

УДК 631.362

ЗАВГОРОДНИЙ А.И., д-р техн. наук

ХЕССРО МОНТАСЕР, аспирант

Харьковский национальный технический университет сельского хозяйства
имени Петра Василенко**ПЕРИОДИЧЕСКИЙ ВИБРОУДАРНЫЙ РЕЖИМ ДВИЖЕНИЯ
СФЕРИЧЕСКОЙ ЧАСТИЦЫ ПО ДУГЕ ПАРАБОЛЫ**

Приведены теоретические исследования периодического виброударного движения сферической частицы по поверхности малогабаритной деки сепаратора, выполненной в виде желоба с параболическим профилем и снабженной отражателем в нижней его части.

Ключевые слова: малогабаритная дека, отражательная поверхность, периодичность движения, размах колебаний частицы по профилю деки.

Постановка проблемы. Одним из направлений повышения производительности безрешетчатых вибрационных сепараторов [1] является использование малогабаритных дек. Технологические особенности движения частиц обрабатываемого материала, когда в качестве рабочих поверхностей дек использовалась плоскость, изучены в работах [2-5]. Выполнение поверхностей дек в виде желоба с криволинейным профилем даст дополнительное преимущество – возможность влияния на процесс центробежной силы, которая управляется формой профиля, поэтому возникла необходимость изучения технологического процесса сепарирования на базе математической модели движения семян по криволинейным поверхностям.

Анализ последних исследований и публикаций. Снабжение малогабаритной деки отражателем и ее периодические колебания дают возможность использовать для сортирования семенных смесей периодический виброударный режим движения, обладающий высокой устойчивостью [4]. Движение семян в этом режиме в случае прямолинейного профиля деки изучено в работах [2-5]. Изучалось также движение семян по малогабаритной деке с поперечным сечением в форме окружности [6-7].

Цель исследований. Проблема выбора рационального профиля малогабаритной деки связана с изучением и сравнением между собой характеристик движения семян по поверхностям дек с различной формой поперечного сечения: окружности, параболы, гиперболы, синусоиды и др. В предлагаемой статье исследуется случай, когда указанное сечение имеет форму квадратной параболы.

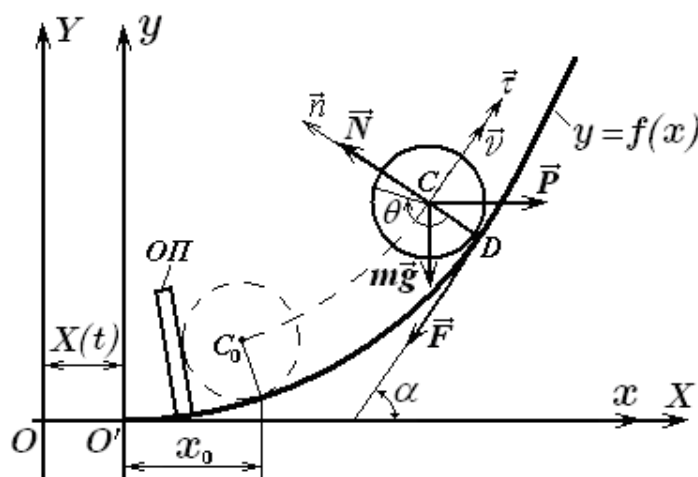


Рис. 1. Расчетная схема движения частицы.

Методика исследований. Расчетная схема вибрационного перемещения сферической частицы представлена на рис. 1. Движение деки отсчитывается от неподвижной системы координат XOY . Относительная система координат $xO'y$ жестко связана с декой и движется вместе с ней по гармоническому закону $X(t) = A \sin \omega t$ (A, ω – амплитуда и частота колебаний деки). Указанное

движение осуществляется в горизонтальной плоскости вдоль оси OX . В поперечном сечении дека имеет форму, заданную уравнением $y = f(x)$ (в дальнейшем – квадратная парабола). В нижней части дека на некотором расстоянии от начала координат закреплена отражательная пластина – ОП. При контакте частицы с пластиной происходит их соударение, отскок частицы и ее качение по деке до тех пор, пока снова не произойдет следующее соударение и т. д. Причем, при периодическом движении промежуток времени между двумя последовательными соударениями равняется периоду колебаний дека: $T=2\pi/\omega$.

