину  $E_I$  у даному дослідженні приймали постійною та рівною  $E_I = 0,1$ , або 10% згідно (1).

В RP виділяють два основних класи структур – топологію та текстуру. Топологія відповідає крупномасштабним структурам, а текстура – мілкомасштабним.

Топологію підрозділяють на топологію однорідну, дрейф, діагонально-орієнтовані періодичні структури (так звана “шахматна” топологія) та топологію контрастну (див. рис. 1).

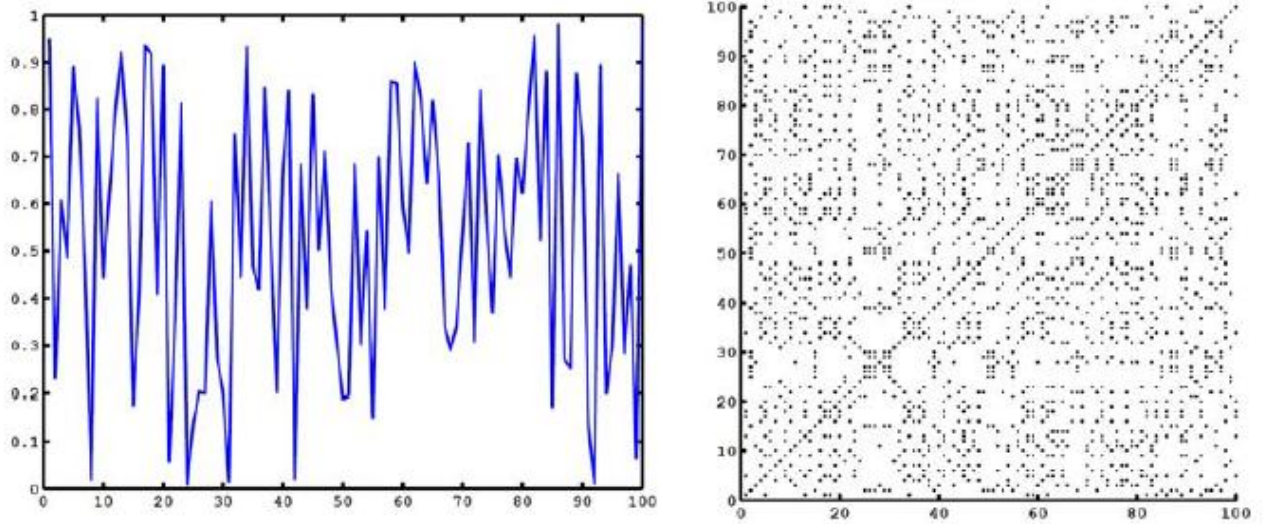


Рис. 1а

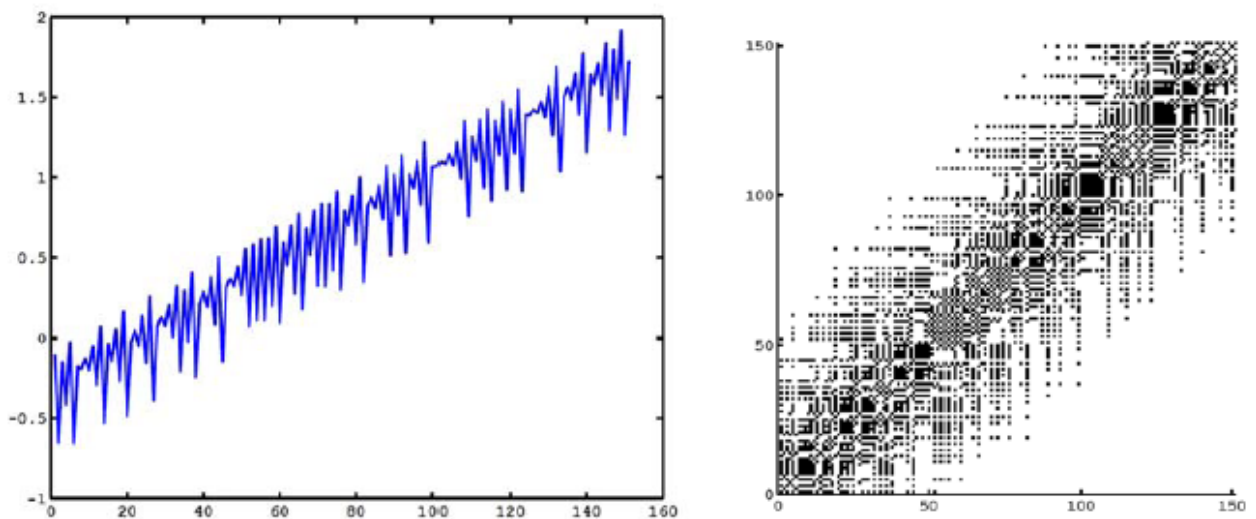


Рис. 1б

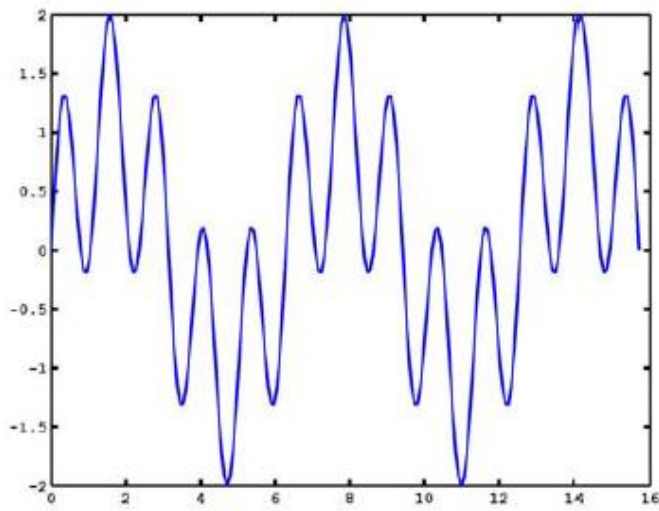


Рис. 1в

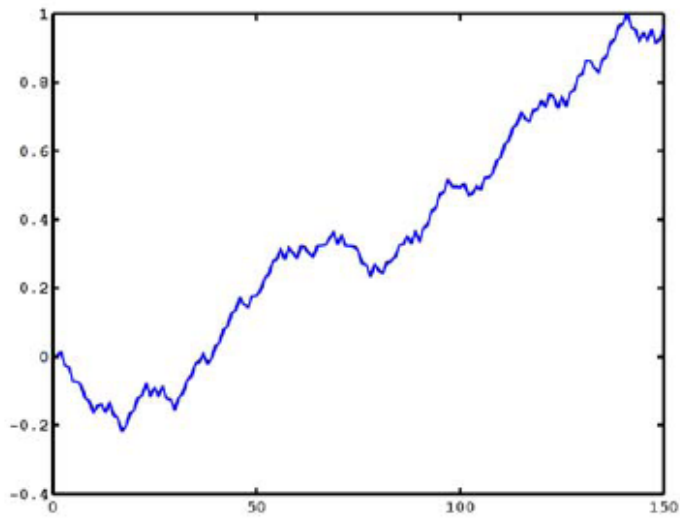
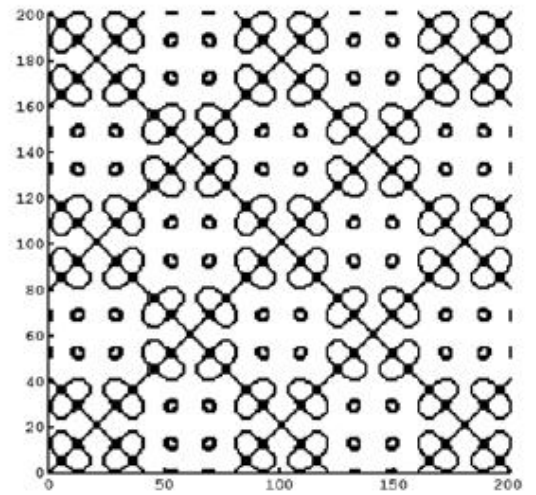


Рис. 1г

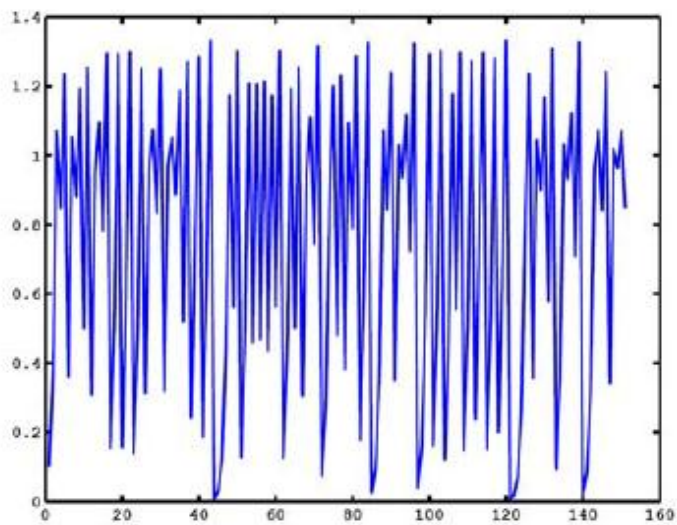
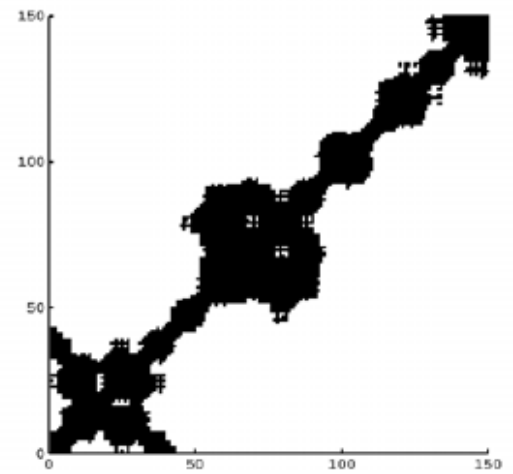
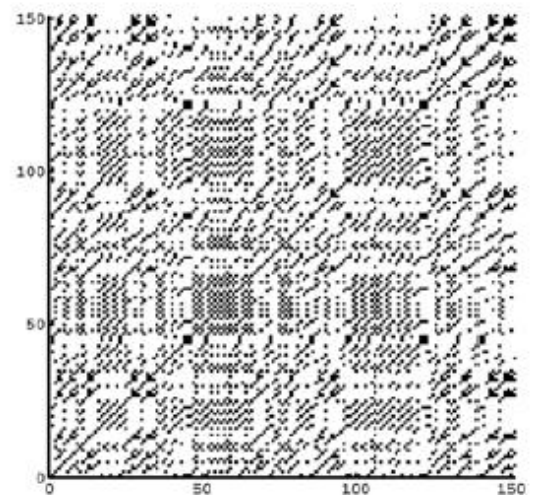


