

УДК 629.7.05(075.8)

**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ СРЕДНЕМАГИСТРАЛЬНОГО САМОЛЁТА***А.С.Кулик, д-р техн. наук, А.Г.Гордин, канд. техн. наук, В.Ф.Симонов, канд. техн. наук, С.Н.Фирсов**Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е.Жуковского «ХАИ»*

В процессе решения задач синтеза и анализа системы управления самолетом необходимо использовать соответствующие математические модели всех функциональных элементов, в том числе и самого объекта управления. В работе рассматриваются математические модели самолета Ан-140 для продольного и бокового с учетом крена видов движения, характеризующиеся простотой и достаточной точностью. Модели отражают особенности объекта управления, удобны для решения задач синтеза и анализа системы управления и могут рассматриваться как базовые при получении феноменологических моделей иного вида.

\* \* \*

У процесі вирішення задач синтезу і аналізу системи керування літаком необхідно використовувати відповідні математичні моделі всіх її ланок, у тому числі і самого об'єкта керування. В роботі розглядаються математичні моделі літака АН-140 для повздовжнього та бокового з урахуванням крену видів руху, які характеризуються простотою та достатньою точністю. Моделі відображають особливості об'єкта керування, є зручними для вирішення задач синтезу та аналізу систем керування і можуть бути використані як базові для одержання феноменологічних моделей іншого виду.

\* \* \*

It is necessary to use the suitable mathematical models of the all control system elements including the mathematical models of control object as well in the process of the synthesis and the analysis of control system the problems to solve. The mathematical models of the aeroplane AN-140 for the longitudinal and lateral with rolling taking into account motion kinds are elaborated in the article. This models are characterized by the simplicity and the sufficiently accuracy. The models repulse the control object peculiarities and special features, they are convenient for the synthesis and the analysis of control system the problems to solve. This models are considered as the base models in the acquisition of the phenomenological models of the another kinds.

**Постановка проблемы.** Современный самолет включает в свой состав ряд важных и сложных функциональных систем. Одна из важнейших – система управления движением самолета в пространстве и функционированием всех его агрегатов и подсистем. Основные задачи управления движением самолета, решаемые системой управления, – стабилизация, навигация, наведение. Выделяют три режима (способа) управления движением самолета: ручной (штурвальное управление), полуавтоматический, автоматический. Реализация любого из этих способов предполагает использование в той или иной степени системы управления. На современных самолетах она превратилась из средства, только облегчающего пилоту процесс управления самолетом, в средство, обеспечивающее эффективную эксплуатацию самолета: управление движением в любых условиях, управление двигательной силовой уста-

новкой и другими агрегатами и системами самолета, контроль и диагностирования технического состояния агрегатов и систем, предполетный контроль, жизнеобеспечение и поддержание комфортных условий на борту, автоматическую реализацию экстремальных режимов полета (заход на посадку, посадка, взлет, заход на второй круг и др.), реконфигурацию структур функциональных систем в случае появления неисправности и т.д.

Подобные интегрированные системы управления являются цифровыми и строятся на основе использования бортовых цифровых вычислительных комплексов (БЦВК). С их помощью реализуют алгоритмы решения перечисленных выше задач управления. Разработка и отладка алгоритмов функционирования БЦВК является одной из основных задач проектирования системы управления самолетом.

Эскизное и техническое проектирование цифровых систем управления самолетом связаны с решением сложных научно-технических задач, к которым в первую очередь можно отнести:

- выбор и систематизацию общих принципов и концепций формирования цифровых систем управления;

- разработку моделей самолета как глобального объекта управления и его функциональных агрегатов;

- исследование динамических свойств самолета как объекта автоматического управления (ОАУ);

- выбор стратегий управления;

- разработку структуры контуров управления;

- исследование новых принципов построения бортовых пилотажно-навигационных комплексов и систем индикации информации;

- исследование влияния квантования по времени и уровню на динамику объекта и синтез законов управления, реализуемых с помощью БЦВК;

- исследование характеристик системы управления для широкого диапазона режимов полета самолета.