На частицу, движущуюся в контакте с декой, в относительной системе координат действуют следующие силы (рис. 1): сила тяжести mg (направлена противоположно оси $O'y$), нормальная реакция N (направлена по нормали к профилю), сила инерции P (направлена вдоль оси Ox) и сила трения F (направлена по касательной к профилю дека). С учетом этого дифференциальные уравнения движения частицы в естественных координатах $\dot{n}, \dot{\tau}$ запишутся так:

$$\frac{mV^2}{\rho - r} = N - mg \cos \alpha - P \sin \alpha; \quad m\ddot{S} = P \cos \alpha - mg \sin \alpha - F; \quad I\ddot{\theta} = Fr, \quad (1)$$

где ρ, α – радиус кривизны кривой и угол наклона касательной в точке контакта частицы с профилем;
 r – радиус частицы.

Воспользуемся известным соотношением $\ddot{S} = r\ddot{\theta}$ и обозначим $\mu = (r_i/r)^2$. Тогда последнее из уравнений (1) дает $F = m\mu\ddot{S}$. Совместим начало отсчета времени с моментом соударения частицы с пластиной. Тогда сила инерции запишется в виде: $P = mA\omega^2 \sin \omega(t + t_y)$ (r_i – радиус инерции частицы, ωt_y – фаза удара). Далее, исключая из второго уравнения системы (1) силу трения F , получим:

$$(1 + \mu)\ddot{S} = A\omega^2 \sin \omega(t + t_y) \cos \alpha - g \sin \alpha. \quad (2)$$

Здесь угол α наклона касательной (см. рис.1) может быть выражен через абсциссу точки контакта D частицы с профилем с помощью производных:

$$\cos \alpha = 1/\sqrt{1 + y'^2}; \quad \sin \alpha = y'/\sqrt{1 + y'^2}. \quad (3)$$

Чтобы полностью перейти в уравнении (2) от естественной координаты S к координате x , выразим величину S через длину l кривой $y = f(x)$ между начальной ($x = x_0$) и поточной точками контакта частицы с профилем. Движение частицы в каждый момент времени можно рассматривать как мгновенное вдоль окружности кривизны, имеющей с кривой $y = f(x)$ общую кривизну, общую касательную и общее направление выпуклости в точке контакта D . В этом случае имеет место соотношение:

$$\frac{dS}{\rho - r} = \frac{dl}{\rho}. \quad (4)$$

Радиус кривизны и дифференциал дуги кривой определяются стандартно:

$$\rho = (1 + y'^2)^{\frac{3}{2}}/|y''|; \quad dl = \sqrt{1 + y'^2} dx. \quad (5)$$

На основании соотношений (4), (5) последовательно получаем:

$$S = \int_{x_0}^x \left(\sqrt{1 + y'^2} - \frac{y''r}{1 + y'^2} \right) dx; \quad \ddot{S} = \left(\sqrt{1 + y'^2} - \frac{y''r}{1 + y'^2} \right) \ddot{x} \quad (6)$$

$$\ddot{S} = \left(\frac{y'y''}{\sqrt{1 + y'^2}} - \frac{y'''(1 + y'^2) - 2y'y''^2}{(1 + y'^2)^2} r \right) \ddot{x} + \left(\sqrt{1 + y'^2} - \frac{y''r}{1 + y'^2} \right) \ddot{x} \quad (7)$$

При дифференцировании учтено, что $y'' > 0$ – кривая $y = f(x)$ вогнута.

