УДК 624.21.09

Гайдукевич В.А, канд. техн. наук

ОЦІНКА ФУНКЦІОНАЛЬНОГО СТАНУ ГНУЧКОЇ АНКЕРНОЇ ПІДПІРНОЇ СТІНКИ

Різні типи підпірних стінок, що використовуються для утримання земляного полотна високих насипів автомобільних доріг мають свої переваги і недоліки відповідно до конкретних умов. Тонкостінні гнучкі анкерні підпірні стінки доречно використовувати не тільки з точки зору економії матеріалу і зменшення вартості, але і, можливо, як найбільш раціональне конструктивне рішення в певних умовах та обмеженому просторі.

В таких конструкціях актуальним є питання оцінки функціонального стану гнучкої підпірної стінки в умовах зміни навантаження, що сприймає стінка в процесі експлуатації. На приклад, значне збільшення транспортного потоку або збільшення висоти земляного полотна при реконструкції автомобільної дороги.

Розглянемо одиничний елемент підпірної стінки і зміну її контуру при зміні навантаження.

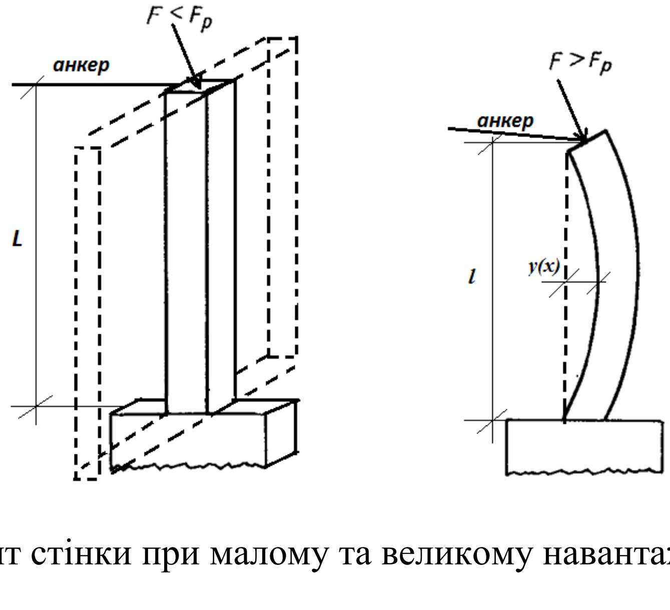

Рисунок 1 – Елемент стінки при малому та великому навантаженні

Допустимо, що до елементу стінки прикладена сила F (рис.1): якщо навантаження (сила F), що діє на стінку, невелике, стінка залишається прямою;

при дуже великому навантаженні F стінка згинається. Розглянемо процес згинання елемента стінки при проміжних значеннях F.

Зручно представити функцію, що описує поведінку (форму) елементу стінки, у вигляді розкладення в ряд Фурьє[1]

$$y(x) = \sum_{i=1}^{\infty} a_j sin\frac{j\pi x}{l} \qquad (1)$$

(1)

Тут $y(x)$ – горизонтальне відхилення стінки, що розглядається як функція відстані x від одного з кінців; l – координата другого кінця стінки. Оскільки коефіцієнти Фурьє a_j визначають форму стінки, вони відіграють роль перемінних стану системи; перемінна сила F відіграє роль керуючого параметра.

Фіксована довжина L стінки виражається через параметр l і відхилення $y(x)$ наступним чином:

$$L = \int_0^l \sqrt{1 + (dy/dx)^2}\, dx \qquad (2)$$

(2)

Рівняння(2) задає обмеження на параметр l і перемінні стани $a_1, a_2, \ldots$, яке може бути також представлене у вигляді

$$L = \int_0^l \left\{1 + \frac{1}{2}\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 - \frac{1}{8}\cdot\left(\frac{dy}{dx}\right)^4 + \cdots\right\} dx = l + \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{\infty} a_j^2 \left(\frac{j\pi}{l}\right)^2 \frac{1}{2} + \text{члени } \textit{вищого} \text{ ступеню} \quad (3) \quad (3)$$

З членів вищого порядку для подальшого розгляду важливий лише член четвертого ступеню по a_1:$-l(3/2^{+6})(\pi/l)^4 a^4_{1}$.

Потенційна енергія, накопичена у вигнутій стіні, пропорційна

$$\frac{B}{2}\int_0^l \left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 dx = \frac{B}{2}\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{\infty}\left(\frac{j\pi}{l}\right)^4 a_j^2 \qquad (4)$$

(4)

(константа B є жорсткістю гнучкості). Виконана зовнішньою силою робота дорівнює

$$W = \int_L^l F \cdot dx = -F(L-l) \qquad (5)$$

(5)

Потенційна функція, що описує стан (форму) статичної стінки, є сумою двох формул (4) та (5), тобто

$$V_p(a_j;F) = \frac{Bl}{4}\sum_{j=1}^{\infty}\left(\frac{j\pi}{l}\right)^4 a_j^2 - \frac{Fl}{4}\sum_{j=1}^{\infty}\left(\frac{j\pi}{l}\right)^2 a_j^2 +$$

$$+\text{члени } \textit{вищого} \text{ ступеню} = \frac{l}{4}\sum_{j=1}^{\infty}\left(\frac{j\pi}{l}\right)^2\left[B\left(\frac{j\pi}{l}\right)^2 - F\right] a_j^2 \qquad (6)$$

(6)

$$+\text{члени } \textit{вищого} \text{ ступеню}$$

(Відмітим, що при виведенні формули вага стінки не враховувалась.)

Стан стінки визначається мінімумом потенційної функції $V_p(a_j;F)$, яка позитивно визначена при $F<F_1=B(\pi/l)^2$, як у функціях зростаючого навантаження F.