Под ОАУ будем понимать подсистему сформированную таким образом, что выполняется три условия:

- 1) на ОАУ можно воздействовать с помощью сигналов управления;

- 2) сигнал управления позволяет переводить ОАУ из одного состояния в другое за конечное время;

- 3) переход ОАУ из одного состояния в другое можно оценивать с помощью измерений.

Решение практически всех перечисленных задач анализа и синтеза систем управления основано на широком использовании математических моделей самолета как объекта управления, его агрегатов (двигателей силовой установки, проводки управления и т.д.), а также элементов системы (приводов, измерительных устройств и т.д.). Разработка моде-

лей самолета как ОАУ и исследование его динамических свойств являются важными этапами процесса проектирования системы управления.

В общетеоретической постановке разработка моделей объекта управления как физической динамической системы – одна из классических задач аналитической механики и управления [1-5]. В подобных задачах в качестве объекта рассматривается твердое тело в трехмерном пространстве, а математическое описание его состояния не удовлетворяет требованиям, предъявляемым к моделям летательных аппаратов в прикладных задачах синтеза и анализа систем. Однако приемы и методы классических задач механики весьма полезны, а иногда – необходимы в приложениях.

В задачах анализа и синтеза систем управления летательными аппаратами формирование моделей последних должно выполняться с учетом всех их признаков, особенностей, первичных характеристик, типов режимов полета, видов движения и свойств исполнительных и измерительных устройств. Кроме того, на различных этапах проектирования целесообразно использовать различные модели объекта, отличающиеся сложностью, степенью детализации и адекватности, размерностью и т.д. Поэтому формирование системы математических моделей самолета как ОАУ является самостоятельной и неоднозначной задачей.

**Анализ исследований и публикаций.** В работах [6-10] приведены различных видов модели летательных аппаратов, характеризующиеся следующими недостатками:

- низкая степень детализации описываемых динамических процессов;

- случайный выбор параметров состояния объекта управления;

- обобщенное представление аэродинамических сил и моментов без учета особенностей аэродинамической схемы самолета;

- отсутствие учета свойств исполнительных и измерительных устройств;
- использование обозначений параметров состояния объекта управления, не предусмотренных соответствующими стандартами;
- несоответствие количества уравнений размерности вектора состояния объекта управления;
- отсутствие четкой методики получения исходных уравнений состояния ОАУ.

**Цели и задачи.** Указанные недостатки полностью исключают возможность использования известных исходных моделей летательных аппаратов в задаче синтеза и анализа системы управления самолета Ан-140. Задача, поставленная в настоящей статье, формулируется следующим образом: на основе вербальной модели, системы первичных характеристик самолета Ан-140, требований к системе управления его движениям и принципам формализации динамических процессов разработать математические модели синтеза указанного объекта.

Рассматривая самолет как твердое тело и используя в качестве проекционных воздушную и связанную системы координат, опишем пространственное движение объекта с помощью следующей системы уравнений, сформированных на основе второго закона Ньютона и закона изменения момента количества движения:

$$\frac{d\vec{D}}{dt} = \vec{V}; \vec{V} = [X_c \ Y_c \ Z_c]^T; \quad (1)$$

$$m\left(\frac{d\vec{V}}{dt} + \vec{\omega}_a \times \vec{V}\right) = \sum_i F_i; \vec{\omega}_a = [\omega_{xa} \ \omega_{ya} \ \omega_{za}]^T; \quad (2)$$

$$\frac{d\vec{L}}{dt} + \vec{\omega} \times \vec{L} = \sum_j M_j; \vec{L} = J\vec{\omega}; \vec{\omega} = [\omega_x \ \omega_y \ \omega_z]^T; \quad (3)$$

$$\frac{dM_{C1}}{dt} = \Omega M_{C1}; \Omega = \begin{bmatrix} 0 & \omega_z & -\omega_y \\ -\omega_z & 0 & \omega_x \\ \omega_y & -\omega_x & 0 \end{bmatrix}; \quad (4)$$

$$M_{Ca}(\gamma_a \ \psi_a \ \vartheta_a) = M_{a1}^T(\alpha, \beta) M_{C1}(\gamma \ \psi \ \vartheta), \quad (5)$$