Рис. 1д



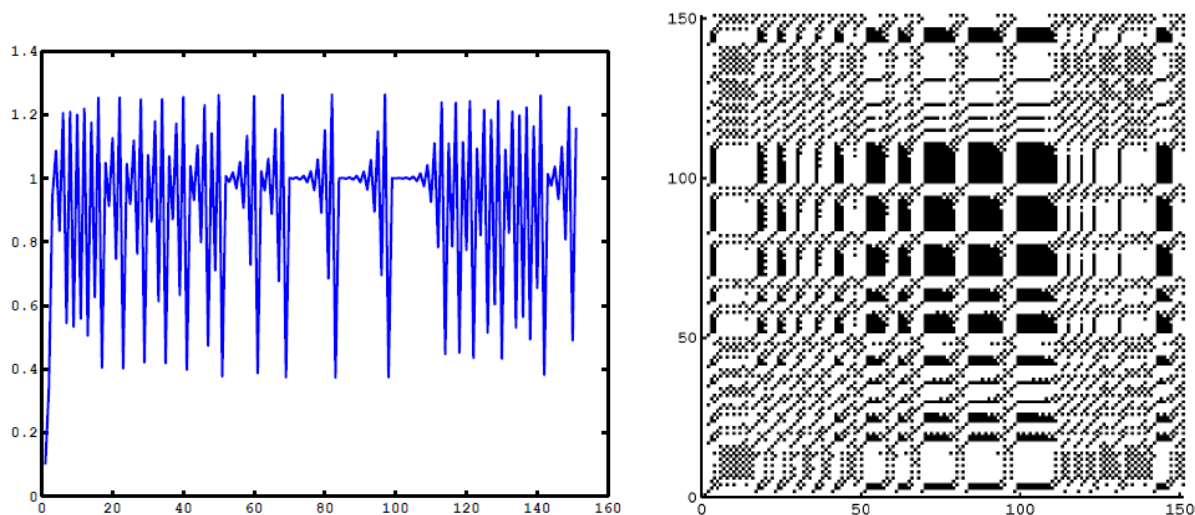


Рис. 1е

Однорідна топологія (рис. 1а) є характерною для стаціонарних та автономних динамічних систем, коли всі характеристичні часи (часи релаксації) досить незначні по відношенню до довжини ряду (є невеликими у порівнянні із інтервалом часу, що задіяний у побудові RP). Дрейф (рис. 1б) є характерним для динамічних систем, які не володіють абсолютною однорідністю, але містять параметри, які змінюються дуже повільно. У цьому випадку на RP має місце характерна зміна “яскравості” зображення від нижнього правого та верхнього лівого кутів. Діагонально-орієнтовані періодичні структури (рис. 1в) звичайно характеризують осцилюючі системи. Контрастна топологія (рис. 1г) характерна для різких змін динаміки процесу, нестаціонарності. У цьому випадку на RP з’являються характерні “білі” зони, що дає можливість говорити про появу екстремальних та рідких подій.

Текстури на RP можуть бути як у вигляді окремих точок, так і у вигляді ліній (вертикальних, горизонтальних та діагональних).

Окрема точка характеризує стан, що нетривало існує у часі (характеризує окремий, рідкий стан). Тому якщо RP повністю складається із окремих точок, процес є випадковим (див. рис. 1а).

Діагональні лінії довжиною  $L$  математично визначаються як

$$\vec{R}_{I+K, J+K} = 1, \quad (2)$$

де  $K = 1, \dots, L$ ,

та відповідають ситуації, коли деяка частина фазової траєкторії пролягає паралельно іншій (траєкторія повторює саму себе, проходячи по одній і тій самій області фазового простору у різні відрізки часу).

Довжина діагональної лінії відповідає часовому масштабу локальної близькості ділянок траєкторії, а її нахил – часовому рознесенню, характеризуючи внутрішній час даного процесу.

Якщо діагональна лінія паралельна діагоналі  $\pi/4$  (див., напр., рис. 1в), то частини траєкторії паралельні одна до одної в однакові відрізки внутрішнього часу для двох даних частин траєкторії, а якщо діагональна лінія перпендикулярна діагоналі  $\pi/4$  – напрямки розвитку частин траєкторії протилежні.

Нерегулярні прояви діагональних ліній характеризують хаотичний процес (див. рис. 1д), а вертикальні (горизонтальні) лінії та їх скупчення відповідають інтервалам часу, за які стан системи практично не змінюється (спостерігається певна “ламінальність” системи), що видно з рис. 1е.

Нерегулярні прояви “чорних” або “білих” зон може означати кореляцію шумів (рис. 1г).

### **RP-аналіз часового ряду метеорологічної інформації**

Як свідчать багаторічні натурні спостереження, втрата міцності ґрунтів верхньої частини земляного полотна, значні деформації укосів високих насипів та глибоких виїмок безпосередньо пов’язані з агресивною дією атмосферних вод [4,5,6].

