

## СОГЛАСОВАННЫЕ МЕТОДЫ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ И ТРЕХМЕРНОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ ВЕНЦОВ ТУРБОМАШИН

*М.Л. Угрюмов, канд. техн. наук, доц., А.М. Цегельник, ассистент,*

*С.А. Прокофьев, аспирант,*

*Национальный аэрокосмический университет, г. Харьков,*

*А.В. Меняйлов, канд. техн. наук, ЗМКБ «Прогресс», г. Запорожье, Украина*

### Введение

Обратная задача как задача определения формы профиля, обеспечивающего заданное распределение давления (или скорости) жидкости по профилю, сформулирована достаточно давно и исследовалась многими авторами. Обзоры этих работ, относящихся к различным аспектам проблемы, имеются в публикациях [1 - 4].

Постановка ОКЗА осуществляется в несколько этапов.

Первый этап состоит в выборе математической модели изучаемого физического явления. Обычно используются модели безотрывного обтекания:

- безвихревого течения идеальной несжимаемой жидкости;
- безвихревого течения сжимаемого газа;
- вихревого течения сжимаемого газа с учетом вязкости в приближении пограничного слоя.

Второй этап в постановке ОКЗА состоит в задании исходного распределения давления (или скорости). Одно из основных требований, которому оно должно удовлетворять — соответствие физической модели, принятой при постановке задачи (так называемые условия совместимости исходных данных - УСИД).

Другое требование вытекает из принятой в ОКЗА схемы плавного обтекания: распределение давления (скорости) нужно задавать так, чтобы течение было безотрывным. Это требование является существенным, так как не только удовлетворяет УСИД, но и обеспечивает малую величину сопротивления. При выборе исходных данных важен также учет условий, обеспечивающих наилучшие эксплуатационные свой-

ства реализованного решения. К ним относятся требования максимизации аэродинамического качества решетки, минимизации профильного сопротивления, поперечного градиента, ограничения на толщину профиля, кривизну его контура, а также условия замкнутости и простоты (отсутствия точек самопересечения).

Названные условия конструктивной реализуемости и разрешимости (УР) обратной задачи определяют классы гидродинамически целесообразных распределений давлений (ГЦРД).

Обзор современного состояния проблемы построения решеток профилей методами теории ОКЗА позволяет сделать следующие выводы:

1. К настоящему времени подавляющая часть работ выполнена в рамках модели безвихревого течения идеальной несжимаемой жидкости.
2. Методы решения ОКЗА для моделей течения сжимаемого газа на базе полного уравнения потенциала скорости, в рамках теории малых возмущений, уравнения для функции тока и т.п., содержат трудности, связанные с расчетом скачка уплотнения в сверхзвуковой зоне. Поэтому их область применения ограничена.
3. Класс течений без скачков уплотнения является довольно узким. Обтекание со скачками уплотнения может иметь практическую значимость, если скачки будут обладать слабой интенсивностью. Поэтому в случае трансзвуковых течений проблема соединения вычислительных программ решения прямой задачи, позволяющей получить оценку волновых потерь и модификации геометрии исходных решеток профилей, является актуальной.

4. В большинстве работ по ОКЗА для сжимаемых течений существенного внимания роли ограничений и корректности постановок обратных задач не уделялось.

Таким образом, проблемами теории ОКЗА для вихревых сжимаемых течений остаются построение:

- класса ГЦРД, удовлетворяющих УСИД и УР, через исходные данные (ИРД), позволяющего при использовании его элементов в качестве данных вместо ИРД, получать решения ОКЗА как элементы множества корректности;
- методов регуляризации для обеспечения единственности и устойчивости решения ОКЗА относительно малых возмущений входных данных;
- применения алгоритмов, позволяющих существенно сократить затраты вычислительных ресурсов.

Ниже рассмотрена постановка вариационной задачи аэродинамики (ВЗА) построения диффузорных решеток профилей при установившемся безотрывном обтекании в потоке идеального политропного газа с учетом вязкости в приближении пограничного слоя.