где  $\vec{D}$  – вектор дальности центра масс самолета в стартовой системе координат  $O_0X_cY_cZ_c$ ;  $\vec{V}$  – вектор

воздушной скорости центра масс самолета;  $m$  – масса самолета, сосредоточенная в центре масс;  $\vec{\omega}, \vec{\omega}_a$  – векторы абсолютной угловой скорости связанной и воздушной систем координат соответственно;  $\sum_i F_i$  – сумма всех сил, приложенных к самолету;  $\sum_j M_j$  – сумма всех моментов, приложенных к самолету;  $\vec{L}$  – кинетический момент самолета;  $J$  – тензор инерции самолета;  $M_{C1}$  – матрица направляющих косинусов, описывающая взаимное положение стартовой и связанной систем координат;  $M_{ca}$  – матрица направляющих косинусов, описывающая взаимное положение стартовой и воздушной систем координат;  $M_{a1}$  – матрица направляющих косинусов, описывающая взаимное положение воздушной и связанной систем координат;  $\gamma$  – угол крена;  $\psi$  – угол рыскания;  $\vartheta$  – угол тангажа;  $\gamma_a, \psi_a, \vartheta_a$  – скоростные углы крена, рыскания и тангажа соответственно;  $\alpha$  – угол атаки;  $\beta$  – угол скольжения;  $t$  – текущее время.

На основе нелинейной модели (1)-(5) с использованием методов линеаризации, декомпозиции и редукции получены линейные упрощенные модели самолета.

Модель продольного движения:

$$\begin{aligned} \frac{dX}{dt} &= AX + BU + MV; \\ Y &= CX + DU; \end{aligned} \quad (6)$$

$$X = [X_1 X_2 X_3 X_4 X_5 X_6]^T; X(t_0) = X_0;$$

$t \in [t_0, t_{KH}]$ ;  $X_1 = \Delta X_c$ ;  $X_2 = \Delta Y_c$ ;  $X_3 = \Delta V$ ;  $X_4 = \Delta \alpha$ ;  $X_5 = \Delta \nu$ ;  $X_6 = \Delta \dot{\nu}$ ; символ « $\Delta$ » обозначает вариацию соответствующего параметра состояния самолета.

Матрицы модели (6) и коэффициенты:

$A$  – матрица коэффициентов;

$B$  – матрица входа отражающая свойства исполнительных устройств органов управления;

M – матрица входа по возмущению;

C – матрица измерений отражающая свойства измерительных устройств;

D – матрица обхода;

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & a_{11} & a_{12} & a_{13} & 0 \\ 0 & 0 & a_{21} & a_{22} & a_{23} & 0 \\ 0 & -a_{35} & -a_{31} & -a_{32} & -a_{33} & 0 \\ 0 & a_{45} & a_{41} & a_{42} & a_{43} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & a_{62} & a_{63} & a_{64} & a_{64} & a_{66} \end{bmatrix}; \quad (7)$$

$$U = [\delta_P \delta_{PB}]^T; \quad V = [F_{XB} F_{YB} M_{ZB}]^T; \quad (8)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ a_3 & 0 \\ -a_4 & 0 \\ 0 & 0 \\ a_6 & a_5 \end{bmatrix}; \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ a'_3 & 0 & 0 \\ 0 & -a'_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & a'_6 & a'_5 \end{bmatrix}; \quad (9)$$

$$a_{11} = \cos \vartheta_{aT}; \quad a_{12} = V_T \sin \vartheta_{aT}; \quad a_{13} = -V_T \sin \vartheta_{aT};$$

$$a_{21} = \sin \vartheta_{aT}; \quad a_{22} = -V_T \cos \vartheta_{aT}; \quad a_{23} = V_T \cos \vartheta_{aT};$$