По выражениям (2), (3) и (7) нетрудно составить дифференциальное уравнение, описывающее изменение положения точки контакта D во времени:

$$\left(1 + y'^2 - \frac{y''r}{\sqrt{1+y'^2}}\right) \frac{dx}{dt} - \frac{y'''(1+y'^2) - 2y'y''^2}{(1+y'^2)^{3/2}} r + \frac{1}{1+\mu} (gy' - A\omega^2 \sin \omega(t + t_y)) = 0. \quad (8)$$

Почти все величины в этом уравнении (кроме μ и y') – размерные. Это вызывает известные неудобства при использовании численных методов для его решения. Поэтому в дальнейшем будем использовать безразмерное время τ , которое выражается в долях периода колебаний деки и безразмерные координаты χ, η – в долях амплитуды колебаний. Для обозначения производных от безразмерных координат по безразмерному времени вместо “точек” будем использовать “звездочки”. Таким образом, для перехода к безразмерным величинам используем следующие обозначения:

$$t = T\tau, \quad x = A\chi, \quad y = A\eta \quad (9)$$

и следствия из них:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{Ad\chi}{Td\tau} = \frac{A}{T} \dot{\chi}; \quad \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{A}{T} \cdot \frac{d\dot{\chi}}{Td\tau} = \frac{A}{T^2} \dot{\chi}^*; \quad (10)$$

$$y' = \frac{dy}{dx} = \frac{Ad\eta}{Ad\chi} = \frac{d\eta}{d\chi} = \eta'; \quad y'' = \frac{dy'}{dx} = \frac{d\eta'}{Ad\chi} = \frac{1}{A} \eta''; \quad y''' = \frac{dy''}{dx} = \frac{1}{A} \frac{d\eta''}{Ad\chi} = \frac{1}{A^2} \eta''' \quad (11)$$

Теперь дифференциальное уравнение (8) можно переписать в удобном для использования виде:

$$\dot{\chi}^* = \frac{1}{1+\eta'^2 - \frac{\eta''r_A}{\sqrt{1+\eta'^2}}} \left[\left(\frac{\eta'''(1+\eta'^2) - 2\eta'\eta''^2}{\sqrt{(1+\eta'^2)^3}} r_A - \eta''\eta' \right) \dot{\chi}^* + \frac{4\pi^2}{1+\mu} \left(\sin 2\pi(\tau + \tau_y) - \frac{\eta'}{K} \right) \right], \quad (12)$$

где r_A – радиус частицы в долях амплитуды колебаний ($r_A = r/A$);

$K = A\omega^2/g$ – коэффициент кинематического режима движения деки.

Уравнения (1) совместно с обозначениями (9)-(11) позволяют записать выражения для силы трения и нормальной реакции также в безразмерном виде:

$$F^* = \frac{F}{mg} = \frac{\mu}{(1+\mu)\sqrt{1+\eta'^2}} \left[K \sin 2\pi(\tau - \tau_y) - \eta' \right], \quad (13)$$

$$N^* = \frac{N}{mg} = \frac{1}{\sqrt{1+\eta'^2}} \left[\frac{K\eta''}{4\pi^2} \left(1 - \frac{\eta''r_A}{\sqrt{(1+\eta'^2)^3}} \right) \dot{\chi}^* + K\eta' \sin 2\pi(\tau + \tau_y) + 1 \right]. \quad (14)$$

Значения F^*, N^* следует использовать для контроля режима движения частицы. В нашем случае используется технологически оправданный безотрывный режим движения при отсутствии проскальзывания. Это достигается, если $N^* > 0$ – движение без отрыва и если $|F^*| < F_{\text{тнх}}^* = fN^*$ – движение без проскальзывания (f – коэффициент трения).

Уравнение (12) может быть решено только тогда, когда известна форма профиля деки, заданная в безразмерных координатах: $\eta = \Phi(\chi)$. Мы рассматриваем параболический профиль, для которого можно записать:

$$\eta = k\chi^2; \quad \eta' = 2k\chi; \quad \eta'' = 2k; \quad \eta''' = 0, \quad (15)$$

где k – коэффициент формы параболы.

Понятно, что подстановка уравнений (15) в выражения (12)-(14) приведет их к привычному виду и упрощению числовой обработки. Однако при этом теряется их основное преимущество – применимость для профилей любой формы. К тому же, наличие символьных процессоров сейчас

уже у многих программных средств («Mathcad», «Mathematica», «Maple» и др.) позволяет, кроме встроенных, вводить функции пользователя и записывать их общее обозначение в текст программ. Исходя из этого, на основе соотношений (12)-(14), нами разработана Mathcad-программа для исследования периодического движения частицы по колеблющейся малогабаритной деке с произвольным профилем поперечного сечения. При запуске этой программы требуется лишь ввести уравнение исследуемого профиля.