#### Параметризация и выбор исходного распределения давления

Класс исходных данных вариационной ВЗА  $\pi_1$  вводится как множество исходных распределений давлений  $P_1(s)$ , задаваемых в физической плоскости как функции дуговой абсциссы  $s$  искомого контура  $\gamma$  для каждой из сторон профиля в отдельности, удовлетворяющих системе обязательных ограничений

$$p_j(P_1) \leq \varepsilon_j < \infty, \\ \pi_1 = \{P_1(s) \in \pi : p_j(P_1) \leq \varepsilon_j < \infty, j=1, m\}, \\ \pi_1 \subset \pi,$$

$$\pi = \{P(s) \in C, s \in [S_{LE}^s, S_{TE}^s], \\ s \in [S_{LE}^p, S_{TE}^p]: \|P(s)\| \leq \varepsilon < \infty\},$$

где  $C$  - класс кусочно-гладких функций.

Параметризуем  $P_1(s)$  заданием вектора  $P_1^0$  так, что

$$P_1(s) = P_1(P_1^0, s).$$

Поиск оптимального исходного распределения давления (ИРД) может быть сведен теперь к нахождению вектора  $\tilde{P}_1^0$ :

$$\tilde{P}_1^0 = \arg \min_{P_1^0} \{ \zeta_\pi [P_1(P_1^0, s)]: P_1 \in \pi_1 \},$$

где  $\zeta_\pi$  - критерий качества, условный экстремум которого ищется на множестве  $\pi_1$ .

Для выбора оптимального ИРД могут быть естественным образом использованы данные о пограничном слое. В задачах пограничного слоя исходными данными являются распределения скоростей как функции дуговой абсциссы  $s$  контура для каждой из сторон профиля в отдельности. Если ограничиться рассмотрением изоэнтропических течений, то между ИРД и исходным распределением скорости (ИРС) устанавливается взаимно однозначное соответствие через газодинамические функции (GDF). Тогда выбор ограничений и поиск оптимального ИРД целесообразно свести к изопериметрической задаче нахождения вектора, задающего оптимальное ИРС:

$$\tilde{U}_1^0 = \arg \min_{U_1^0} \{ \zeta_\pi [U_1(U_1^0, s)]: U_1 \in W_1 \},$$

где множество  $W_1$  является образом множества  $\pi_1$ , причем

$$U_1 = GDF(P_1) \text{ или } P_1 = GDF^{-1}(U_1).$$

Оптимальное распределение скоростей в области сопряжения пера лопатки с торцевой стенкой отличается от распределения, реализуемого в центральных по высоте лопатки сечениях на режимах минимума профильных потерь (или максимального качества), рядом особенностей:

- снижены скорости вдоль выпуклой поверхности лопатки вблизи входной кромки;
- реализуется диффузорный участок вдоль вогнутой поверхности во входной по потоку части профиля.

В совокупности указанные признаки обеспечивают снижение поперечного градиента давления во входной и центральной части межлопаточного канала у торцевых стенок, а следовательно, уменьшение ин-

тенсивности поперечных пристенных течений в канале в целом, повышение устойчивости к отрыву пограничных слоев в двугранном угле.

При построении решения ВЗА существенно предположение о малости толщины вытеснения пограничного слоя  $\delta^*$ . Требование малости  $\delta^*$  выполняется только в том случае, если профиль обтекает безотрывно. Поэтому задаваемое ИРС должно быть таким, чтобы рассчитанный по нему пограничный слой оставался безотрывным по всему контуру профиля.

Учитывая вышеуказанные особенности оптимальное ИРС целесообразно искать в классе исходных данных  $W_1$  - параметрически задаваемых кусочно-гладких функций  $U_1(s^\circ)$  безразмерной дуговой абсциссы  $s^\circ = s/s_m$  ( $s_m$  - длина дуги от входной до выходной кромок) контура для каждой из сторон профиля в отдельности:

— для стороны разрежения

$$\begin{aligned} U_1(s) &= U_{1s}(1 - (s_{1s} - s)^n / s_{1s}^n), s \in [0, s_{1s}], \\ U_1(s) &= U_{2s} = U_{1s}, s \in [s_{1s}, s_{2s}], \\ U_1(s) &= U_s(U_{2s}, H_s, U_{3s}), s \in [s_{2s}, 1], \end{aligned} \quad (1)$$

— для стороны давления

$$\begin{aligned} U_1(s) &= U_{1p}(1 - (s_{1p} - s)^n / s_{1p}^n), s \in [0, s_{1p}], \\ U_1(s) &= U_p(U_{1p}, H_p, s_{1p}), s \in [s_{1p}, s_{2p}], \\ U_1(s) &= a_0 + a_1s + a_2s^2, s \in [s_{2p}, 1], \end{aligned} \quad (2)$$