Атмосферні опади викликають активізацію зсувів схилів, що загрожує нормальному функціонуванню гірських автомобільних доріг.

Тому інформація щодо зміни кількості атмосферних опадів у часі та її подальший аналіз має практичне значення і може бути використана при плануванні спеціальних заходів щодо підвищення стійкості земляного полотна в складних інженерно-геологічних та гідрологічних умовах.

Проаналізуємо систему, що генерує ряд опадів у часі.

Як методичний приклад, розглянемо річні (сумарні за рік) значення кількості атмосферних опадів у м. Києві, починаючи з 1860 року та закінчуючи 2000 роком включно ( $T = 140$  років). Графік часового ряду опадів наведений на рис. 2.

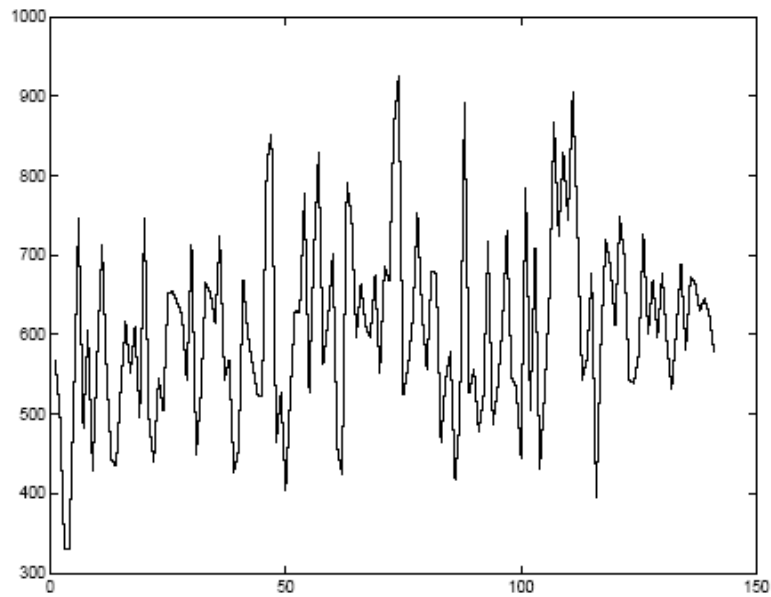


Рис. 2

Як бачимо, з вигляду цього графіка неможливо зробити певних висновків стосовно одержаної інформації, хіба що відмітити складність процесу, що аналізується. Фур'є-аналіз та вейвлетний аналіз у даному випадку дають мало, що пов'язане перш за все з недостатньою довжиною ряду.

Рекуррентний графік для цих же даних наведений на рис. 3.

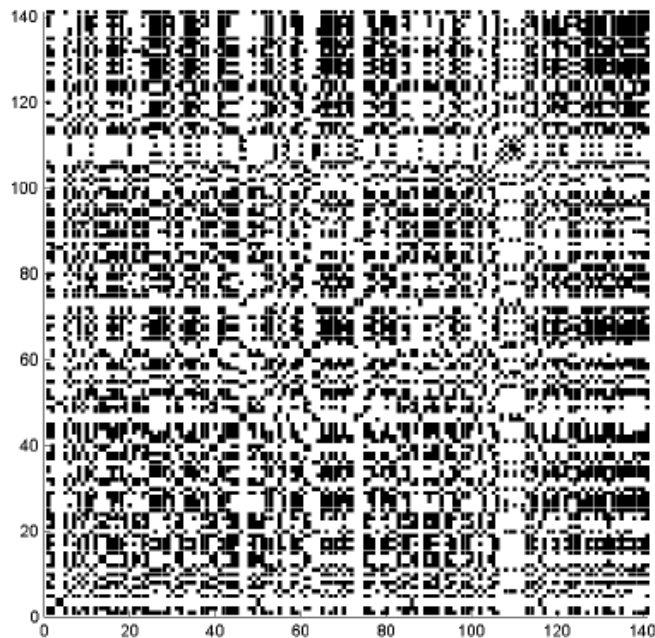


Рис. 3

Побудову RP (рекуррентних картин) здійснювали за програмою, що реалізує основні положення RP-аналізу даних згідно (1). Програма складена на мові MATLAB.



Перед побудовою RP вихідний ряд даних підлягав рівномірному нормуванню до одиниці. З цією метою у ряді знаходили максимальне значення, а далі значення всіх складових цього ряду ділили на це максимальне значення.

Як було зазначено вище, якщо два значення ряду відрізняються на 10% або менше, вони вважаються рекуррентними, а якщо вони відрізняються більше, ніж на 10% – не рекуррентними. Безпосередньо перший висновок, який можна зробити з попереднього аналізу цього RP-процес опадів у часі не є випадковим. Зазначимо, що за допомогою інших методів аналізу так просто неможливо встановити той факт, що даний часовий ряд не породжується випадковим процесом, тобто маємо певні закономірності у поведінці ряду (нехай і достатньо складні).

З метою перевірки цього факту порівнюємо графіки даних, що були згенеровані за допомогою функцій MATLAB `rand( )` і `randn( )` та наведені на рис. 4 та рис. 5.