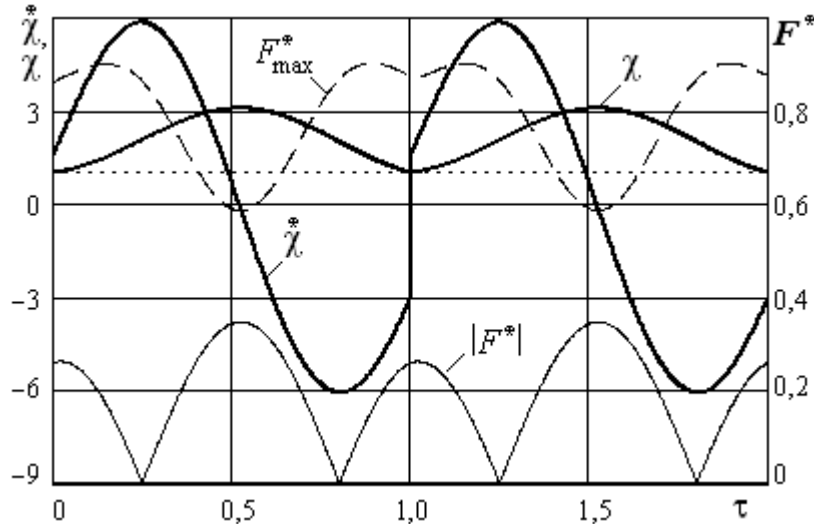


Рис. 2. Характеристики движения частицы.

Результаты исследований и их обсуждение. На рис. 2 представлены характеристики движения частицы по профилю, имеющему вид квадратной параболы (15). Скорость частицы до и после соударения с ОП связывали известным соотношением $V = -RU$ (R – коэффициент восстановления скорости). Для расчетов было принято: $\chi_0 = 1$; $r_A = 0,2$; $k = 0,04$; $f = 0,8$; $R = 0,5$; $K = 1$; $\mu = 0,4$. Как видим, для принятых значений параметров условия $|F^*| < F_{\text{max}}^*$ и $N^* > 0$ выполняются и, следовательно, частица перемещается по деке в периодическом безотрывном режиме без проскальзывания. Наиболее “опасной” областью движения, в которой может произойти проскальзывание и даже отрыв частицы от поверхности деки, является область максимального удаления частицы от отрагательной пластины (вблизи полупериода), где частица изменяет направление движения, а реакция N^* принимает наименьшее значение. Это объясняется тем, что в указанной области скорость частицы близка к нулю и центробежная сила инерции, прижимающая частицу к поверхности деки, практически не действует. Отклонение χ частицы от нейтрального положения достигает максимального значения примерно к середине периода движения. В конце каждого периода график указанного отклонения имеет излом, а скорость $\dot{\chi}^*$ – скачок, что есть следствием эффекта соударения.

На рис. 3 на основании расчета построены графики изменения времени удара – τ_y , скорости отскока частицы после удара – $\dot{\chi}^*$ и размаха качаний частицы по деке – $L_A = L/A$ в зависимости от: показателя инертности вращения частицы – μ ; коэффициента восстановления скорости при ударе – R ; начального отклонения частицы $\chi_0 = x_0/A$, определяемого положением ОП (рис.1) и коэффициента кинематического режима – K .

Инертность вращения (μ) частицы тормозит движение, уменьшая размах – L_A (рис. 3, д). При этом скорость отскока уменьшается (рис. 3, в), а время соударения увеличивается (рис. 3, а).

Упругость частицы (R) увеличивает размах – L_A (рис. 3, д) и скорость отскока (рис. 3, в), чего и следовало ожидать. С увеличением упругости частице передается больше энергии при

ударе, что компенсируется увеличением момента соударения – τ_y (рис. 3, а) и, тем самым, снижением скорости самой ОП в момент удара, которая пропорциональна $\cos 2\pi\tau_y$. При $R = 1$, вне зависимости от параметра μ , $\tau_y = 0,25$, что указывает на то, что в условиях абсолютной упругости периодический режим движения возможен и при неподвижной деке.