где  $U_1 = q/q_{LE}$  - относительная скорость;

$(U_1, n)_{s,p}$  - положительные константы;

$$(U_1)_{s,p} \geq (U_{i+1})_{s,p} > 0;$$

$(H)_{s,p}$  - формпараметры пограничного слоя на участках торможения вдоль контура профиля;

$$\begin{aligned} a_0 &= b_0/b, a_1 = b_1/b, a_2 = b_2/b, \\ b_0 &= s_{2p}^2 U_{3p} + U_{2p}(1 - 2s_{2p}) - cs_{2p}(1 - s_{2p}), \\ b_1 &= -2s_{2p}(U_{3p} - U_{2p}) + c(1 - s_{2p}^2), \\ b_2 &= U_{3p} - U_{2p} - c(1 - s_{2p}), \\ b &= (1 - s_{2p})^2, U_{2p} = U_p(s_{2p}), c = U_1'(s_{2p} + 0); \end{aligned}$$

$(U)_{s,p}$  - функции, построенные на основе решения обратной задачи теории пограничного слоя из условия

постоянства формпараметра  $(H)_{s,p}$  пограничного слоя на участках торможения контура профиля;  $(s_1, s_2)_{s,p}$  - дуговые абсциссы, отсчитываемые от входной кормки  $s=0$ , в физической плоскости характерных точек (точек сопряжения) распределения на контуре скорости  $U_1(s)$  для каждой из сторон профиля в отдельности. (Верхний индекс при идентификаторах безразмерных физических величин в вышеприведенных и далее соотношениях опущен).

Принималось, что

$$s_{1s} = s_{LE}^s, s_{1p} = s_{LE}^p, c = U_1'(s_{2p} + 0) = 0.$$

В предлагаемой постановке форма профиля в малых окрестностях входной и выходной кромок фиксируется, а вид оптимального ИРС  $U_1(s)$  на участках  $[0, s_{LE}]$  при достаточно малых (порядка 0.01...0.08) величинах  $s_{LE}$  незначительно сказывается на развитии пограничного слоя, поэтому обычно параметры  $s_{1s}$ ,  $n_s$  и  $n_p$  фиксировались. Предполагалось дополнительно, что длины дуг  $(s_m)_{s,p}$  сторон контуров и циркуляции скорости для искомого  $\Gamma_1$  и первоначально взятого профиля  $\Gamma_0$ , обеспечивающие требуемый поворот потока, совпадают, то есть

$$\Gamma_1 = \Gamma_1(q_{LE}, \Gamma_{LE}, (n, U_1, H, s_1, s_2)_{s,p}, U_{me}) = \Gamma_0,$$

где  $\Gamma_0$  - теоретическое значение, найденное при расчетах по схеме безотрывного течения со струйным обтеканием выходных кромок.

Если рассчитанный угол выхода потока  $\alpha_{TE}$  решетки первоначально взятых профилей превышает заданный, принималось

$$\Gamma_1 = k_H \Gamma_0 \quad (k_H < 1). \quad (3)$$

Таким образом, поиск оптимального ИРС в классе исходных данных может теперь быть сведен к нахождению решения изопериметрической задачи - вектора, задающего  $U_1(s)$ , вида

$$\tilde{U}_1^0 = [U_{1s}, H_s, U_{1p}, H_p, s_{1p}, s_{2p}]^T.$$

### Задание безотрывных распределений скорости

При установившемся безотрывном обтекании решетки профилей вязким сжимаемым газом с большими числами Рейнольдса типичной является схема те-

чения с тонким пограничным слоем. С учетом малости толщины вытеснения в качестве основного потока около профилей можно рассматривать невязкое обтекание решетки идеальным политропным газом (изотропическое течение) со струями, сходящими с выходных кромок конечной толщины. Это позволяет воспользоваться при решении ВЗА результатами теории пограничного слоя и представить условие отсутствия отрыва потока непосредственно через  $U_1(s)$ . Известны различные способы задания таких распределений скорости основанные на использовании критериев отрыва. Использование при задании ИРС в качестве условия безотрывности постоянство форм-параметров пограничного слоя, построенных на базе классических критериев безотрывности, позволяет получить соответствующие распределения  $U_1(s)$  в явном виде.