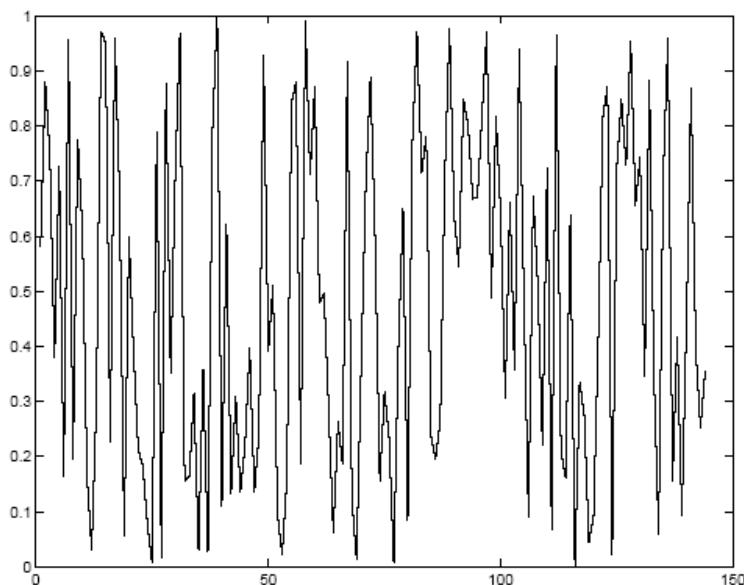


Рис. 4

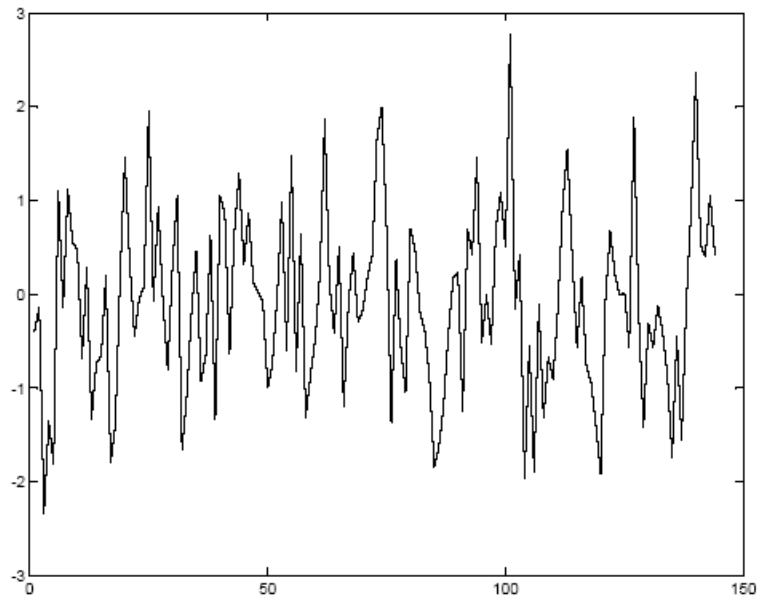


Рис. 5

Відповідні RP для цих даних наведені на рис. 6 та на рис. 7. Функції `rand( )` та `randn( )` генерують випадкові числа за різними алгоритмами.

Як бачимо, RP (рис. 6 та рис. 7) відповідають графіку, наведеному на рис. 1а, тобто свідчать про випадковість процесу, але не мають нічого спільного з RP, що характеризує часовий ряд атмосферних опадів (див. рис. 3).