Для того, щоб описати стан стінки при $F<F_1$, тобто після випучування, необхідно розглянути члени більше другого ступеню по перемінній стану a_j (Всіма іншими перемінними стану можна знехтувати). Потенційна функція, що описує стан стінки, буде мати вигляд[2]

$$V_p(a_j;F) \to V(a_j;F) = \frac{1}{4}\left(\frac{\pi}{l}\right)^2 (F_1 - F)a_1^2 + \frac{3Fl}{2^6}\left(\frac{\pi}{l}\right)^4 a_1^4 + \cdots. \qquad (7) \qquad (7)$$

При $F>F_1$ величина першого коефіцієнта Фурьє визначається формулою

$$a_1^2 = \frac{8}{3F}\frac{F-F_1}{(\pi/l)^2}, F \geq F_1 \qquad (8) \qquad (8)$$

Якщо стінка зафіксована (обмежена) так, що вона не може перейти в конфігурацію з меншою енергією (j=1), при більшому значені $F(=F_2)$ вона перейде в наступну вищу (j=2) конфігурацію, тобто відбудеться випучування. Загалом кажучи, якщо перші j-1 мод випучування заборонені обмеженнями, то випучування будуть мати місце при j-й моді, форма якого визначається членом $\sin j\pi x/l$ при $F_j=B(j\pi/l)$.

До сих пір розглядалися статичні властивості досконалої стінки. Розглянемо вплив дефектів стінки на її стан. До таких дефектів можемо віднести технологічні відхилення при будівництві або не відповідність самого матеріалу стінки. Найбільш загальний вид збудження потенційної функції включає також лінійний член, тому

$$V_i(a_j; F, \varepsilon) = \varepsilon a_1 + \frac{1}{4}\left(\frac{\pi}{l}\right)^2 (F_1 - F)a_1^2 + \frac{3Fl}{2^6}\left(\frac{\pi}{l}\right)^4\ a_1^4 \qquad (9)$$

Тобто найбільш загальний вигляд початкового дефекту стінки може бути змодельований відмінним від нуля згином (викривленням). Значення a_1 в стані рівноваги визначаються з умови рівності нулю градієнта ($\Delta_1 V_i(a_1; F, \varepsilon)=0$).

Якщо стінка знаходиться не в статичному стані і її кінетична енергія ΔE повністю визначається нижньою модой, то величина параметра a_1 буде коливатися біля відповідного статичному стану стінки значення a_1 (F).

Випучування навантаженої стінки по суті представляє собою фазовий перехід другого роду. Перехід до випученого стану є «м‘яким» так як стани системи до і після випучування зв‘язані безперервним чином. Конструкції, що демонструють «м‘який» перехід у випучений стан, не руйнуються при перевищенні граничного навантаження – вони лише повинні помірно згинатися. Тому можна сформулювати деякий вид критеріїв безпеки для визначення границь безпечних навантажень. Так, для багатьох практичних цілей стан стінки є небезпечним, якщо амплітуда начального згину стінки перевищує безпечне значення s: $|a_1|$>s>0. Так як амплітуда згину визначається з умови рівності нуля градієнту, то максимальне безпечне навантаження F_s буде визначатися максимальним безпечним згином, тобто

$$\Delta_1 V(a_1 = s; F_s, \varepsilon) = 0 = \varepsilon + \frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{l}\right)^2 (F_1 - F)s + \frac{3F_s l}{2^4}\left(\frac{\pi}{l}\right)^4\ s^3 \qquad (10) \qquad (10)$$

$$F_s = F_c(s) - k(s)\varepsilon,$$

де

$$F_c(s) = \frac{F_1}{1 - \frac{3}{8}(\pi s/l)^2}, \qquad (11)$$

(11)

$$k(s) = \frac{(2/|s|l)(l/\pi)^2}{1 - \frac{3}{8}(\pi s/l)^2},$$

Чуттєвість безпечного навантаження до недосконалості достатньо м‘яка і залежить від параметра недосконалості першого ступеня. Тут *Fc(s)* є безпечним навантаженням при відсутності дефектів. Для достатньо великих дефектів безпечних навантажень не існує.

Аналогічно може бути визначена максимальна несуча здатність стінки, що коливається. Коливання мають місце поблизу станів статичної рівноваги. Максимальна несуча здатність може бути визначена як значення F, при якому амплітуда згину досягає s. Для досконалої системи це навантаження знаходиться із виразу

$$\Delta E = \frac{1}{4}\left(\frac{\pi}{l}\right)^2 (F_1 - F_s)s^2 + \frac{3F_s l}{2^6}\left(\frac{\pi}{l}\right)^4 s^4, \quad (12)$$

(12)

що в свою чергу приводить до наступного лінійного співвідношення між кінетичною енергією ΔE і максимально безпечним навантаженням:

$$F_s = \frac{F_1 - (\Delta E/l)(2l/\pi s)^2}{1 - 3(\pi s/4l)^2}, \quad (13)$$

(13)

Для стінки, що випучується, і інших подібних систем чутливість безпечного навантаження як до недосконалості, так і до динамічних впливів буде досить помірною.

Запропонований підхід дозволяє спрогнозувати майбутній функціональний стан гнучкої анкерної підпірної стінки на етапі проектування і зменшити її геометричні параметри без втрати міцності або збільшити запас міцності при вірогідності непередбачуваних навантажень.

Література

1. Thompson J.M.T., Hunt G.W., Dangers of Structural Optimization, Eng. Optimization, 1,99-110(1974).
2. Арнольд В.И. Критические точки гладких функции и их нормальные формы. – УМН, 1975, 30:5,3 – 65.

Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Статическая физика. – М.: Наука, 1976.