Таким образом, построен класс исходных данных  $W_1$ , удовлетворяющих системе обязательных ограничений в форме соотношений (1 - 3) - многопараметрическое семейство ИРС  $U_1(s)$ , удовлетворяющих УСИД, задаваемых вектором  $\tilde{U}_1^0$ , размерность которого сведена к минимуму за счет введения упрощений.

#### **Выбор критериев качества и ограничений вариационной задачи аэродинамики**

Задачу для внутренней подсистемы нахождения оптимального ИРС  $U_1(s)$  удобно представить как частный случай общей задачи оптимального проектирования технических устройств. Будем характеризовать объект разными группами параметров: режимными или проектными  $\Pi^0$ , которые задаются конструктором; фазовыми переменными или параметрами состояния  $\Phi^0$ , устанавливаемыми в процессе расчетов по заданным замыкающим соотношениям; управляющими или регулируемыми переменными  $U^0$ , выбор которых определяется данным типом задачи. Изопериметрическую задачу нахождения вектора  $\tilde{U}_1^0$ , определяющего ИРС  $U_1(s)$  при дополнительном

условию (3), можно представить теперь следующим образом: определить -

$$\tilde{U}_1^0 = \operatorname{argmin} \left\{ \begin{array}{l} \zeta_W \left[ \Pi^0, \Phi^0, U_1(U_1^0, s) \right] : \Pi^0 \in D_{\Pi}, \\ \Phi^0 \left( U_1^0, \Pi^0 \right) \in \left[ \Phi_{\min}^0, \Phi_{\max}^0 \right] \\ U_1 \in W_1 \end{array} \right\}$$

где -  $D_{\Pi}$  - множество имеющих физический смысл режимов;

$$W_1 = \left\{ U_1(s) \in W : u_j(U_1) \leq \varepsilon_j < \infty, j = \overline{1, m} \right\}$$

$W_1 \subset W$ , множество  $W$  является образом множества  $\pi$  при отображении его с помощью GDF (газодинамических функций).

Ограничения  $u_j(U_1)$  включают в себя заданные функции (1 - 3). В рассматриваемой постановке в вектор  $\Pi^0 = (\Pi^0_1, \Pi^0_2, \Pi^0_3)$  входят: геометрические параметры решетки и первоначально взятого профиля  $\gamma_0 - \Pi^0_1 = [B, B/T, \nu, r_{LE}, r_{TE}]^T$ ; параметры потока на входе и выходе из решетки -  $\Pi^0_2 = [I_{00}, S_0, \alpha_{LE}, \lambda_{LE}, \alpha_{TE}, \lambda_{TE}]^T$ ; дополнительные параметры, задающие семейство  $U_1(s) - \Pi^0_3 = [n_s, s_{1s}, H_s, n_p, H_p, U_{me}, \Gamma_0, k_H]^T$ .

Векторы фазовых и управляющих параметров образованы переменными -  $\Phi^0 = [s_{2s}, U_{1p}, U_{2p}]^T$ ;  
 $U_1^0 = [U_{1s}, s_{1p}, s_{2p}]^T$ .

На область изменения фазовых и управляющих переменных накладывались дополнительные ограничения:

- для фазовых параметров  
 $\Phi^0: s_{2s} \geq r_{LE}, U_{1p} < U_{s \min}, U_{2p} > U_{p \min};$
- для управляющих параметров  
 $U_1^0 : U_{1s} \in [U_{s \min}, U_{s \max}],$   
 $s_{1p} \geq r_{LE}, s_{2p} \in (s_{1p}, s_{p \max}),$

где  $U_{s \max} = 1.3 \dots 1.55,$

$$U_{s \min} = 1.2 \dots 1.3,$$

$$U_{p \min} = 0.5 \dots 0.7,$$

$S_{p \max} = 0.6 \dots 0.9$ , что соответствует множеству имеющих физический смысл решений, то есть заданный режим должен быть физически реализуем.

В качестве критерия качества для профилей, располагаемых в центральной части лопаточного венца, обычно принимают коэффициент потерь полного давления  $\zeta_w[U_1] = \delta_0[U_1]$ , оценка которого ведется с учетом потерь на трение на профиле и кромочных потерь.