Увеличение начального отклонения χ_0 повышает скорость отскока – χ^* с одновременным уменьшением момента соударения – τ_y (рис. 3, б,г). Это связано с необходимостью преодоления составляющей силы тяжести, которая тем больше, чем больше величина χ_0 . С увеличением интенсивности колебаний (K) преодоление указанной составляющей происходит в основном за счет увеличения энергии, передаваемой частице в момент удара, а роль параметра χ_0 при этом снижается.

Увеличение интенсивности колебаний (K) снижает размах качаний частицы по деке (рис. 3, е), что согласуется с результатами исследования движения частицы по прямолинейному профилю [2-5]. Но, в случае параболического профиля увеличение интенсивности колебаний приводит к нарушению безотрывного режима движения. Изменение начального отклонения χ_0 оказывает влияние на размах – L_A (рис. 3, е), которое зависит от значения других параметров. При этом возможно образование максимума величины L_A .

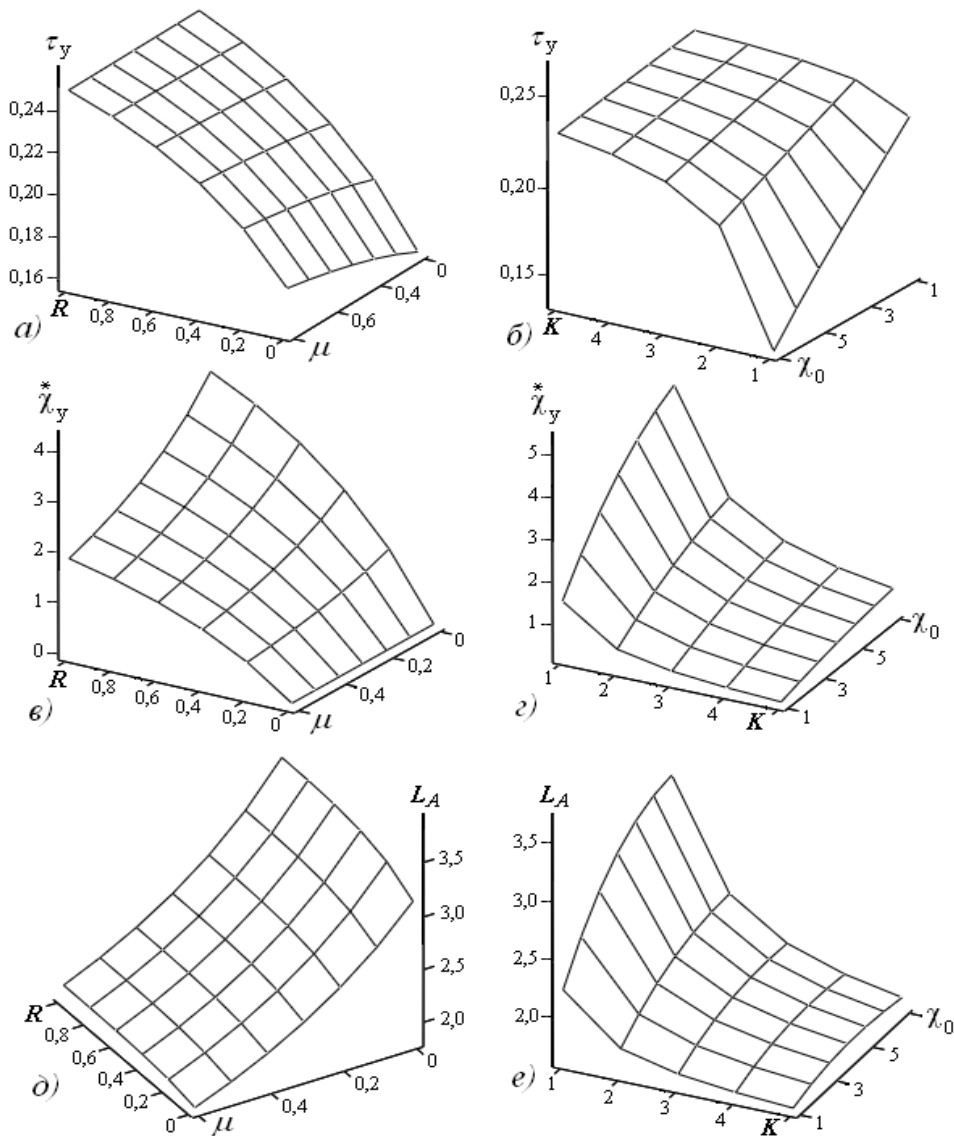


Рис. 3. Зависимость времени удара (τ_{δ}), скорости отскока (χ_{δ}^*) и размаха качаний (L_A)

частицы от параметров: μ , R , χ_0 , K .

Выводы. На основе полученного дифференциального уравнения в среде «Mathcad» разработана программа, описывающая безотрывный периодический виброударный режим движения округлой частицы по колеблющейся деке в виде желоба с профилем произвольной формы, снабженной отражательной пластиной. Показано, что в случае параболического профиля деки нарушение указанного режима наиболее возможно в области максимального удаления частиц от отражательной пластины, где нормальная реакция принимает минимальное значение.

Критерием разделения смесей малогабаритными деками является размах колебательного движения частиц по деке. Упругие частицы имеют больший размах, чем неупругие, что говорит о возможности разделения частиц по их физико-механическим свойствам на малогабаритных деках с параболическим профилем.