$$a_{31} = -\frac{P^V \cos \alpha_T + X_a^V}{m};$$

$$a_{32} = \frac{P_T \sin \alpha_T - X_a^\alpha - mg \cos \vartheta_{aT}}{m};$$

$$a_{33} = g \cos \vartheta_{aT}; \quad a_{43} = -\frac{g \sin \vartheta_{aT}}{V_T};$$

$$a_{35} = -\frac{P^{Y_C} \cos \alpha_T + X_a^{Y_C}}{m};$$

$$a_{41} = \frac{\dot{\vartheta}_{aT}}{V_T} - \frac{P^V \sin \alpha_T}{m V_T} - \frac{Y_a^V}{m V_T};$$

$$a_{42} = -\frac{P_T \cos \alpha_T - Y_a^\alpha mg \sin \vartheta_{aT}}{m V_T};$$

$$a_{45} = -\frac{P^{Y_C} \sin \alpha_T + Y_a^{Y_C}}{m V_T};$$

$$a_{51} = -\frac{M_Z^V}{I_{ZZ}}; \quad a_{52} = -\frac{M_Z^\alpha}{I_{ZZ}}; \quad a_{52_0} = -\frac{M_Z^{\dot{\alpha}}}{I_{ZZ}};$$

$$a_{53_0} = \frac{\dot{I}_{ZZ} - M_Z^{\omega Z}}{I_{ZZ}}; \quad a_{55} = -\frac{M_Z^{Y_C}}{I_{ZZ}};$$

$$a_{62} = -(a_{45} a_{52_0} + a_{55}); \quad a_{63} = -(a_{41} a_{52_0} + a_{51});$$

$$a_{64} = -(a_{42} a_{52_0} + a_{52});$$

$$a_{65} = -a_{43} a_{52_0}; \quad a_{66} = -(a_{52_0} + a_{53_0});$$

$$a_3 = \frac{P^{\delta_P} \cos \alpha_T}{m}; \quad a_4 = \frac{P^{\delta_P} \sin \alpha_T}{m V_T}; \quad a_5 = \frac{M_Z^{\delta_{PB}}}{I_{ZZ}};$$

$$a_6 = a_4 a_{52_0}; \quad a'_3 = \frac{1}{m}; \quad a'_4 = \frac{1}{m V_T}; \quad a'_5 = \frac{1}{I_{ZZ}};$$

$$a'_6 = a_{52_0} a'_4; \quad P^V = \frac{\partial P}{\partial M} * \frac{\partial M}{\partial V} \Big|_T = \frac{1}{a_T} P^M;$$

$$P^{\delta_P} = \frac{\partial P}{\partial \delta_P} \Big|_T; \quad P^{Y_C} = \frac{\partial P}{\partial Y_C} \Big|_T; \quad P^M = \frac{\partial P}{\partial M} \Big|_T;$$

$$X_a^V = \frac{1}{a_T} C_{X_a}^M \frac{\rho(Y_{CT}) N_T^2}{2} S; \quad X_a^\alpha = C_{X_a}^\alpha \frac{\rho(Y_{CT}) N_T^2}{2} S;$$

$$X_a^{Y_C} = C_{X_a}^{Y_C} \frac{\rho(Y_{CT}) N_T^2}{2} S; \quad Y_a^V = \frac{1}{a_T} C_{Y_a}^M \frac{\rho(Y_{CT}) N_T^2}{2} S;$$

$$Y_a^\alpha = C_{Y_a}^\alpha \frac{\rho(Y_{CT}) N_T^2}{2} S; \quad Y_a^{Y_C} = C_{Y_a}^{Y_C} \frac{\rho(Y_{CT}) N_T^2}{2} S;$$

$$M_Z^V = \frac{1}{a_T} m_Z^M \frac{\rho(Y_{CT}) N_T^2}{2} S l; \quad M_Z^\alpha = m_Z^\alpha \frac{\rho(Y_{CT}) N_T^2}{2} S l;$$

$$M_Z^{\dot{\alpha}} = m_Z^{\dot{\alpha}} \frac{b a}{V_T} \frac{\rho(Y_{CT}) N_T^2}{2} S l; \quad (10)$$

$$M_Z^{\omega Z} = m_Z^{\omega Z} \frac{b a}{V_T} \frac{\rho(Y_{CT}) N_T^2}{2} S l;$$

$$M_Z^{Y_C} = m_Z^{Y_C} \frac{\rho(Y_{CT}) N_T^2}{2} S l; \quad M_Z^{\delta_{PB}} = m_Z^{\delta_{PB}} \frac{\rho(Y_{CT}) N_T^2}{2} S l,$$

