УДК 681.51

УПРАВЛЕНИЕ ЗАПАСАМИ В ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ СИСТЕМЕ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

И.В.Чумаченко, д-р техн. наук, Ю.А. Романенков

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ»

Рассмотрена задача управления запасами производственной системы в условиях динамики параметров участников рынка. Описан графоаналитический метод анализа моделей. Предложены аналитические критерии принятия управленческих решений.

* * *

Розглянуто задачу управління запасами виробничої системи в умовах динаміки параметрів учасників ринку. Описано графоаналітичний метод аналізу моделей. Запропоновано аналітичні критерії прийняття управлінських рішень.

* * *

The problem of storekeeping of industrial system in conditions of dynamics of parameters of participants of the market was considered. The column-analytical method of the analysis of models was described. Analytical criteria of making administrative decisions was suggested.

В современной экономической ситуации задача эффективного управления запасами производственных систем должна решаться в условиях реального рынка, т.е. с учетом динамики и возможной неопределенности некоторых экономических показателей.

Постановка проблемы. Так как параметры рынка и внутренние параметры производственно-экономической системы изменяются во времени, то расчетное оптимальное решение устаревает. Возникает задача оперативного управления в целях обеспечения минимума затрат на хранение и транспортировку товара.

Рассмотрим модель управления запасами, которая носит название модели экономически выгодных размеров заказываемых партий и основана на предположении о полной определенности относительно процессов поступления и потребления материалов [1].

В случае движения запасов при мгновенных поставках и отсутствии дефицита (рис. 1) оптимальным в смысле издержек в единицу времени является управление со следующими видами параметров:

$$T^* = \sqrt{\frac{2g}{\mu s}}, \quad H^* = \sqrt{\frac{2g\mu}{s}}, \quad L^* = \sqrt{2g\mu s}, \quad q^* = \sqrt{\frac{2g\mu}{s}},$$

где T^* – оптимальный период поставок, H^* – оптимальная величина заказов, L^* – минимальное значение издержек в единицу времени, q^* – оптимальный объем партии заказа, g – постоянные издержки поступления товара, μ – интенсивность спроса, s – коэффициент пропорциональности между издержками хранения запаса и средним уровнем запаса.

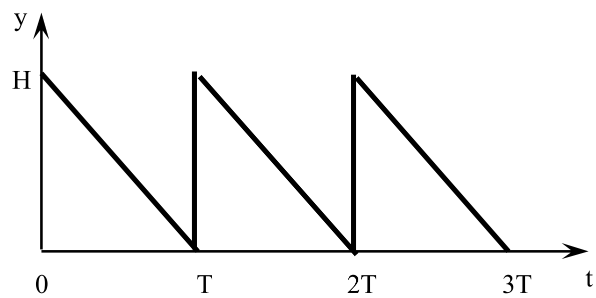

Рис. 1. График движения запасов

Целью статьи является определение оптимального объема поставок товара с учетом различных предложений на рынке поставок.

Будем рассматривать ситуацию, когда стоимость поставки зависит от объема поставки. В частности, иногда предоставляются скидки при закупке товаров в определенных количествах. Таких градаций может быть несколько. Для наглядности рассмотрим пример, когда имеется два интервала постоянства стоимости единицы товара.

Пусть g – постоянные затраты на поставку при ненулевой партии поставки, a – переменные затраты на единицу продукции при заказе партии размером меньше Q, b – переменные затраты на единицу продукции при заказе партии размером более Q ($b < a$). Функция стоимости поставки имеет вид:

$$L_п(q) = \begin{cases} 0 & \text{при} \quad q = 0; \\ g + aq & \text{при} \quad 0 < q < Q; \\ g + bq & \text{при} \quad Q \le q. \end{cases} \qquad (1)$$

Издержки хранения запишем в виде:

$$L_{хр} = \frac{1}{2} sqT. \qquad (2)$$

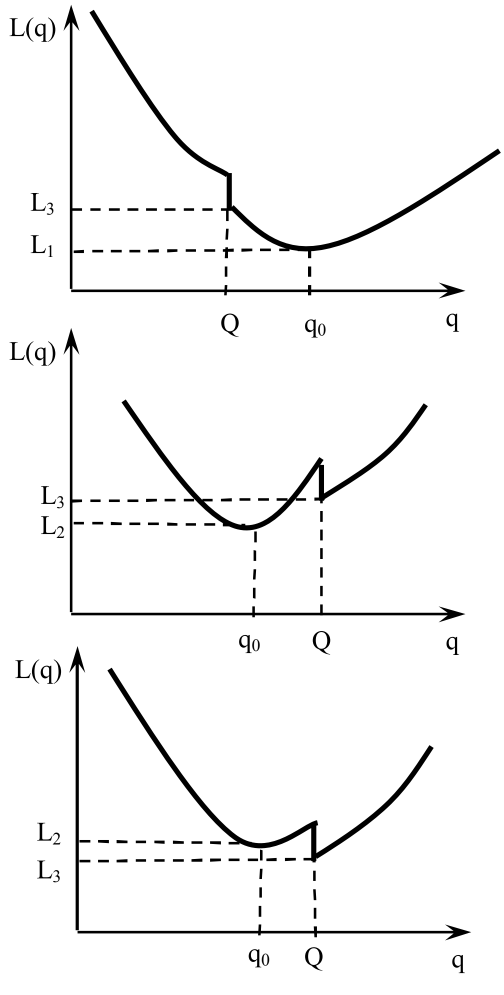

Рис.2 Зависимость затрат от объема партии поставок

Тогда целевая функция – затраты в единицу времени

$$L = \frac{L_п(q)}{T} + \frac{1}{2} sq, \quad \text{или с учетом (1)}$$

$$L(q) = \begin{cases} \dfrac{g\mu}{q} + a\mu + \dfrac{1}{2} sq & \text{при} \quad 0 < q < Q; \\ \dfrac{g\mu}{q} + b\mu + \dfrac{1}{2} sq & \text{при} \quad q \ge Q. \end{cases} \qquad (3)$$