Наилучший эффект разделения смеси для рассмотренного режима движения частиц по параболическому профилю может достигаться при значении коэффициента кинематического режима, близком минимально допустимому. При высоких значениях этого коэффициента различие траекторий движения частиц, имеющих различные свойства, стирается, что делает разделение смеси практически невозможным.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Заика П.М. Сепарация семян по комплексу физико-механических свойств / П.М. Заика, Г.Е. Мазнев. – М.: Колос, 1978.– 240 с.
2. Завгородний А.И. Периодический режим движения частиц по деке вибросепаратора / А.И. Завгородний, А.В. Обыхвост // Вібрації в техніці та технологіях: Всеукраїнський науково-технічний журнал.– Харків: ХНТУСГ, 2003. – Вип.6.– С. 43-46.
3. Завгородній О.І. Періодичний рух частинок в процесі вібросепарації з упрощенням зміни напрямку коливань деки / О.І. Завгородній, О.В. Обихвіст // Науковий вісник НАУ. – №92. – Ч.1, 2005. – С. 228-238.
4. Завгородний А.И. Устойчивость периодического режима движения частиц по деке вибросепаратора / А.И. Завгородний, А.В. Обыхвост // Вібрації в техніці та технологіях: Всеукраїнський науково-технічний журнал.– Полтава: ПНТУ ім. Юрія Кондратюка, 2006. – Вип.1.– С.37.
5. Завгородний А.И. К исследованию движения частиц округлой формы по рабочим поверхностям машин. / А.И. Завгородний, А.В. Обыхвост // “Галузеве машинобудування. Будівництво: Зб. наук. праць ПНТУ імені Юрія Кондратюка. – Вип. 3(25), Т. 1. – Полтава, 2009.– С.119-125.
6. Завгородний А.И. Периодический виброударный режим движения шара по дуге окружности / А.И. Завгородний, Хессро Монтасер // Вібрації в техніці та технологіях: Всеукраїнський науково-технічний журнал, №2(66).– Вінниця: ВНАУ, 2012.– С.35-41.

Періодичний виброударний режим руху сферичної частки по дузі параболи

А.І. Завгородній, Хессро Монтасер

Наведені теоретичні дослідження періодичного виброударного руху сферичної частки по поверхні малогабаритної деки сепаратора, виконаної у вигляді жолоба із параболическим профілем і оснащеної відбивачем в нижній його частині.

Ключові слова: малогабаритна дека, відбивна поверхня, періодичність руху, розмах коливань частки по профілю деки.

Надійшла 01.10.2013.