где  $\delta_p$  – управляющее воздействие по тяге двигателя;  $\delta_{PB}$  – угол отклонения руля высоты;  $F_{XB}$ ,  $F_{YB}$  – возмущающие силы относительно осей OX и OY соответственно;  $M_{ZB}$  – возмущающий момент отно-

сительно оси OZ; P – суммарная сила тяги двигательной силовой установки; g – величина вектора ускорения гравитационного поля; M<sub>Z</sub> – суммарный аэродинамический момент относительно оси OZ; I<sub>ZZ</sub> – момент инерции самолета относительно оси OZ; a – скорость звука; s, l – характерная площадь и длина самолета; ρ(Y<sub>c</sub>) – плотность воздушной среды; b<sub>a</sub> – длина средней аэродинамической хорды крыла; C<sub>X<sub>a</sub></sub>, C<sub>Y<sub>a</sub></sub> – коэффициенты аэродинамических сил; m<sub>Z</sub> – коэффициент аэродинамического момента относительно оси OZ; индекс «T» обозначает принадлежность переменной к системе требуемого (опорного) движения.

Модель бокового движения:

$$\frac{dX}{dt} = BX + CU + MV; \quad (11)$$

$$Y = CX + DU;$$

$$X = [X_1 \ X_2 \ X_3 \ X_4 \ X_5 \ X_6]^T;$$

$$X(t_0) = X_0; t \in [t_0, t_{KH}]; X_1 = \Delta\beta; X_2 = \Delta\psi;$$

$$X_3 = \Delta\dot{\psi}; X_4 = \Delta\gamma; X_5 = \Delta\dot{\gamma}; X_6 = \Delta Z_c.$$

Матрицы модели (11) и коэффициенты:

$$B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & 1 & b_{13} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ B_{21} & B_{22} & B_{22_0} & B_{23} & B_{23_0} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ B_{41} & B_{42} & B_{42_0} & B_{43} & B_{43_0} & 0 \\ b_{31} & b_{32} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad (12)$$

$$U = \begin{bmatrix} \delta_{\Delta} & \delta_{PH} \end{bmatrix}^T; V = \begin{bmatrix} F_{Z_B} & M_{X_B} & M_{Y_B} \end{bmatrix}^T; \quad (13)$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ B_1 & B_2 \\ 0 & 0 \\ B_6 & B_7 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; D = \begin{bmatrix} -b'_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ B_3 & B_4 & B_5 \\ 0 & 0 & 0 \\ B_8 & B_9 & B_{10} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad (14)$$

$$b_{11} = \frac{g \sin \nu_{aT}}{V_T} - \frac{P_T + Z_a^\beta}{mV_T}; b_{12} = -\frac{g \sin \nu_{aT}}{V_T};$$

$$b_{13} = \nu_{aT} - \frac{g \cos \nu_{aT}}{V_T}; b_{21} = -\frac{M_Y^\beta}{I_{YY}}; b_{21_0} = -\frac{M_Y^{\dot{\beta}}}{I_{YY}};$$

$$b_{22_0} = -\frac{M_Y^{\omega_Y}}{I_{YY}}; b_{23_0} = -\frac{M_Y^{\omega_X}}{I_{YY}}; b_{23_{00}} = -\frac{I_{XY}}{I_{YY}};$$

$$b_{31} = V_T; b_{32} = -V_T; b_{41} = -\frac{M_X^\beta}{I_{XX}}; b_{42_{00}} = -\frac{I_{XY}}{I_{XX}};$$

$$b_{42_0} = -\frac{M_X^{\omega_X}}{I_{XX}}; b_{43_0} = -\frac{M_X^{\omega_X}}{I_{XX}}; b'_1 = \frac{1}{mV_T};$$