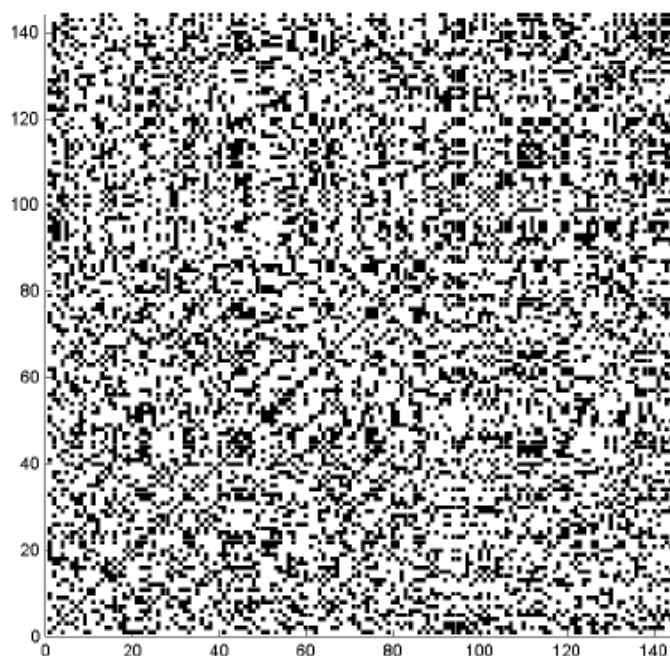


Рис. 6

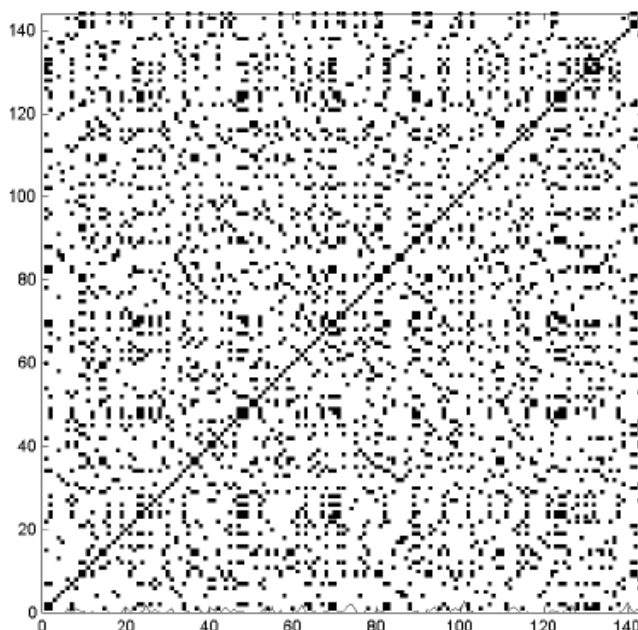


Рис. 7

Аналізуючи більш детально RP на рис. 3, відмічаємо чіткий фазовий перехід, тобто якісну зміну поведінки даної динамічної системи з часом (середнє значення складає біля 110 років), що відповідає  $1860+110=1970$  року. При цьому зміна поведінки системи йде поступово, охоплюючи проміжок часу у 7...8 років. Таким чином, другий важливий висновок відносно часового ряду атмосферних опадів полягає у тому, що за допомогою RP можна визначати якісну зміну (або зміни) у поведінці даної системи. У нашому випадку зміна відбулась у період 1965...1966 і до 1973...1974 років.

Так, RP “білий хрест” шириною біля 8 років чітко розділяє дві якісно різних за поведінкою ділянки цього часового ряду. При цьому білий колір “хреста” ясно вказує на те, що у перехідний період рекуррентність відсутня.

Підтвердженням цього висновку є результати масштабної обробки даних метеостанцій України з метою оцінки взаємозв’язку кліматичних умов окремих регіонів і появою та розвитком деформацій земляного полотна [4].

Згідно цих досліджень, абсолютний максимум опадів також припадав на середину 60-х років минулого сторіччя (так званий віковий максимум). У цей період спостерігалися масові деформації земляного полотна у Карпатах та у Криму, локальні руйнування високих насипів. Про важливість правильної оцінки та подальшого прогнозу кількості атмосферних опадів у часі свідчать прорахунки, що були зроблені при проектуванні ділянок автомобільної дороги

Полтава – Кишинів. Були прийняті помилкові рішення щодо дренажу, що у подальшому спричинило появу значних деформацій укосів насипів та виїмок [4].

Якщо у період з 1965 і до 1974 років поведінка часового ряду опадів якісно змінилась, при побудові прогнозованої моделі буде помилковим використання цілого ряду спостережень (1860-2000 роки). Починаючи з 1974 року така модель може бути розроблена тільки за даними 1974-2000 років.

Слід також відмітити певний глобальний прояв фазового переходу, що спостерігався у період середини 60-х років у більшості регіонів України [4] та в Молдавії.

Далі розглянемо інше, теж дуже важливе, питання обробки даних натурних спостережень. Як відомо, у більшості випадків експериментальні дані не можуть бути одержані з абсолютною точністю. Іноді похибка може бути достатньо великою. Прослідкуємо, як впливають неточності (спотворення) даних натурних спостережень на процес появи фазових переходів, що визначаються за допомогою RP.

Перш за все відквантуємо вихідні дані. Для цього всім значенням від нуля до 100 присвоїмо значення 100, всім значенням від 101 і до 200 – значення 200, і тому подібне до значення 1000.

Оскільки вихідні значення у даному часовому ряді не перевищували 1000, максимальне значення квантування теж буде дорівнювати 1000.

Таким чином, квантовані вихідні дані будуть приймати 10 значень: перше дорівнює 100, друге – 200, ... десяте – 1000.

Графік квантованих вихідних даних наведений на рис. 8.