Таким образом предложен метод решения ВЗА для внутренней подсистемы. Построен класс исходных данных ВЗА как множество ИРС (ИРД), задаваемых в физической плоскости как функции дуговой абсциссы искомого контура для каждой из сторон профиля в отдельности, удовлетворяющих системе обязательных ограничений. Предложен способ задания фиксированного многопараметрического семейства ИРС (ИРД) вдоль контура профиля, удовлетворяющих УСИД, задаваемых вектором размерность которого сведена к минимуму.

### Результаты расчета

В качестве тестовой платформы был выбран венец направляющего аппарата перспективного авиационного двигателя. Результаты расчетов представлены на рис. 1, 2. На рис. 1 представлены распределения скоростей в среднем сечении вдоль контура профиля исходного и модифицированного вариантов лопатки. На рис. 2 представлены распределения потерь полного давления вдоль размаха лопатки исходного и модифицированного венца. В результате оптимизации потери полного давления могут быть уменьшены на 6.6%.

### Выводы

Разработанный высокоэффективный численный метод, адекватный физике явления, обеспечивающий точность получаемых результатов соизмеримую с точностью эксперимента, позволяющий решать ВЗА с приемлемыми затратами машинного времени на ЭВМ, доступный широкому кругу пользователей.

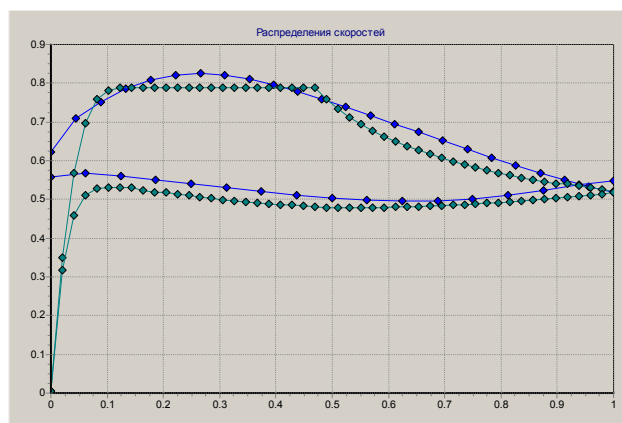


Рис. 1. Распределения скоростей в среднем сечении вдоль контура профиля

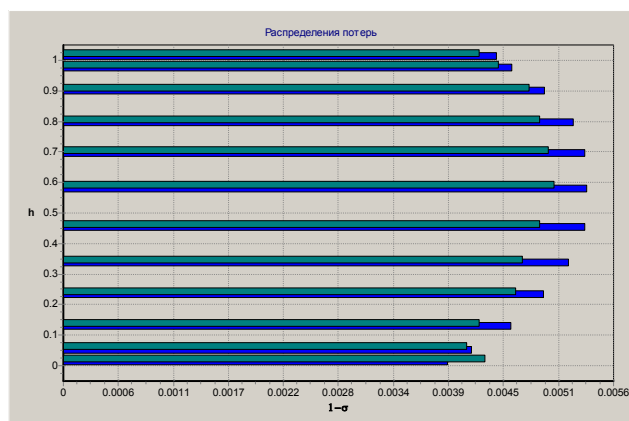


Рис. 2. Распределения потерь полного давления вдоль размаха лопатки

### Литература

1. Тумашев Г.Г., Нужин М.Т. Обратные краевые задачи и их приложения.- Казань: Изд-во Казан. ун-та, 1965.- 333 с.
2. Елизаров А.М., Ильинский Н.Б., Потапов А.В. Обратные краевые задачи аэрогидродинамики: Итоги науки и техники.- М: ВИНТИ, 1989.- Т. 23. Механика жидкости и газа.- С. 3-115.
3. Соколовский Г.А., Гнесин В.И. Нестационарные трансзвуковые и вязкие течения в турбомашинах.- К.: Наук. думка, 1986.- 264 с.
4. Lampart P., Yershov S. 3D Shape Optimisation of Turbomachinery Blading // Task Quarterly 6.- 2002.- No 1.- P. 113-125.

Поступила в редакцию 28.05.03

**Рецензенты:** д-р физ.-мат. наук, проф. А.В. Бастеев, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», г. Харьков; канд. техн. наук, доц. каф. «Турбиностроение» А.Н. Тарасов, НТУ «ХПИ», г. Харьков.