$$b_2 = \frac{1}{mV_T}; b'_2 = \frac{1}{I_{YY}}; b_4 = \frac{M_X^{\delta_{\Delta}}}{I_{XX}}; b'_4 = \frac{M_X^{\delta_{PH}}}{I_{XX}};$$

$$b''_4 = \frac{1}{I_{XX}}; B_{21} = \frac{1}{A} (b_{41} b_{23_{00}} - b_{21} - b_{11} b_{21_0});$$

$$B_{22_0} = \frac{1}{A} (b_{42_0} b_{23_{00}} - b_{22_0} - b_{21_0});$$

$$B_{22} = -\frac{1}{A} (b_{12} b_{21_0}); B_{23_0} = \frac{1}{A} (b_{43_0} b_{23_{00}} - b_{23_0});$$

$$B_{23} = -\frac{1}{A} (b_{13} b_{21_0}); B_1 = -\frac{1}{A} (b_4 b_{23_{00}});$$

$$B_2 = \frac{1}{A} (b_2 - b'_4 b_{23_{00}}); B_3 = \frac{1}{A} (b'_1 b_{21_0});$$

$$B_4 = -\frac{1}{A} b''_4 b_{23_{00}}; B_5 = \frac{1}{A} b'_2;$$

$$B_{41} = \frac{1}{A} (-b_{41} + b_{42_{00}} b_{21_0} b_{11} + b_{21} b_{42_{00}});$$

$$B_{42_0} = \frac{1}{A} (-b_{42_0} + b_{42_{00}} b_{21_0} + b_{22_0} b_{42_{00}});$$

$$B_{42} = \frac{1}{A} b_{42_{00}} b_{21_0} b_{12}; B_{42_0} = \frac{1}{A} (-b_{43_0} + b_{23_0} b_{42_{00}});$$

$$B_{43} = \frac{1}{A} b_{42_{00}} b_{21_0} b_{13}; B_6 = \frac{1}{A} b_4;$$

$$B_7 = \frac{1}{A} \begin{pmatrix} b'_4 & -b_2 b_{42_{00}} \end{pmatrix}; B_8 = -\frac{1}{A} b_{42_{00}} b_{21_0} b'_1;$$

$$B_9 = \frac{1}{A} b''_4; B_{10} = -\frac{1}{A} b'_2 b_{42_{00}}; A = 1 - b_{23_{00}} b_{42_{00}};$$

$$Z_a^\beta = C_{Za}^\beta \frac{\rho(Y_C) V_T^2}{2} S; M_Y^\beta = m_Y^\beta \frac{\rho(Y_C) V_T^2}{2} S;$$

$$M_Y^\beta = m_Y^\beta \frac{\rho(Y_C) V_T^2}{2} S; M_Y^{\omega_X} = m_Y^{\omega_X} \frac{\rho(Y_C) V_T^2}{2} S;$$

$$M_Y^{\omega_Y} = m_Y^{\omega_Y} \frac{\rho(Y_C) V_T^2}{2} S; M_X^\beta = m_X^\beta \frac{\rho(Y_C) V_T^2}{2} S;$$

$$M_X^{\omega_X} = m_X^{\omega_X} \frac{\rho(Y_C) V_T^2}{2} S; M_X^{\omega_Y} = m_X^{\omega_Y} \frac{\rho(Y_C) V_T^2}{2} S;$$

$$M_X^{\delta_{PH}} = m_X^{\delta_{PH}} \frac{\rho(Y_C) V_T^2}{2} S; M_Y^{\delta_{PH}} = m_Y^{\delta_{PH}} \frac{\rho(Y_C) V_T^2}{2} S;$$

$$M_X^{\delta_\alpha} = m_X^{\delta_\alpha} \frac{\rho(Y_C) V_T^2}{2} S;$$

$$m_Y^{\omega_X} = \left( m_Y^{\alpha^2 \omega_X} \alpha_T^2 + m_Y^{\alpha \omega_X} \alpha_T + m_{Y0}^{\omega_X} \right) \frac{1}{2V_T};$$