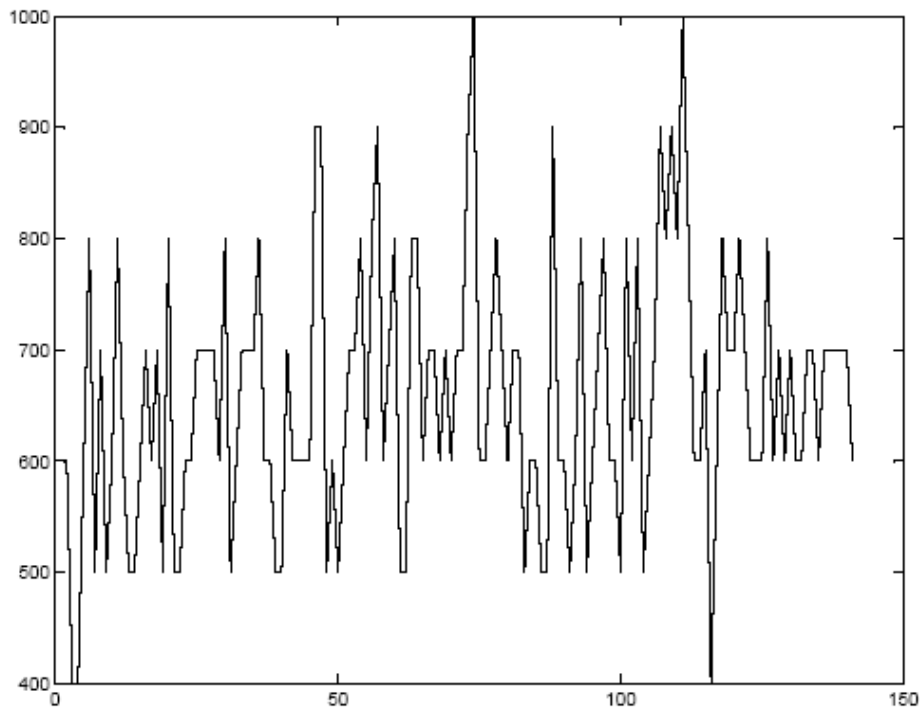


Рис. 8

Як бачимо, цей графік несе ще менше інформації, ніж графік на рис. 2. Побудуємо для квантованих даних відповідний RP з  $E_i = 10\%$  (див. рис. 9).

Навіть для відквантованих певним чином даних чітко можна визначити фазовий перехід, що спостерігається при тому ж значенні 110 років (“білий хрест” знаходиться у тому самому проміжку часу, як і на рис. 3). Тобто спотворення вихідних даних (навіть значні, як у даному методичному прикладі) все ж дозволяють досить чітко одержувати картину якісної зміни у поведінці системи з часом.

З точки зору практичного застосування методу RP така зовсім невелика чуттєвість до помилок у вхідних даних дає можливість вважати цей метод досить перспективним при вивченні складних кліматичних та гідрологічних процесів.

Враховуючи відомий факт, що на атмосферні явища певним чином впливають зміни у поведінці Сонця, проаналізуємо також часовий ряд середньорічних чисел Вольфа, починаючи з 1860 року і до 2000 року включно (рис. 10).

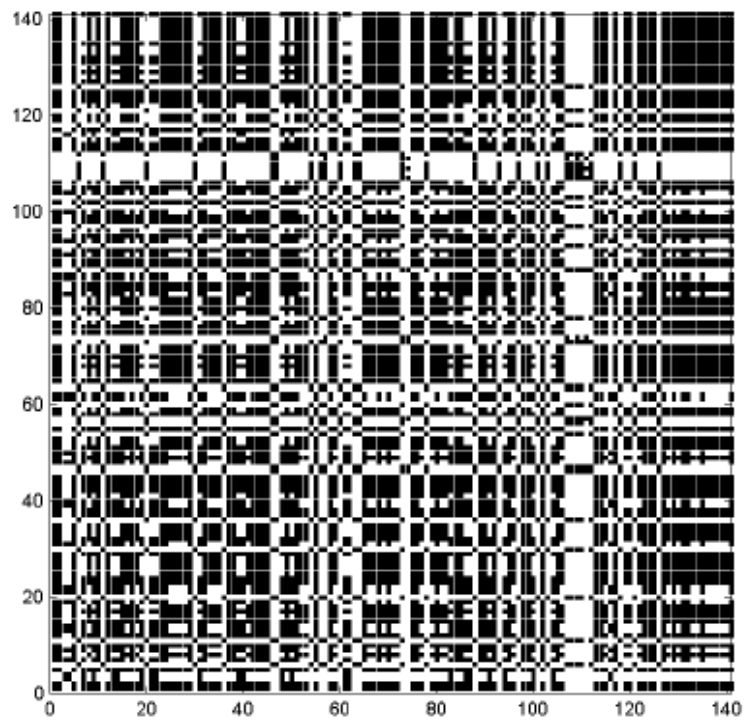


Рис. 9

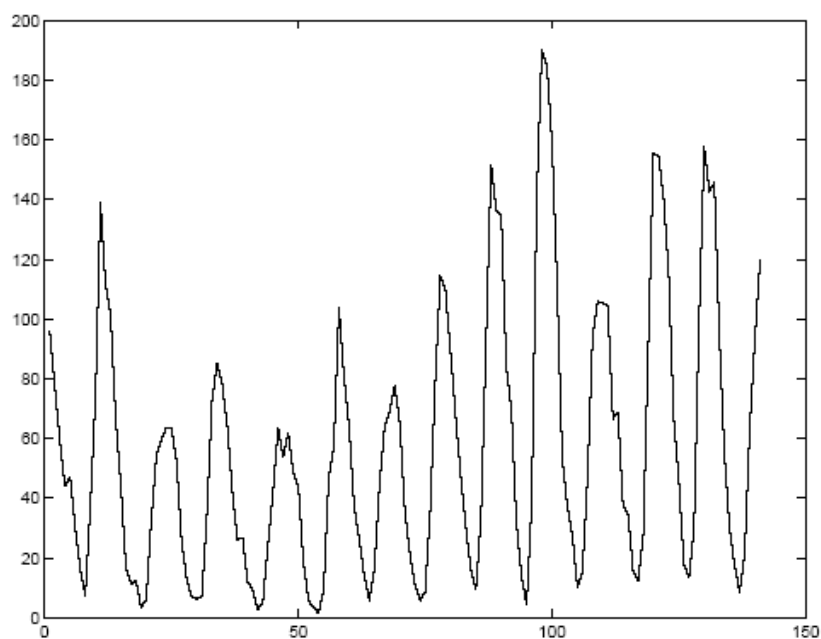


Рис. 10

Побудований RP для цього часового ряду ( $T=140$  років) наведений на рис. 11.