Функция $L(q)$ (рис. 2) имеет разрыв в точке $q = Q$, вызванный изменением цены. Поскольку в интервалах непрерывности функция (3) выпукла, то она достигает своего минимума в точке разрыва либо в точках q_0, где первая производная равна нулю. Имеем

$$\frac{dL(q)}{dq} = -\frac{g\mu}{q^2} + \frac{1}{2} s = 0.$$

Отсюда

$$q_0 = \sqrt{\frac{2g\mu}{s}}. \qquad (4)$$

Если $q_0 \ge Q$, минимальные издержки можно вычислить по формуле

$$L_1 = b\mu + \sqrt{2g\mu s}. \qquad (5)$$

При $q_0 < Q$

$$L_2 = a\mu + \sqrt{2g\mu s}. \qquad (6)$$

Значение целевой функции в точке разрыва $q = Q$

$$L_3 = \frac{g\mu}{Q} + b\mu + \frac{1}{2} sQ. \qquad (7)$$

При $q_0 > Q$ значение целевой функции в точке $q = q_0$ (L_1) не может быть больше величины L_3, поэтому оптимальный размер партии поставки равен величине q_0. Этот объем поставки сохраняется и при $q_0 < Q$ и $L_2 < L_3$ (при равенстве $L_2 = L_3$ объем поставки может быть равен либо q_0, либо Q). Однако если $q_0 < Q$ и $L_2 > L_3$, то объем заказа должен приниматься равным величине Q. Для этого необходимо выполнение условия

$$a\mu + \sqrt{2g\mu s} > \frac{g\mu}{Q} + b\mu + \frac{1}{2} sQ. \qquad (8)$$

Заменим неравенство (8) эквивалентным ему неравенством

$$a - b > \xi, \qquad (9)$$

где

$$\xi = \frac{1}{\mu}\left(\frac{g\mu}{Q} - \sqrt{2g\mu s} + \frac{1}{2}sQ\right). \qquad (10)$$

Правило выбора оптимальной партии поставки можно представить в виде

$$q^* = \begin{cases} q_0 & \text{если} \quad q_0 \ge Q; \\ q_0 & \text{если} \quad q_0 < Q \text{ и } (a-b) \le \xi; \\ Q & \text{если} \quad q_0 < Q \text{ и } (a-b) > \xi. \end{cases} \qquad (11)$$

Предположим, что на рынке существует множество предложений для реализации поставок товара, запасами которого управляют по описанной выше модели. Каждый поставщик может характеризоваться параметрами b_i – переменными затратами на поставку единицы продукции, и Q_i – объемом товара, при котором предоставляются скидки. При любой интенсивности спроса μ найдется такой или такие поставщики параметры, b_i и Q_i которых позволяют покупателю воспользоваться системой скидок и минимизировать затраты. Для выбора из возможных альтернатив при анализе модели можно построить семейство выпуклых областей в плоскости параметров b_i и Q_i (каждой интенсивности спроса μ соответствует своя область), для которых верно неравенство (9).

Нахождение параметров поставщика внутри построенной области гарантирует минимизацию издержек при работе с ним при постоянных параметрах производственной системы. Из полученной области можно также сделать вывод о том, услуги какого из поставщиков позволят максимально снизить затраты в конкретной производственной системы.

На рис. 3 показана область допустимых или приемлемых параметров b_i и Q_i при $g = 100$ ед., $a = 200$ ед., $\mu = 100$ ед., $s = 10$ ед.

Используя графоаналитический подход, можно также определить, при каких значениях интенсивности спроса μ услуги того или иного поставщика будут приемлемыми.

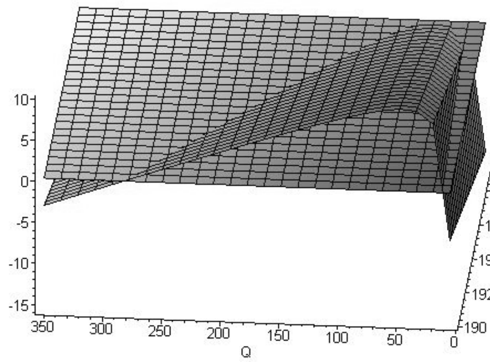

Рис. 3. Область допустимых значений параметров b_i и Q_i

Заключение

Таким образом, рассмотрена задача квазиоптимального управления запасами с учетом неопределенности параметров, характеризующих потенциальных поставщиков. Предложен графоаналитический метод анализа модели управления запасами, который позволяет получить информацию для принятия управленческих решений.

Литература

1. Экономико-математические методы и прикладные модели: Учеб. пособие для вузов/ Под ред. В.В. Федосеева. – М.: ЮНИТИ, 2001. – 391 с.

2. Романенков Ю.А. Графоаналитические методы решения задач оперативного управления // Информационно-управляющие системы на железнодорожном транспорте. – 2002. – №3. – С. 3-6.

Поступила в редакцию 14.04.03

Рецензенты: канд. техн. наук, доцент Осиевский А.Г., Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», г. Харьков; д-р техн. наук, профессор Вартанян В.М., ООО «Авиаконтроль», г. Харьков.