$$m_X^{\omega_X} = \left( m_X^{\alpha^2} \alpha_T^2 + m_X^\alpha \alpha_T + m_{X0}^{\omega_X} \right) \frac{1}{2V_T};$$

$$m_Y^{\omega_Y} = \left( m_Y^{\alpha^2 \omega_Y} \alpha_T^2 + m_Y^{\alpha \omega_Y} \alpha_T + m_{Y0}^{\omega_Y} \right) \frac{1}{2V_T};$$

$$m_X^{\omega_Y} = \left( m_{X0}^{\omega_Y} + m_X^{\alpha \omega_Y} \alpha_T \right) \frac{1}{2V_T},$$

где  $\delta_\alpha$  – угол отклонения элеронов;  $\delta_{PH}$  – угол отклонения руля направления;  $F_{ZB}$  – возмущающая сила относительно оси OZ;  $M_{XB}$ ,  $M_{YB}$  – возмущающие моменты относительно осей OX и OY;  $Z_a$  – аэродинамическая сила относительно оси OZ;  $M_X$ ,  $M_Y$  – аэродинамические моменты относительно осей OX и OY соответственно;  $I_{XX}$ ,  $I_{YY}$  – моменты инерции самолета относительно осей OX и OY соответственно;  $C_{Za}$  – коэффициент боковой аэродинамической силы;  $m_X$ ,  $m_Y$  – коэффициенты аэродинамических моментов относительно осей OX и OY соответственно.

### Заключение

Полученные математические модели описывают продольное и боковое с учетом крена движения самолета. Модели могут использоваться в задачах синтеза и анализа системы управления движением, а также – для исследования динамических свойств самолета как объекта управления. Форма моделей удобна для получения передаточных функций, передаточных матриц и частотных характеристик самолета по различным входным воздействиям (управления и возмущения) и выходным параметрам. В качестве примера можно привести частотные характеристики для каналов продольного и бокового с учетом крена движения самолета (рис.1 - 6). Модели удобны для получения феноменологических моделей различного вида с использованием методов декомпозиции и редукции.