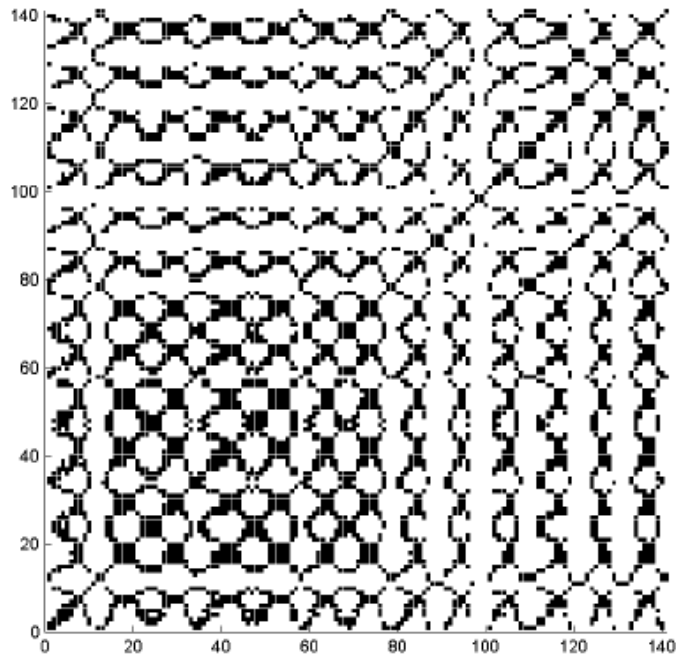


Рис. 11

Як видно, графік на рис. 11 підтверджує відому картину сталої періодичності процесу зміни значень чисел Вольфа.

Проведений в [7] аналіз різких змін сонячної активності та переломів ходу річних сум атмосферних опадів лише дав підставу для утвердження реальності зв'язків цих процесів. Однак конкретний вплив коливань сонячної активності на процеси зміни кількості атмосферних опадів у часі не обговорювався.

При сумісному аналізі RP (див. рис.3 та рис. 11) слід відмітити згущення чорних точок у вигляді характерних “квадратів” вздовж лінії тотожності, що дає певні підстави говорити про наявність деякого зв'язку між значеннями опадів і сонячною активністю у часі.

Найбільш чітко це видно при значенні  $T=110$  років, тобто у період вікового максимуму атмосферних опадів.

Зазначимо лише, що такий зв'язок досить складний та має певну “затримку” у часі. Цю “затримку” можна визначати на RP при сумісному їх порівнянні.

### Висновки

1. Проведені дослідження часових рядів кліматичних даних за допомогою нової та ефективної розробки нелінійного аналізу – рекуррентних графіків.
2. При дослідженні часового ряду гідрометеорологічних даних по м. Києву чітко фіксується фазовий перехід на новий рівень динамічної поведінки цієї кліматичної системи починаючи з 1974 року. У зв'язку з цим подальша

побудова прогнозової моделі цієї системи повинна базуватись тільки на даних спостережень за 1974...2010 роки відповідно.

3. Нелінійний аналіз часового ряду сонячної активності (чисел Вольфа) за допомогою графічного інструмента рекуррентних графіків теж виявив фазовий перехід, що приблизно припадає на той самий часовий інтервал, як і у ряді атмосферних опадів.
4. Процес опадів у часі не є періодичним (у класичному розумінні цього поняття), але також не є випадковим, і говорити про “циклічність” цього процесу слід з позицій динамічного хаосу. Для встановлення закономірностей у поведінці часового ряду атмосферних опадів необхідно провести додаткові дослідження.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. *Малинецкий Г.Г., Потанов А.Б.* Современные проблемы нелинейной динамики. – М.: Эдиториал УРСС. – 2000. – 336 с.
2. *Norbert Marwan.* Encounters with Neighbours. Current Developments of Concepts Based on Recurrence Plots and their Applications. – Diss. ... Dr. Rer. Nat. – Institut fur Physik, Universitat Potsdam, 2003. – 159 p.
3. *Norbert Marwan, M. Carmen Romano, Marco Thiel, Jurgen Kurths.* Recurrence Plots for the Analys in of Complex System. – Physics Reports, 2007, 438, p. 237-329.
4. *Литвиненко А.С., Заворицкий В.И., Артеменко А.В.* Цикличность изменения погодно-климатических условий и эксплуатация земляного полотна // Автомобильные дороги. – 1989. – №11. – С.10-12.
5. *Заворицкий В.И., Петрович В.В., Каськів В.І.* Дослідження впливу дії атмосферних опадів на земляне полотно автомобільних доріг для різних регіонів України // Таврійський вісник. – 1996. – Вип. 1. – С. 488-489.
6. *Савенко В.Я., Каськів В.І.* Вплив опадів на розподіл вологості ґрунтів верхньої частини земляного полотна // Автомобільні дороги і дорожнє будівництво. – 1997. – Вип. 54. – С.10-16.
7. *Дружинин И.П., Хамьянова Н.В.* Солнечная активность и переломы хода природных процессов на Земле. Статистический анализ. – М.: Наука, 1969. – 224 с.