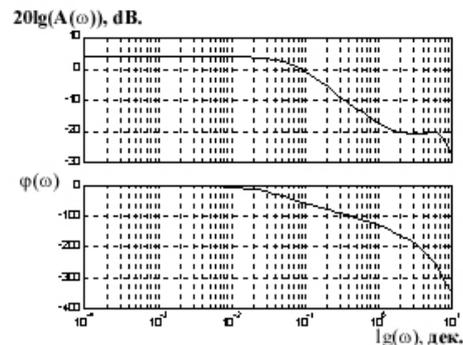


Рис.1 ЛАЧХ и ЛФЧХ  $W_{\delta_3}^\beta(s) = \frac{\beta(s)}{\delta_3(s)}$

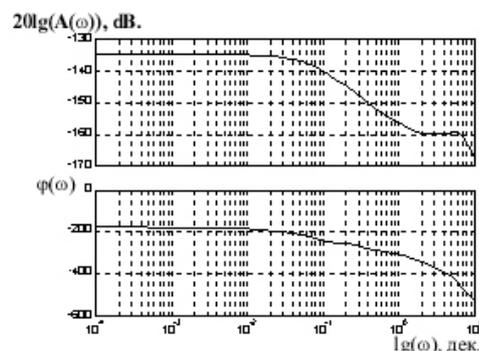


Рис.2 ЛАЧХ и ЛФЧХ  $W_{M_x}^\beta(s) = \frac{\beta(s)}{M_x(s)}$

Література

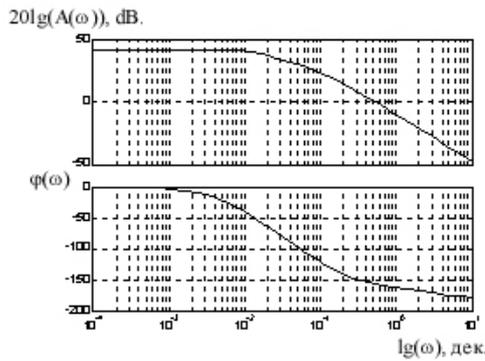


Рис.3 ЛАЧХ и ЛФЧХ  $W_{\delta_{PB}}^{Y_c}(s) = \frac{Y_c(s)}{\delta_{PB}(s)}$

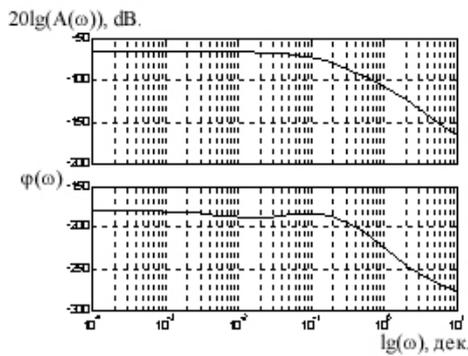


Рис.4 ЛАЧХ и ЛФЧХ  $W_{M_z}^{Y_c}(s) = \frac{Y_c(s)}{M_z(s)}$

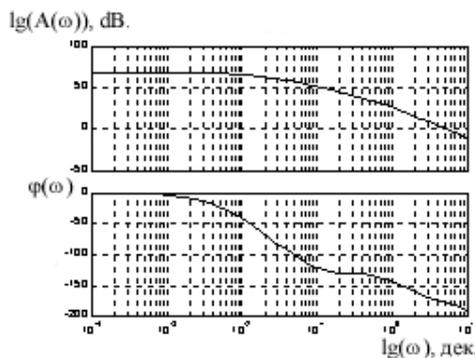


Рис.5 ЛАЧХ и ЛФЧХ  $W_{\delta_{PB}}^V(s) = \frac{V(s)}{\delta_{PB}(s)}$

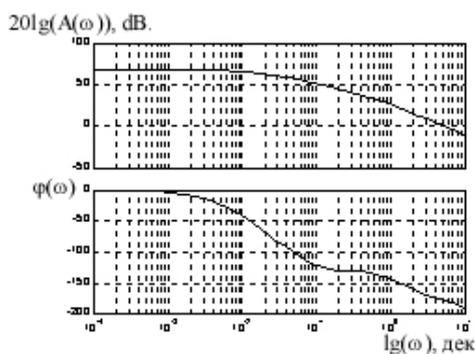


Рис.6 ЛАЧХ и ЛФЧХ  $W_{F_z}^V(s) = \frac{V(s)}{F_z(s)}$

1. Лурье А.И. Аналитическая механика. – М.: ГИФМЛ, 1961.
2. Крутько П.Д. Обратные задачи динамики управляемых систем. – М.: Наука, 1987.
3. Кулик А.С. Основы моделирования систем. – Харьков, ХАИ, 1998.
4. Дорф Р., Бишоп Р. Современные системы управления. – М.: Лаборатория Базовых Знаний ЮНИМЕДИАСТАЙЛ, 2002
5. Гордин А.Г. Аэродинамические летательные аппараты как объекты управления. – Харьков, ХАИ, 1996.
6. Гуськов Ю.П., Загайнов Г.И. Управление полетом самолетов. – М.: Машиностроение, 1980.
7. Гостев В.И., Стеклов В.К. Системы автоматического управления с цифровыми регуляторами. К.: Радиоможтор, 1998.
8. Синяков А.Н., Шаймарданов Ф.А. Системы автоматического управления ЛА и их силовыми установками. – М.: Машиностроение, 1991.
9. Автоматическое управление. Теория. Редактор составитель Е.А. Федосов. – М.: Машиностроение, 2000.
10. Анализ и статистическая динамика систем автоматического управления. Ред. Н.Д. Егупов. – М.: МГТУ им Н.Э. Баумана, 2000.

Поступила в редакцию 18.03.03

**Рецензенты:** д-р техн. наук, профессор Кошевой Н.Д., Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского "ХАИ", г. Харьков; зам. главного конструктора Остапенко В.А., ГНПО «Коммунар», г. Харьков.